

Cuprins

Capitolul 1 – Elemente de termodinamică

1.1. Mărimi caracteristice structurii discrete	6
1.2. Noțiuni termodinamice de bază	9
1.2.1. Echilibrul termic. Temperatura	11
1.3. Calorimetrie	15
1.4. Fenomene termice* (extindere)	20
1.4.1. Dilatarea	20
1.4.2. Fenomene superficiale	24
1.5. Gazul ideal – model de sistem termodinamic	34
1.5.1. Ecuația termică de stare a gazului ideal	34
1.5.2. Interpretarea cinetico-moleculară a temperaturii	35
1.5.3. Noțiunea de energie internă. Ecuația calorică de stare a gazului ideal	36
1.5.4. Legile gazelor ideale	38
1.6. Transformări de stare de agregare	46
1.6.1. Gazul real. Izotermele Andrews	46
1.6.2. Termodinamica transformărilor stărilor de agregare	48
1.6.3. Aplicarea ecuației calorimetrice la transformările stărilor de agregare	51
1.7. Principiul I al termodinamicii	54
1.7.1. Căldura și lucrul mecanic în termodinamică. Enunțuri echivalente ale principiului I al termodinamicii	54
1.7.2. Aplicarea principiului I al termodinamicii la transformările gazului ideal	55
1.8. Motoare termice	62
1.8.1. Randamentul. Eficiența	62
1.8.2. Motorul Otto	64
1.8.3. Motorul Diesel	66
1.9. Principiul al doilea al termodinamicii	67
1.9.1. Ciclul Carnot	67
1.9.2. Entropia. Formulări echivalente ale principiului al doilea al termodinamicii	68

Capitolul 2 – Producerea și utilizarea curentului continuu

2.1. Curentul electric	78
2.1.1. Starea electrocinetică a conductoarelor. Circuitul electric	78
2.1.2. Intensitatea curentului electric	79
2.1.3. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit pasivă ..	81
2.1.4. Ampermetrul. Voltmetrul	82
2.1.5. Măsurarea rezistențelor conductoarelor cu voltmetrul și ampermetrul. Metoda amonte și metoda aval	84

2.1.6. Dependența rezistenței unui conductor de dimensiunile și de natura conductorului	86
2.1.7. Variația rezistivității cu temperatura	88
2.2. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu	91
2.2.1. Bilanțul energiilor pentru un circuit electric simplu. Tensiunea electromotoare	91
2.2.2. Legea lui Ohm pentru un circuit simplu	93
2.2.3. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit activă	93
2.3. Teoremele lui Kirchhoff	97
2.3.1. Terminologie	97
2.3.2. Prima teoremă a lui Kirchhoff	97
2.3.3. A doua teoremă a lui Kirchhoff	98
2.4. Gruparea rezistoarelor și a generatoarelor electrice	101
2.4.1. Legarea rezistoarelor în serie. Rezistența echivalentă serie	101
2.4.2. Legarea rezistoarelor în paralel. Rezistența echivalentă paralel	102
2.4.3. Relațiile de echivalență pentru legarea în serie și în paralel a surselor care au t.e.m. și rezistența internă diferite	103
2.4.4. Reostate. Montajul potențiometric	106
2.4.5. Măsurări potențiometrice. Măsurarea tensiunii electromotoare a unei pile	107
2.4.6. Extinderea domeniilor de măsurare la ampermetru și voltmetru	108
2.5. Energia și puterea electrică. Transferul optim de putere	112
2.5.1. Efectul Joule-Lenz	112
2.5.2. Teorema conservării puterii	114
2.5.3. Teorema transferului optim de putere	114
2.6. Efectele curentului electric. Aplicații	118
2.6.1. Efectul termic	118
2.6.2. Efectul fiziologic	119
2.6.3. Efectul magnetic al curentului electric	120
2.6.4. Câmpul magnetic. Magnetizarea corpurilor	120
2.6.5. Inducția magnetică. Forța electromagnetică	121
2.6.6. Intensitatea câmpului magnetic	123
2.6.7. Comparatie între câmpul electrostatic și câmpul magnetic	123
2.6.8. Inducția câmpului magnetic al unor curenți electrici staționari	124
2.6.9. Forța electrodinamică. Interacțiunea magnetică a curenților electrici continui, rectilinii	127
2.6.10. Fluxul magnetic	130
2.6.11. Legea inducției electromagnetice a lui Faraday. Autoinducția	131
2.6.12. Autoinducția. Inductanța. Legea autoinductanței	133

Capitolul 3 – Producerea și utilizarea curentului alternativ

3.1. Generarea tensiunii electromotoare alternative și intensitatea curentului alternativ	138
3.1.1. Interpretarea electronică	140

3.1.2. Valoarea efectivă a intensității curentului și a tensiunii alternative	142
3.2. Circuite de curent alternativ	144
3.2.1. Comparatie cu circuitul de curent continuu	144
3.2.2. Rezistor în curent alternativ	146
3.2.3. Circuit serie cu rezistor și bobină în curent alternativ	146
3.2.4. Circuit serie cu rezistor și condensator în curent alternativ	149
3.2.5. Circuit serie cu rezistor, bobină și condensator în curent alternativ (circuit <i>RLC</i> serie)	153
3.2.6. Rezonanța circuitului serie <i>RLC</i> . Rezonanța tensiunilor	155
3.2.7. Circuitul paralel <i>RLC</i> în curent alternativ. Rezonanța curenților	158
3.2.8. Rezonanța circuitului paralel. Rezonanța curenților	158
3.3. Puterea în curent alternativ	160
3.3.1. Puterea activă	160
3.4. Transformatorul și aplicațiile lui	169
3.4.1. Principiul transformatorului	169
3.4.2. Construcția și funcționarea transformatorului monofazat	170
3.4.3. Randamentul transformatorului	171
3.4.4. Aplicațiile transformatorului	172
3.5. Motoare electrice rotative	175
3.5.1. Clasificarea mașinilor electrice	175
3.5.2. Producerea curentului alternativ monofazat. Alternatorul	176
3.5.3. Sistemul trifazat. Alternatorul trifazat	178
3.5.4. Mașina electrică asincronă. Motorul asincron	182
3.5.5. Mașini de curent continuu	185
3.5.6. Generatorul de curent continuu	187
3.5.7. Cuplul rezistiv și randamentul generatorului de curent continuu	188
3.5.8. Reversibilitatea mașinilor electrice de curent continuu. Principiul de funcționare și mărimile caracteristice ale motorului de curent continuu	189
3.6. Aparat electrocasnice	196
3.6.1. Caracteristicile aparatelor electrocasnice	196
3.6.2. Evitarea pericolului de electrocutare	197

Capitolul

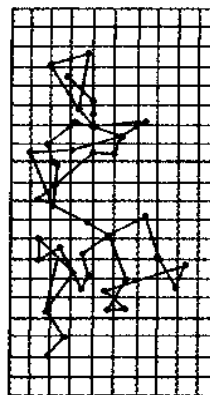
1

ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ

CUPRINS:

- 1.1. Mărimi caracteristice structurii discrete
- 1.2. Noțiuni termodinamice de bază
- 1.3. Calorimetrie
- 1.4. Fenomene termice (extindere)
- 1.5. Gazul ideal
- 1.6. Transformări de stare de agregare
- 1.7. Principiul I al termodinamicii
- 1.8. Motoare termice
- 1.9. Principiul al II-lea al termodinamicii

Noțiuni introductive



În mecanică am studiat legile mișcării corpurilor a căror masă și dimensiuni erau bine determinate. Fenomenele naturale, însă, sunt legate de structura discretă a corpurilor. Ele sunt constituite dintr-un număr imens de particule, de dimensiuni foarte mici, care se mișcă fiecare, independent, după legile mecanicii stabilite pentru punctul material și între care se exercită forțe de interacțiune.

Particulele constitutive ale corpurilor și substanțelor sunt molecule. Cea mai mică particulă dintr-o substanță care mai păstrează proprietățile chimice ale acesteia se numește *moleculă*. Molecula poate fi formată din unul, doi, trei sau mai mulți atomi identici sau diferiți (particule monoatomice, diatomice, triatomice sau poliatomice). Sub acțiunea unor factori externi (de exemplu, creșterea temperaturii) moleculele se pot *disocia*.

Moleculele se află într-o mișcare continuă, dezordonată, numită *mișcare termică sau agitație termică*.

Acestea sunt puse în evidență de fenomenul de difuzie și de mișcarea browniană.

– *Fenomenul de difuzie* constă în răspândirea moleculelor unei substanțe printre moleculele altei substanțe. De exemplu: spray-ul folosit pentru odorizarea camerelor, difuzia hipermanganatului de potasiu în apă ș.a.

– *Mișcarea browniană* este denumită astfel după numele botanistului Robert Brown. El a observat la microscop că polenul în suspensie în apă manifestă o mișcare dezordonată. Urmărind suspensia după trecerea câtorva zile a observat aceeași mișcare dezordonată a particulelor, de unde a tras concluzia că ea este continuă.

Interpretarea dată de Einstein a fost că mișcarea particulelor aflate în suspensie este rezultatul interacțiunii dintre moleculele de apă și particulele aflate în suspensie.

Orice fenomen fizic legat de mișcarea dezordonată a moleculelor se numește *fenomen termic*.

În acest capitol vor fi tratate unele fenomene termice ca dilatarea, capilaritatea, tensiunea superficială, transformarea căldurii în lucru mecanic și invers, trecerea corpurilor dintr-o stare de agregare în alta.

Din experiența zilnică, ne-am familiarizat cu trei stări de agregare ale materiei: solidă, lichidă și gazoasă. În orice stare de agregare moleculele se găsesc în mișcare: în gaze moleculele au o mișcare de translație dezordonată, în lichide au o mișcare de translație și oscilație, iar în solide moleculele execută mișcări de oscilație în jurul unor poziții de echilibru.

Între molecule se exercită forțe de interacțiune, numite *forțe intermoleculare*. Aceste forțe pot fi de atracție sau de respingere. Dacă între molecule nu s-ar exercita forțe de atracție n-ar exista stările de agregare solidă și lichidă, iar existența forțelor de respingere explică de ce lichidele și solidele sunt atât de puțin compresibile.

Spațiul din jurul unei molecule, în care se manifestă aceste forțe, se numește *sferă de acțiune moleculară*. Raza sferei de acțiune moleculară este foarte mică ($\sim 10 \mu\text{m}$) și aproximativ de 100 de ori mai mare decât raza moleculei. Forțele intermoleculare scad foarte rapid cu distanța.

Forțele atractive dintre moleculele aflate în aceeași stare de agregare se numesc *forțe de coeziune*, iar cele dintre moleculele aflate în stări de agregare diferite – *forțe de adeziune*.

Solidele au forme și dimensiuni definite și densitate mare. Termenul de *fluid* este atribuit stării lichide și gazoase (gaze, vapori); ele nu au formă proprie, luând forma incintei în care se găsesc.

Lichidele au volum propriu (volumul incintei în care se află), gazele umplu toată incinta, indiferent de dimensiunile ei. Gazele sunt fluide expansibile, compresibile și elastice.

Lichidele se deosebesc de gaze prin densitate (mult mai mare ca a gazelor), compresibilitate (mult mai mică decât a gazelor) și existența unei suprafețe libere (inexistentă la gaze).

Existența celor trei stări de agregare – solidă, lichidă și gazoasă – se explică prin forțele intermoleculare.

Gazele sunt caracterizate prin *mișcarea dezordonată* a moleculelor, forțele intermoleculare sunt slabe. În cazul gazelor, energia cinetică a mișcării termice, E_{ct} , este mult mai mare decât energia potențială de interacțiune, E_{pi} ($E_{ct} \gg E_{pi}$).

În cazul solidelor cristaline, toate nodurile rețelei cristaline sunt ocupate de particulele constituite, această ordonare păstrându-se în tot volumul cristallului – *ordine la mare distanță*. În acest caz, energia potențială de interacțiune este mult mai mare decât energia cinetică a mișcării termice, care se reduce la energia de oscilație a particulelor în jurul pozițiilor de echilibru (ale nodurilor rețelei cristaline): $E_{pi} \gg E_{ct}$.

Starea lichidă este cuprinsă între limitele de stabilitate ale stărilor de agregare gazoasă și solidă.

Lichidele se caracterizează prin *ordine locală* (pe distanțe mici de câteva diametre moleculare). Moleculele execută oscilații în jurul acestor poziții temporare de echilibru și mișcări de translație până se stabilesc în jurul unei noi poziții de echilibru. Forțele intermoleculare sunt mai slabe decât la solide, dar mult mai puternice decât la gaze. Putem aprecia că energia cinetică a mișcării termice are aceeași pondere ca energia potențială de interacțiune dintre molecule.

Studiul mișcării termice și a relațiilor cu alte forme de mișcare ale materiei se poate face prin două metode.

Una dintre metode, *termodinamica*, face abstracție de structura microscopică a materiei, abordând o tratare macroscopică, introducându-se astfel o serie de mărimi măsurabile – ca temperatura, căldura – și se bazează pe câteva principii induse din experiență.

Teoria cinetico-moleculară studiază fenomenele macroscopice bazate pe structura microscopică, deducând mărimile macroscopice pe baza valorilor medii ale mărimilor microscopice corespunzătoare (viteza medie, energia cinetică medie).

1.1. Mărimi caracteristice structurii discrete

Gazul este format dintr-un număr foarte mare de particule; 1 cm^3 dintr-un gaz oarecare, aflat în condiții normale, conține aproximativ $2,7 \cdot 10^{19}$ molecule. În acest caz, studiul mișcării fiecărei particule în parte nu este posibil.

Pentru a putea explica fenomenele macroscopice pe care le observăm și care sunt determinate de structura microscopică, lucrăm cu valori medii ale mărimilor caracteristice mișcării particulelor ca, de exemplu, viteza medie, energia cinetică medie.

În același scop, facem niște simplificări care ne conduc la un model de gaz. Astfel, presupunem că particulele componente ale gazului sunt identice. Știm că ele se află într-o continuă mișcare dezordonată, ciocnindu-se între ele și de pereții incintei în care se află gazul. Aceste ciocniri le considerăm perfect elastice.

Simplificările esențiale sunt: neglijarea dimensiunilor particulelor – pe care le considerăm puncte materiale – și a forțelor de interacțiune, întrucât distanțele dintre particule sunt mari.

Prin vidarea unei incinte, obținem un gaz rarefiat. Cu cât gradul de rarefiere este mai mare (numărul de particule rămase este mai mic), cu atât ne apropiem mai mult de *modelul de gaz ideal*: un sistem format din puncte materiale care nu interacționează între ele.

Când studiem asemenea sisteme (ca, de exemplu, reacțiile chimice), este utilă introducerea unei noi mărimi – *numărul de moli*, ν .

Pentru un gaz format din N particule, de masă, M , care se găsește într-o incintă de volum V , numărul de moli se poate exprima prin relația:

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{M}{\mu} = \frac{V}{V_m}, \quad (1.1)$$

în care N_A este numărul de particule dintr-un mol (*numărul lui Avogadro*), μ este masa molară (cât cântărește un mol) și V_m este volumul ocupat de un mol (volumul molar).

Indiferent de natura substanței, numărul de particule dintr-un mol este același și este egal cu numărul lui Avogadro.

Unitatea fundamentală de măsură pentru ν este molul.

Definiție Molul este unitate de măsură în S.I. pentru cantitate de substanță exprimată în grame, numeric egală cu masa atomică sau moleculară exprimată în unități atomice de masă (u).

$1u = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ reprezintă a 12-a parte din masa atomului de carbon ^{12}C .

Deoarece unitatea de măsură în S.I. pentru masă este kilogramul, vom folosi kilomolul (un $\text{kmol} = 10^3 \text{ mol}$).

Conform relației (1.1), rezultă unitățile de măsură pentru numărul lui Avogadro, N_A , masa molară, μ , și volumul molar, V_m :

$$[N_A]_{\text{SI}} = \left[\frac{N}{\nu} \right]_{\text{SI}} \text{ kmol}^{-1} \text{ (sau mol}^{-1}\text{);}$$

$$[\mu]_{\text{SI}} = \left[\frac{M}{\nu} \right]_{\text{SI}} \text{ kg/kmol (sau g/mol);}$$

$$[V_\mu]_{SI} = \left[\frac{V}{\nu} \right]_{SI} \text{ m}^3/\text{kmol (sau l/mol)}.$$

Din definiția molului rezultă că:

– masa molară a moleculei de O_2 este $\mu_{O_2} = 32 \text{ g/mol} = 32 \text{ kg/kmol}$;

– masa moleculară a moleculei de O_2 este $m_{O_2} = 32 \text{ u}$.

Tot pe baza definiției molului se poate calcula numărul lui Avogadro:

$$N_A = \frac{1 \text{ kg/kmol}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 6,024 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1} = 6,024 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

În problemele studiate, se consideră *condiții normale*: temperatura $t_0 = 0^\circ\text{C}$ și presiunea $p_0 = 1 \text{ atm}$ (presiunea atmosferică normală stabilită prin convenție).

Experimentul lui Torricelli stabilește că această presiune este echilibrată de o coloană de mercur cu secțiunea de 1 mm^2 și înălțimea de 760 mm .

Unitatea de măsură pentru presiunea exercitată de o coloană de mercur (Hg) cu secțiunea de 1 mm^2 și înălțimea de 1 mm se numește torr sau milimetru coloană de mercur (mm Hg).

$$1 \text{ torr} = 1 \text{ mm Hg} = 133,4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Nici atmosfera fizică (atm), nici torr-ul nu sunt unități în S.I. pentru presiune.

Conform definiției presiunii, $p = \frac{F}{S}$, $[p]_{SI} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$ (Pascal).

Forța este greutatea coloanei de mercur, $F = mg$.

$$\text{Dar } m = \rho V \rightarrow p = \frac{\rho V g}{S}.$$

Volumul coloanei de mercur este $V = Sh$, deci $p = \rho gh$, cunoscută sub numele de presiune hidrostatică.

Cunoscând densitatea mercurului, $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, valoarea presiunii atmosferice normale exprimată în Sistem Internațional (S.I.) este:

$$p_0 = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 760 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$\text{deci: } p_0 = 101\,396,16 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1,014 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \approx 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Prin urmare, presiunea atmosferică normală se poate exprima ca:

$$p_0 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ torr} = 1,014 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \approx 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

În condiții normale ($t_0 = 0^\circ\text{C}$, $p_0 = 1 \text{ atm}$) volumul molar al unui gaz ideal este:

$$V_\mu = 22,4 \text{ m}^3/\text{kmol} = 22,4 \text{ l/mol}.$$

Dacă substanța nu este gaz ideal (de exemplu, apa în condiții normale) sau este un gaz ideal, dar nu se află în condiții normale, această valoare nu poate fi folosită.

Din relația (1.1) putem scrie:

$$\frac{M}{\mu} = \frac{V}{V_\mu} \Rightarrow \frac{M}{V} = \rho = \frac{\mu}{V_\mu}. \quad (1.2)$$

Cunoscând masa molară a apei (H_2O) și densitatea ei, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, putem calcula volumul molar al apei în condiții normale, din relația (1.2):

$$V_\mu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{18 \text{ kg/kmol}}{10^3 \text{ kg/m}^3} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kmol}.$$

Alte relații:

$$M = N \cdot m,$$

$$\mu = N_A m \Rightarrow m = \frac{\mu}{N_A},$$

unde m este masa unei molecule.

Să calculăm, de exemplu, cât cântărește o moleculă de gaz metan (CH_4).

$$\mu = 12 + 4 \cdot 1 = 16 \text{ kg/kmol} \quad \left\| \Rightarrow m = \frac{16 \text{ kg/kmol}}{6,024 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}} = 2,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.\right.$$

Considerând moleculele sfere rigide, distanța minimă dintre ele este $d = 2r$, unde r este raza moleculei. Notând cu v volumul unei molecule, pentru exprimarea distanței minime scriem relația:

$$V_\mu = N_A v = N_A \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow d = 2r = \sqrt[3]{\frac{3V_\mu}{4\pi N_A}}.$$

Dacă moleculele sunt considerate de formă cubică cu latura l , distanța minimă dintre ele este $d = l$ și, în acest caz, volumul unei molecule este $v = l^3$.

$$V_\mu = N_A v = N_A l^3 \Rightarrow d = l = \sqrt[3]{\frac{V_\mu}{N_A}}.$$

Formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare explică natura intimă a parametrilor macroscopici ca presiunea și temperatura.

Din punct de vedere cinetico-molecular, presiunea exercitată de un gaz asupra pereților incintei în care se găsește este rezultatul efectului mediu al ciocnirilor moleculelor cu aceștia.

Definiție

Formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare arată că presiunea exercitată de un gaz asupra pereților incintei este direct proporțională cu energia cinetică medie a particulelor din unitatea de volum.

$$p = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2} \quad (1.3)$$

unde $n = \frac{N}{V}$ este numărul de particule din unitatea de volum, sau concentrația, și se măsoară în m^{-3} . Concentrația în condiții normale

$$n_L = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{6,024 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}}{22,4 \text{ m}^3/\text{kmol}^{-1}} = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ molec/m}^3$$

este cunoscută ca *numărul lui Loschmidt*.

$$\bar{E}_c = \frac{mv^2}{2} \text{ este energia cinetică medie a unei particule în care } m \text{ este masa}$$

unei particule și $\bar{v^2}$ este media pătratelor vitezelor.

1.2. Noțiuni termodinamice de bază

Termodinamica este o teorie generală a proceselor fizice. Principiile termodinamicii își găsesc aplicabilitate nu numai în fizică, chimie, teoria informației, dar și în fenomenele vitale și sociale.

După Einstein, termodinamica este singura teorie fizică ce are un conținut universal, care se bazează pe principii universale – principiile termodinamicii.

În tratarea problemelor de termodinamică este necesar, în primul rând, să se precizeze care este sistemul de studiat și cum interacționează el cu tot ce-l înconjoară – *mediul extern*.

Sistem termodinamic – o porțiune de materie pe care o separăm mental de mediul exterior ei.

Definiție

Pentru ca un sistem să fie termodinamic, trebuie să îndeplinească două condiții: să fie compus dintr-un număr mare de particule (sau obiecte) și să aibă o întindere finită. Evident că atomii, moleculele sau ansamblurile care cuprind un număr mic de particule sunt excluse, ca de altfel, și Universul, care este infinit.

Un sistem termodinamic este reprezentat de orice porțiune finită din Univers pentru care se poate defini un interior și un exterior.

Termodinamica studiază schimbul de substanță sau de energie a sistemului termodinamic cu alte sisteme sau cu mediul exterior.

Dacă sistemul termodinamic nu efectuează nici schimb de substanță nici schimb (transfer) de energie cu mediul exterior el se numește *sistem izolat*.

Definiție

În natură, asemenea sisteme nu există, dar este posibilă micșorarea acțiunilor exterioare astfel încât ele să poată fi neglijate.

Sistem închis – între sistem și mediul exterior există schimb de energie și nu există schimb de substanță.

Definiție

Sistem deschis – între sistem și mediul exterior există atât schimb de energie, cât și schimb de substanță.

Organismele vii schimbă și energie și substanță cu mediul exterior.

Starea sistemului termodinamic reprezintă totalitatea proprietăților lui la un moment dat.

Definiție

Ansamblul mărimilor fizice măsurabile, care caracterizează sistemul termodinamic și a relațiilor dintre acestea și sistemele înconjurătoare, constituie *parametrii termodinamici* ai sistemului.

Parametrii de stare pot fi: *extensivi* sau *externi* (volumul, masa, intensitatea câmpului gravitațional, electric sau magnetic) și *intensivi* sau *interni* (densitatea, presiunea, temperatura, polarizarea electrică sau magnetică).

Starea oricărui sistem termodinamic poate fi descrisă cu ajutorul unor parametri.

Astfel, starea gazului sau a lichidului poate fi descrisă cu ajutorul parametrilor presiune, p , volum, V , și temperatură, T .

Starea suprafeței libere a unui lichid se descrie cu ajutorul parametrilor tensiune superficială, σ , aria suprafeței libere, S , și temperatura, T .

Parametrii lungime, l , aria secțiunii, S , forța de întindere, F , modulul de elasticitate, E și temperatura, T , descriu starea unei bare metalice.

Definiție

Starea de echilibru termodinamic este acea stare în care parametrii sistemului nu variază în timp și trebuie ca nici condițiile exterioare să nu varieze în timp.

Dacă sistemul este omogen, atunci parametri interni – densitatea, presiunea și temperatura – au aceeași valoare în tot sistemul.

Definiție

Interacțiunea dintre sistemul termodinamic și mediul exterior se numește *contact*. Există *contact mecanic, termic și cu schimb de substanță*.

În cazul contactului mecanic, sub acțiunea unor forțe care se exercită între sistem și mediul exterior, transferul de energie se realizează prin lucru mecanic.

Prin contact termic transferul de energie se realizează prin căldură.

În urma acestor contacte sistemul termodinamic trece dintr-o stare în alta.

Definiție

Trecerea sistemului termodinamic dintr-o stare în alta se numește *transformare de stare sau proces termodinamic*.

Dacă un sistem termodinamic aflat la echilibru este perturbat, ajunge într-o stare de neechilibru. Procesul de revenire a sistemului din starea de neechilibru la starea de echilibru se numește *relaxare*, iar intervalul de timp în care are loc acest proces se numește *timp de relaxare*, τ ; timpul de relaxare este egal cu intervalul de timp în care perturbarea sistemului scade în intensitate la $1/e$ din valoarea inițială.

Fiecare parametru este caracterizat printr-un timp de relaxare.

Dacă viteza de variație a parametrilor de stare este mult mai mică decât viteza de relaxare a sistemului, procesul este *cvasistatic*.

Procese cvasistatice constau dintr-o succesiune de stări de echilibru și sunt reversibile.

Definiție

Dacă un sistem este scos din starea de echilibru și se reîntoarce spontan în starea de echilibru, trecând prin stări de echilibru identice cu cele parcurse inițial, *procesul este reversibil*.

Toate fenomenele din mecanică în care nu există frecări sunt procese reversibile; de exemplu: un pendul gravitațional, deviat din poziția de echilibru, se întoarce în această stare prin stări de echilibru identice cu cele prin care a trecut când a ieșit din starea de echilibru, deoarece *un punct material poate trece prin aceleași stări*.

Dar, pentru sisteme formate dintr-o multitudine de puncte materiale (ca, de exemplu, un gaz conținut într-un cilindru cu piston) este evident că, oricare ar fi succesiunea de stări de echilibru (obținute prin mișcări foarte lente ale pistonului), nu toate particulele trec prin stări de echilibru identice cu cele prin care au trecut inițial. Realizăm că procesele cvasistatice – reversibile – sunt idealizări.

Toate fenomenele din natură sunt ireversibile.

Principiile termodinamice, introduse pentru o mulțime de stări idealizate – *stări de echilibru* – și procese idealizate – *proces cvasistatic (reversibil)* –, formează obiectul de studiu al *termodinamicii proceselor reversibile* (clasice).

În realitate, stările sunt, în general, stări de neechilibru și procesele sunt nonstatice și ireversibile. Cu studiul lor se ocupă termodinamica proceselor ireversibile.

Starea de echilibru termodinamic a unui fluid (gaz sau lichid), fiind complet descrisă de volumul V și presiunea p , poate fi reprezentată grafic, în coordonate p și V , printr-un punct (fig. 1.1, a). Deci, transformările cvasistatice pot fi reprezentate grafic printr-o succesiune de stări de echilibru, ca în figura 1.1, b.

Numărul parametrilor independenți ai unui sistem fizic este *numărul gradelor de libertate*.

Experiența arată că un sistem izolat, evoluează spontan spre starea de echilibru termodinamic din care nu poate ieși de la sine.

Această constatare reprezintă *principiul general al termodinamicii*, sau *primul postulat al termodinamicii*.

La baza termodinamicii stau principii induse din experiență:

- principiul zero al termodinamicii (introduce o mărime numită temperatură);
- principiul I al termodinamicii (introduce o mărime de stare numită energie internă);
- principiul II al termodinamicii (introduce o mărime de stare numită entropie).

Principiile termodinamicii nu pot fi extinse asupra unor sisteme formate dintr-un număr mic de microparticule (de exemplu, un atom) sau la întregul Univers, care este infinit.

1.2.1. Echilibrul termic. Temperatura

Mărimile macroscopice – presiunea (p), volumul (V) și temperatura (T) – sunt legate direct de percepțiile simțurilor noastre. Proprietățile microscopice nu sunt legate direct de percepțiile simțurilor noastre. Însă, mărimile macroscopice pot fi exprimate în funcție de cele microscopice, ca în cazul formulei fundamentale a teoriei cinetico-moleculare.

Dacă simțim că un obiect este rece și altul cald și le punem în contact unul cu altul, după un timp ne generează aceeași senzație. Deci, gradul de încălzire al obiectelor devine același după ce au fost puse în contact termic. Se spune că aceste obiecte sunt în *echilibru termic* unul cu altul.

Folosind un al treilea obiect, un termometru, putem formula *principiul tranzitivității termice* sau *principiul zero al termodinamicii* care introduce o mărime numită temperatură: *dacă un sistem este în echilibru termic cu al doilea și acest al doilea sistem este în echilibru termic cu al treilea, atunci și primul sistem este în echilibru termic cu al treilea*.

Principiul zero al termodinamicii: există o mărime scalară, numită temperatură, care reprezintă o proprietate a tuturor sistemelor termodinamice (în stări de echilibru) astfel încât egalitatea temperaturilor este o condiție necesară și suficientă pentru echilibrul termic.

Temperatura este o mărime fizică ce caracterizează gradul de încălzire sau răcire a unui corp.

Din punct de vedere practic ne interesează ca în urma contactului termic dintre două sisteme, 1 și 2, starea unui sistem (1) să nu fie afectată de starea celui alt (2).

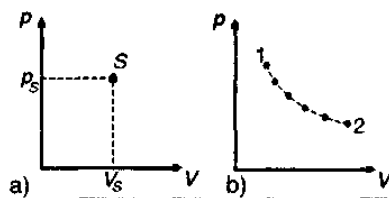


Fig. 1.1.

a) Starea de echilibru a unui sistem termodinamic este un punct. b) Succesiunea stărilor de echilibru prin care trece sistemul din starea 1 în starea 2 printr-o transformare cvasistatică.

Asta se întâmplă dacă masa sistemului 1 este mult mai mare decât masa sistemului 2. În această situație, sistemul 2 este *termometru* pentru sistemul 1, iar sistemul 1 este *termostat* pentru sistemul 2.

Deci, termometrul pus în contact termic cu corpul a cărui temperatură vrem să o măsurăm nu-i variază sensibil temperatura.

Există mai multe proprietăți fizice măsurabile care variază cu temperatura (volumul, lungimea, rezistența electrică, presiunea unui gaz aflat la volum constant, culoarea filamentului încălzit al unui bec ș.a.) Ele se numesc *proprietăți termometrice* sau *mărimi termometrice*.

Oricare dintre aceste proprietăți poate fi folosită pentru construirea unei *scări empirice de temperatură*.

Scara temperaturilor se stabilește presupunând o relație monotonă continuă între proprietatea (mărima) termometrică aleasă a substanței (corpului) și temperatură.

Corpurile sau substanțele folosite în acest scop se numesc *corpur termometrice*.

Scările mai des folosite sunt scara Celsius și scara Fahrenheit, care folosesc temperatura la care substanțele chimice pure trec dintr-o stare de agregare în alta.

Temperatura la care gheața, apa și vaporii de apă saturați sunt în echilibru la presiunea atmosferică normală (*punctul triplu al apei*) este egală cu 0 °C și temperatura la care apa și vaporii săi sunt în echilibru, la presiunea atmosferică normală (*punctul de fierbere al apei*) este egală cu 100 °C. Acest interval se împarte în 100 de diviziuni egale, fiecare diviziune reprezentând 1 °C.

În scara Fahrenheit, punctul de topire al gheții se consideră 32 °F și punctul de fierbere al apei, 212 °F. Intervalul se împarte în 180° de diviziuni egale, fiecare diviziune fiind egală cu 1 °F.

Relația dintre temperaturile celor două scări este:

$$\frac{t(^{\circ}\text{C})}{100} = \frac{t(^{\circ}\text{F}) - 32}{180} \text{ sau } t(^{\circ}\text{F}) = 32 + \frac{9}{5}t(^{\circ}\text{C}).$$

De exemplu, ca în figura 1.2, la $t = 40^{\circ}\text{C}$,

$$t(^{\circ}\text{F}) = 32 + \frac{9}{5}40 = 104^{\circ}\text{F}.$$

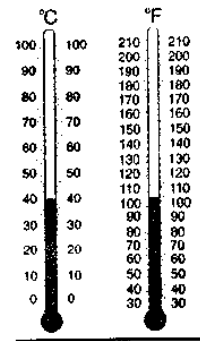


Fig. 1.2.

Scara termodinamică (sau scara Kelvin) se definește pe baza principiului II al termodinamicii, prescriind punctului triplu al apei valoarea $T_0 = 273,16\text{ K}$.

Scara termodinamică este numită *absolută*, fiind complet independentă de proprietățile oricărei substanțe.

Cum se vede în figura 1.3, punctului 0 °C îi corespunde 273,16 K, iar punctului 100 °C îi corespunde 373,16 K. Acest interval se împarte în 100 de diviziuni egale, fiecare diviziune fiind egală cu 1 K – unitate fundamentală pentru temperatură în S.I. Astfel:

$$\Delta T = \Delta t, \text{ iar } T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273,16^{\circ}\text{C}.$$

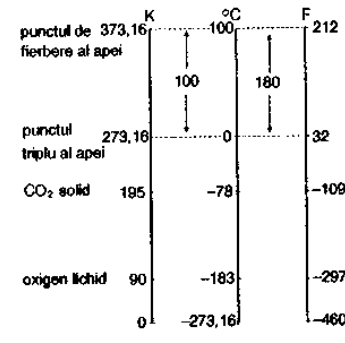


Fig. 1.3.

Temperatura de 0 K – zero absolut – nu poate fi atinsă.

La această temperatură energia cinetică a particulelor este minimă dar nu este nulă.

Tipuri de termometre

1. **Termometrul de sticlă cu lichid** se bazează pe variația lungimii coloanei de lichid cu temperatura. În funcție de lichidul din tubul de sticlă, se măsoară temperaturi în diferite intervale. Între $-190\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ se folosește pentan, între $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $+75\text{ }^{\circ}\text{C}$ se folosește alcool etilic, iar între $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $+700\text{ }^{\circ}\text{C}$ se poate folosi mercur.

În acest caz, corpul termometric este un lichid, iar mărimea termometrică este lungimea.

Cele mai utilizate în determinări precise (cu precizia de $0,001\text{ }^{\circ}\text{C}$) sunt termometrul cu rezistență și termocuplul. Cel mai precis este termometrul cu gaz la volum constant, dar nu este folosit decât în măsurători de laborator.

2. **Termometrul cu rezistență și termistorul** se bazează pe variația rezistenței cu temperatura a unor substanțe conductoare (termometrul cu rezistență) sau a unor substanțe semiconductoare (termistorul).

Metalele folosite pentru termometrele cu rezistență sunt: platina pură (măsoară temperaturi între $+200\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$); pentru intervalul de temperatură de la $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ la $+200\text{ }^{\circ}\text{C}$ se folosește nichelul pur; cuprul se folosește în domeniul $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ la $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Termistorii se confecționează din oxizii sau amestecurile de oxizi ai următoarelor substanțe: fier, nichel, cupru, mangan ș.a.

Ei au formă de plăci mici, bastonașe, rondelle, perle, având dimensiuni de la câțiva milimetri până la câțiva centimetri. Unii termistori au un înveliș de sticlă în care se află un gaz inert. Termistorii măsoară temperaturi cuprinse între $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $+400\text{ }^{\circ}\text{C}$.

În anumite intervale de temperatură variația rezistenței cu temperatura este liniară:

$$R_t = R_0(1 + A\theta) \Rightarrow \theta(^{\circ}\text{C}) = \frac{R_t - R_0}{AR_0}, \quad (1.4)$$

unde: R_t este rezistența măsurată la temperatura t ; R_0 este rezistența măsurată la temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$; A se numește *coeficient termic al rezistenței*, caracteristic materialului din care este confecționat termometrul cu rezistență.

În cazul termometrului cu rezistență, corpul termometric este firul metalic folosit și mărimea termometrică este rezistența lui.

3. **Termocuplul** se bazează pe producerea efectului termoelectric. Prin încălzirea sudurii a două metale diferite, galvanometrul, la care sunt legate capetele firelor care au fost sudate, indică trecerea unui curent electric. În anumite intervale de temperatură pentru anumite cupluri sudate, variația tensiunii termoelectromotoare care ia naștere, în funcție de temperatură, este liniară, fiind pozitivă sau negativă.

Un termocuplu cupru-constantan¹ măsoară temperaturi de la $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ până la $+400\text{ }^{\circ}\text{C}$. Termocuplul fier-constantan acoperă intervalul de temperaturi între $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ până la $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$, iar termocuplul platin-platin + rhodiu măsoară temperaturile între 0 și $+1300\text{ }^{\circ}\text{C}$.

În domenii restrânse de temperatură, variația tensiunii termoelectromotoare este liniară:

$$E_t = E_0 + St, \quad (1.5)$$

¹ Constantanul este un aliaj de nichel și cupru.

unde: E_t este tensiunea termoelectromotoare la temperatura t ; E_0 este tensiunea electromotoare la temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$; $S = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ se numește *sensibilitatea termocuplului* caracteristică fiecărui tip de sudură și se exprimă în $\mu\text{V/grad}$.

Corpul termometric îl constituie cele două metale sudate, iar mărimea termometrică este tensiunea termoelectromotoare.

4. **Pirometrul optic sau cu dispariție de filament** constă dintr-o lunetă în tubul căreia este montat un filtru de sticlă roșie și un mic bec. Filamentul becului este conectat la o baterie și un reostat. Rotind butonul reostatului, mărim treptat intensitatea curentului care trece prin filament. Îndreptat spre cuptorul unui furnal, de exemplu, când gradul de înroșire a filamentului egalează gradul de înroșire a fondului, vârful filamentului „dispare”. Pirometrul optic măsoară temperaturi cuprinse între $+700\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $+2100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

1. Un termometru cu mercur, greșit etalonat, introdus în gheața care se topește la presiune atmosferică normală, indică -5° , iar în apa care fierbe $+103^{\circ}$. Care este valoarea reală a temperaturii când el indică $27,5^{\circ}$?

Pe baza metodei de etalonare a unui termometru, putem scrie că temperatura reală θ , exprimată în $^{\circ}\text{C}$ este:

$$\theta(^{\circ}\text{C}) = \frac{100}{t_{100} - t_0} (t - t_0).$$

În acest caz: $t_0 = -5^{\circ}$, $t_{100} = +103^{\circ}$ și $t = 27,5^{\circ}$.

Înlocuind în relația pentru θ , obținem:

$$\theta(^{\circ}\text{C}) = \frac{100}{103 + 5} (27,5 + 5) = \frac{100}{108} \cdot 32,5 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

2. Temperatura unui corp este măsurată cu un termometru cu rezistență de cupru ($A = 43 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}$) pentru care $R_0 = 200\text{ }\Omega$. Ce temperatură are corpul atunci când rezistența termometrului devine $R_t = 225,6\text{ }\Omega$?

$$R = R_0(1 + At) \rightarrow \frac{R}{R_0} - 1 = At \text{ și } t = \frac{R - R_0}{R_0 A}.$$

Înlocuind numeric se obține $t = 29,8\text{ }^{\circ}\text{C}$.

3. Un termocuplu fier-constantan are tensiunea termoelectromotoare $E_1 = 5,4\text{ mV}$ la temperatura $t_1 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ și sensibilitatea $S = 50\text{ }\mu\text{V/K}$. Ce tensiune termoelectromotoare E_2 indică la temperatura $t_2 = 200\text{ }^{\circ}\text{C}$?

$$E_1 = E_0 + St_1$$

$$E_2 = E_0 + St_2$$

$$E_2 - E_1 = S(t_2 - t_1); \text{ rezultă } E_2 = E_1 + S(t_2 - t_1).$$

Înlocuind numeric: $E_2 = 5,4 + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 10,4\text{ mV}$.

Probleme propuse

1. Un termometru greșit etalonat, introdus în apă cu gheață, indică -6° , iar în apa care fierbe el arată $+109^\circ$. Experiența se desfășoară la presiune atmosferică normală. Care este temperatura reală, atunci când termometrul indică 40° ?

R: 40°C .

2. Un termometru cu lichid este gradat într-o scară de temperatură necunoscută. Introducând termometrul în apă cu gheață el indică 25° , iar în apă care fierbe 75° . Care va fi temperatura în $^\circ\text{C}$ atunci când termometrul indică 10° ?

R: -30°C .

3. Rezistența măsurată la temperatura $t_1 = 18^\circ\text{C}$ de un termometru cu rezistență de fier este $R_1 = 15\ \Omega$. La temperatura $t_2 = 54,1^\circ\text{C}$, rezistența termometrului este $R_2 = 18,25\ \Omega$. Care este coeficientul termic al fierului?

R: $6,73 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$.

4. La temperatura $t_1 = 100^\circ\text{C}$, tensiunea termoelectromotoare la care este cuplat un termocuplu cupru-constantan ($S = 41\ \mu\text{V/K}$) este $E_1 = 4,277\ \text{mV}$. Ce temperatură t_2 corespunde unei tensiuni termoelectromotoare $E_2 = 9,288\ \text{mV}$?

R: 222°C .

1.3. Calorimetrie

După cum am stabilit, două corpuri cu stări diferite de încălzire sunt în contact termic dacă își modifică starea de încălzire fără să se fi efectuat lucru mecanic. După un timp, corpurile aflate în contact termic ajung la aceeași stare de încălzire: se stabilește echilibrul termic.

În funcție de *natura* corpului (a substanței) echilibrul termic se realizează mai rapid sau mai încet.

Acea formă a schimbului de energie în urma căruia variază parametrul temperatură se numește *căldură* (Q).

Definiție

Căldura nu este formă de energie.

Calorimetria se ocupă cu măsurarea cădurilor schimbate între corpurile aflate în contact, a cădurilor specifice și a cădurilor latente specifice. Aceste măsurători se pot efectua pe baza *principiilor calorimetriei* pe care le vom enunța în cele ce urmează.

1. **Principiul echilibrului termic:** un sistem izolat ajunge, după un timp, în starea de echilibru termic când temperatura este aceeași în tot sistemul și nu iese de la sine din această stare.

2. **Principiul schimbului de căldură:** dacă mai multe corpuri sunt puse în contact, în procesul de stabilire a echilibrului termic, căldura cedată de corpurile mai calde este egală cu căldura primită de corpurile mai reci.

Acest principiu este exprimat prin *ecuația calorimetrică*:

$$Q_{\text{ced}} = Q_p \quad (1.6)$$

În cazurile în care schimbul de căldură este implicat în reacții chimice, cum sunt, de exemplu, arderile (de combustibili sau cele care au loc în organisme vii), se definește o mărime numită *putere calorică*, q :

$$q = \frac{Q}{m}, [Q]_{\text{SI}} = \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (1.7)$$

și este căldura degajată prin arderea unității de masă dintr-un combustibil.

Mărimile fizice care stabilesc o legătură cantitativă între căldura schimbată, Q , și variația temperaturii se numesc *coeficienți calorigi*; aceștia sunt capacitatea calorică și căldura specifică.

Definiție

Capacitatea calorică (notată cu C) este mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară pentru a varia (a crește sau a micșora) temperatura unui corp sau a unei substanțe cu o unitate (un grad).

$$C = \frac{Q}{\Delta t} \quad (1.8)$$

Unitatea de măsură în S.I. pentru capacitatea calorică este:

$$[C]_{\text{SI}} = \frac{[Q]_{\text{SI}}}{[\Delta t]_{\text{SI}}} = \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Definiție

Căldura specifică, notată cu c , este mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară unității de masă dintr-un corp sau dintr-o substanță pentru a-i varia temperatura cu o unitate.

$$c = \frac{Q}{m \Delta t} \quad (1.9)$$

Unitatea de măsură în S.I. pentru căldura specifică este:

$$[c]_{\text{SI}} = \frac{[Q]_{\text{SI}}}{[m]_{\text{SI}} [\Delta t]_{\text{SI}}} = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Căldura specifică este o mărime care caracterizează proprietățile termice ale substanței din care este alcătuit corpul indiferent de masa sa. Ea este o constantă de material. Relația dintre cei doi coeficienți calorigi rezultă din definițiile lor (1.8 și 1.9):

$$C = mc \quad (1.10)$$

În cazul gazelor, între valoarea cădurii specifice, când transferul de căldură are loc la volum constant, c_v , și când transferul are loc la presiune constantă, c_p , există o diferență, care va fi studiată în paragrafele următoare.

În cazul lichidelor, această diferență există și e sesizabilă prin măsurători cu grad mare de precizie.

La solide, această diferență nu mai există și, ca urmare, vom lucra cu o singură căldură specifică, c .

Din definiția cădurii specifice (1.9), pentru căldura schimbată rezultă relația:

$$Q = mc \Delta t \quad (1.11)$$

Întrucât căldura este o formă de schimb de energie, în S.I. se măsoară în jouli (J). În mod curent, pe lângă unitatea de măsură din S.I., se folosește o unitate tolerată, caloria (cal), sau multiplul ei kilocaloria (kcal).

Caloria este unitate de măsură tolerată a cădurii și este definită drept caloria de 15° (cal 15°), care reprezintă căldura necesară ridicării cu un grad a temperaturii unui gram de apă pură de la $14,5^\circ\text{C}$ la $15,5^\circ\text{C}$, prin încălzire izobară la presiunea atmosferică normală (1 atm).

O variație de temperatură a aceluiași sistem se poate realiza prin contact termic (schimb de căldură) sau prin efectuare de lucru mecanic (contact mecanic).

Dacă asupra unui sistem *izolat adiabatic* (care nu schimbă căldură cu exteriorul, $Q = 0$) se exercită o acțiune mecanică (pilirea unei piese) se constată că piesa respectivă se încălzește.

La transformarea lucrului mecanic în căldură, s-a constatat experimental de către mai mulți fizicieni (J.F. Joule în 1845 și savantul român Constantin Miculescu în 1891) că între lucrul mecanic consumat L (exprimat în J) și căldura Q rezultată (exprimată în cal 15°) există un raport constant,

$$J = \frac{L}{Q}.$$

exprimat în J/cal și care se numește *echivalent mecanic al caloriei*. Relația de echivalență este:

$$1 \text{ cal } 15^\circ = 4,18 \text{ J.} \quad (1.12)$$

Dispozitivul cu care se măsoară căldurile cedate sau primite într-un proces se numește *calorimetru*.

Definiție

În principiu, un calorimetru este astfel construit încât să permită schimbul de căldură între corpurile (substanțele) introduse în interiorul lui și să împiedice schimburile de căldură cu mediul exterior.

Să presupunem că un geolog vrea să determine căldura specifică a unei roci. În acest scop poate improviza un calorimetru. Folosește două vase de inox introduse unul în altul și le izolează prin suporturi de plută (fig. 1.4). În acest fel, stratul de aer asigură o bună izolare de mediul extern. Mai are nevoie de un termometru și de un agitator (un bețișor) pentru uniformizarea temperaturii. Eventual, se acoperă totul cu un capac.

Metoda amestecurilor pentru determinarea căldurii specifice a unui corp solid:

- se cântărește apa și se notează masa ei, m_a ;
- se ia temperatura inițială a apei, t_i ;
- se cântărește mostra de rocă a cărei căldură specifică, c_r , vrem s-o determinăm, masa ei fiind m_r ;
- introducem această mostră într-un vas cu apă pe care o aducem la fierbere și așteptăm ca roca să ia această temperatură, pe care o notăm cu t ;
- introducem mostra în apa din calorimetru și învărtim agitatorul până la stabilizarea temperaturii finale de echilibru θ (până când temperatura, după atingerea unui maxim, începe să scadă).

Conform ecuației calorimetrice (1.6), căldura cedată de mostra de rocă este egală cu căldura primită: de apa din calorimetru, de calorimetru, de termometru, de agitator și, în general, de tot ce se află în calorimetru, până la stabilirea temperaturii θ .

$$Q_{\text{ced}} = m_r c_r (t - \theta)$$

$$Q_p = m_a c_a (\theta - t_i) + (m_{\text{cal}} c_{\text{cal}} + m_t c_t + m_{\text{ag}} c_{\text{ag}} + \dots) (\theta - t_i).$$

Se notează: $(m_{\text{cal}} c_{\text{cal}} + m_t c_t + m_{\text{ag}} c_{\text{ag}} + \dots) = C$ și se numește *capacitatea calorică a calorimetrului și a accesoriilor sale*.

Uneori, se mai folosește și mărimea numită „echivalentul în apă a calorimetrului”, care este dată în kg; pentru a obține capacitatea calorică se înmulțește cu căldura specifică a apei, c_a .



Fig. 1.4.
Calorimetru cu termometru și agitator.

$$\text{deci: } m_r c_r (t - \theta) = m_a c_a (\theta - t_i) + C (\theta - t_i).$$

Din această relație se poate determina căldura specifică a mostrei de rocă c_r :

$$c_r = \frac{m_a c_a (\theta - t_i) + C (\theta - t_i)}{m_r (t - \theta)}.$$

Calorimetrele livrate laboratoarelor pentru cercetări au, de obicei, înscrisă pe fișa tehnică valoarea capacității calorimetrului și a accesoriilor sale.

Pentru un calorimetru improvizat, această mărime poate fi determinată printr-o metodă electrică.

Determinarea experimentală a capacității calorice a calorimetrului și a accesoriilor sale

Cântărim apa pe care o introducem în calorimetru, m_a . Cu termometrul măsurăm temperatura inițială a apei, t_i . Introducem un rezistor spiralat în calorimetru. Dacă se cunoaște rezistența rezistorului, R , cu ajutorul unui ampermetru legat în serie se măsoară intensitatea curentului I care trece prin rezistor. Dacă nu se cunoaște rezistența rezistorului, se folosește și un voltmetru legat în paralel, care măsoară tensiunea la borne, U . La trecerea curentului prin rezistor, se degajă căldură prin efect Joule. La pornirea curentului, declanșăm cronometrul și măsurăm timpul τ cât trece curentul prin rezistor. În acest timp se folosește și agitatorul pentru uniformizarea temperaturii. La închiderea curentului se citește temperatura finală a apei θ .

Căldura cedată prin efect Joule este:

$$Q_{\text{ced}} = R I^2 \tau = U I \tau$$

$$Q_p = m_a c_a (\theta - t_i) + C (\theta - t_i).$$

Din ecuația calorimetrică:

$$R I^2 \tau = U I \tau = m_a c_a (\theta - t_i) + C (\theta - t_i)$$

se poate determina capacitatea calorică a calorimetrului și a accesoriilor sale, C .

$$C = \frac{R I^2 \tau - m_a c_a (\theta - t_i)}{(\theta - t_i)} = \frac{U I \tau - m_a c_a (\theta - t_i)}{(\theta - t_i)}.$$

Căldura specifică a apei se ia $c_a = 1 \text{ cal/g} \cdot \text{grad}$ care, transformată în S.I., dă:

$$c_a = \frac{4,18 \text{ J}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{K}} = 4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}.$$

1. Se formează un sistem fizic din 5 corpuri (subsisteme) de mase m_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), călduri specifice c_i și temperaturi inițiale t_i . Să se stabilească expresia temperaturii de echilibru, θ .

Pe baza ecuației calorimetrice, scriem că suma algebrică a căldurilor schimbate este egală cu zero:

$$\sum_{i=1}^5 m_i c_i (\theta - t_i) = 0,$$

sau

$$\theta \sum_{i=1}^5 m_i c_i = \sum_{i=1}^5 m_i c_i t_i,$$

de unde rezultă:

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^5 m_i c_i t_i}{\sum_{i=1}^5 m_i c_i}$$

2. O cameră pierde prin pereți și ferestre 25 kJ într-un minut. Ce cantitate de lemne, cu puterea calorică 10 MJ/kg, trebuie arsă într-o sobă, care are randamentul de 20%, pentru ca temperatura camerei să se mențină constantă timp de 24 h?

Conform formulei (1.7), căldura cedată prin arderea lemnului este:

$$Q_c = m_l q_l$$

unde: m_l – este masa lemnului, q_l – puterea calorică a lemnului.

Din datele problemei rezultă că numai 20% din această căldură este folosită pentru încălzirea aerului din cameră.

Deci, căldura utilă, Q_u , este egală cu:

$$Q_u = 0,2 m_l q_l$$

Calculăm căldura pierdută în 24 h (86 400 s), Q_p :

$$60 \text{ s} \dots\dots\dots 25 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$86\,400 \text{ s} \dots\dots\dots Q_p$$

$$Q_p = \frac{25 \cdot 10^3 \cdot 864 \cdot 10^2}{60} = 36 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

Pentru ca temperatura camerei să rămână constantă trebuie ca:

$$Q_u = Q_p \rightarrow 0,2 m_l q_l = Q_p$$

$$\text{Înlocuind numeric, rezultă: } m_l = \frac{36 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 10^7} = 18 \text{ kg.}$$

Probleme propuse

1. În trei vase se află cantități egale de apă, având temperaturile: $t_1 = 0^\circ\text{C}$, $t_2 = 20^\circ\text{C}$ și $t_3 = 70^\circ\text{C}$. Apa se toarnă într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă. Care este temperatura de echilibru?

R: 30°C .

2. Cu câte grade se încălzesc 5 kg de apă dacă s-au ars 15 g de petrol lampant? Se cunosc: căldura specifică a apei, $c_a = 4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, și puterea calorică a petrolului lampant, $q = 43,1 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

R: 31 grade.

3. O bară de oțel de 1 kg, scoasă dintr-un cuptor, este introdusă într-un vas care conține 5 kg de apă aflată la 7°C . Care a fost temperatura cuptorului, dacă apa din vas se încălzește cu 15 grade? Se cunosc căldurile specifice, $c_a = 4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ și $c_o = 460 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.

R: $703,5^\circ\text{C}$.

4. Pentru încălzirea unei cărămizi de masă $m = 4 \text{ kg}$ cu 15 grade se absoarbe o căldură $Q = 50,15 \cdot 10^3 \text{ J}$. Să se calculeze căldura specifică a cărămizii.

R: $836 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.

5. O tonă de aliaj metalic cu căldura specifică $c_m = 900 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ se încălzește într-un cuptor de la $t_1 = 0^\circ\text{C}$ la $t_2 = 715^\circ\text{C}$. Stiind că se folosește drept combustibil păcura, cu puterea calorică $q = 40 \text{ MJ/kg}$, să se calculeze cantitatea de păcură consumată.

R: 16 kg.

6. Temperatura unui corp omogen cu masa de 1 kg, care primește căldura de 25 kJ, crește cu 50 de grade. Care este căldura specifică a corpului?

R: $500 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.

7. Până la ce înălțime ar putea să se ridice un corp de masă $m_c = 10^3 \text{ kg}$ dacă s-ar folosi integral căldura eliberată prin răcirea unui litru de apă de la temperatura $t_1 = 100^\circ\text{C}$ până la temperatura $t_2 = 20^\circ\text{C}$? ($\rho_a = 1000 \text{ kg/m}^3$, $c_a = 4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$; $g = 9,8 \text{ m/s}^2$).

R: 34 m.

8. Un calorimetru cu capacitatea calorică $C = 125 \text{ J/K}$ conține apă cu masa $m_a = 0,5 \text{ kg}$ la temperatura $t_1 = 20^\circ\text{C}$. În calorimetru se introduce o bucată de aluminiu cu masa $m_{Al} = 40 \text{ g}$, având temperatura $t_2 = 80^\circ\text{C}$. Ce temperatură finală se stabilește în calorimetru? ($c_{Al} = 920 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$).

R: 21°C .

1.4. Fenomene termice*

1.4.1. Dilatarea

Prin încălzirea corpurilor solide sau a fluidelor, dimensiunile lor cresc.

Variația dimensiunilor unui corp prin încălzire se numește *dilatare termică*.

A. Dilatarea corpurilor solide

Prin încălzirea unei tije metalice subțiri, se constată că alungirea ei, Δl , depinde de:

– variația temperaturii, Δt ;

	lungimea la 0°C $l_0(\text{m})$	lungimea la 50°C $\Delta l(\text{mm})$	lungimea la 100°C $\Delta l(\text{mm})$
fier	1	0,6	1,2

– lungimea la 0°C , l_0 ;

	lungimea la 0°C $l_0(\text{m})$	lungimea la 100°C $\Delta l(\text{mm})$
fier	1	1,2
fier	2	2,4

– natura corpului (printr-un coeficient de dilatare termică, α);

	lungimea la 0°C $l_0(\text{m})$	lungimea la 100°C $\Delta l(\text{mm})$	$\alpha(\text{K}^{-1})$
fier	1	1,2	$12 \cdot 10^{-6}$
cupru	1	1,6	$17 \cdot 10^{-6}$

Coeficientul de dilatare liniar α este o constantă de material și are, pentru solide, valori foarte mici, de ordinul 10^{-6} K^{-1} .

Extindere tematică.

Relația dintre alungire, lungimea la 0 °C și variația temperaturii, în cazul dilatării liniare, se scrie:

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta t = l_0 \alpha \Delta T; \alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}.$$

Coefficientul de dilatare linear este variația relativă a lungimii la o variație unitate a temperaturii (1 K).

Dacă se încălzește de la 0 °C, atunci:

$\Delta l = l - l_0 = l_0 \alpha t = l_0 \alpha (T - T_0)$ de unde lungimea, la o anumită temperatură t , mereu aceeași, se exprimă prin relația:

$$l = l_0 (1 + \alpha t). \quad (1.13)$$

$(1 + \alpha t)$ se mai numește *binom de dilatare termică*.

De obicei, încălzirea are loc la temperaturi diferite de 0 °C (de exemplu, temperatura camerei), atunci:

$$l_1 = l_0 (1 + \alpha t_1), l_2 = l_0 (1 + \alpha t_2) \\ \Rightarrow \Delta l = l_2 - l_1 = l_0 \alpha (t_2 - t_1) = l_0 \alpha \Delta t.$$

În cazul răcirii, corpurile se contractă. De exemplu, turnul Eiffel se contractă în timpul iernii cu 5,4 cm (fig. 1.5).

Pentru corpurile care au aceleași proprietăți fizice pe orice direcție (corpuri izotrope), dilatarea decurge după relația (1.13), pe orice direcție, forma rămânând aceeași.

Pentru o placă subțire (de forma unui pătrat) sau pentru un cub, raportul arilor, respectiv al volumelor la diferite temperaturi (neglijând valorile foarte mici ale lui α^2 respectiv α^3), va fi:

$$\frac{A}{A_0} = (1 + \alpha t)^2 \approx 1 + 2\alpha t \\ \text{sau} \quad A = A_0 (1 + 2\alpha t) \quad (1.14)$$

$$\text{și} \quad \frac{V}{V_0} = (1 + \alpha t)^3 \approx 1 + 3\alpha t$$

sau:

$$V = V_0 (1 + 3\alpha t) = V_0 (1 + \gamma t) \quad (1.15)$$

$\gamma = 3\alpha$ se numește *coeficient de dilatare în volum*.

B. Variația densității cu temperatura

$$\text{Întrucât } \rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 V_0}{V_0 (1 + \gamma t)} = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t} = \frac{\rho_0 (1 - \gamma t)}{1 - \gamma^2 t^2} \approx \rho_0 (1 - \gamma t),$$

deci:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t} \quad (1.16)$$

unde ρ_0 este densitatea la 0 °C.

Prin încălzire, alungirea relativă este:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \Delta t.$$

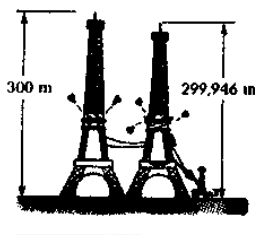


Fig. 1.5.

Forța care apare la o asemenea dilatare este dată de legea lui Hooke:

$$F = \frac{ES_0}{l_0} \Delta l \rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{ES_0};$$

deci, pentru a readuce o bară la dimensiunile inițiale i se aplică o forță:

$$F = ES_0 \alpha \Delta t \quad (1.17)$$

C. Dilatarea lichidelor

Deoarece lichidele nu au formă proprie, la încălzire ele își modifică volumul. Când măsurăm dilatarea lichidului, trebuie să ținem seama că el se găsește într-un vas care, la rândul său, se dilată prin încălzire. Deci, variația aparentă a volumului de lichid, ΔV_a , este:

$$\Delta V_a = \Delta V_l - \Delta V_v; \Delta V_a = V_0 \gamma_a \Delta t; \gamma_a = \frac{\Delta V_a}{V_0 \Delta t}$$

de unde rezultă

$$\gamma_l = \gamma_v + \gamma_a \quad (1.18)$$

în care: γ_l – coeficientul de dilatare real al lichidului; γ_v – coeficientul de dilatare în volum a vasului ce conține lichidul; γ_a – coeficientul de dilatare aparent.

D. Anomaliile dilatării apei

Anomaliile dilatării apei se datorează structurii moleculare, modului diferit de asociere a moleculelor apei la diferite temperaturi. Ca urmare:

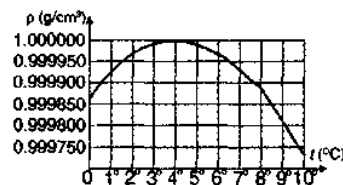


Fig. 1.6, a. Variația densității apei cu temperatura.

– La ≈ 4 °C, volumul este minim și densitatea maximă (1000 kg/m³). Variația densității apei cu temperatura poate fi urmărită în figura 1.6, a. De la 4 °C la 0 °C apa se dilată în loc să se contracte.

– Prin solidificare, apa își mărește volumul, deci își micșorează densitatea. În concluzie, densitatea gheții este mai mică decât a apei.

Prin înghețarea unui litru de apă se obțin 1,1 l de gheață. În acest fel, apa de la ploi, care pătrunde în fisurile existente în roci, când îngheață, mărindu-și volumul, fărâmițează rocile.

Faptul că densitatea gheții este mai mică decât a apei are mare importanță în biologie. În timpul iernii, gheața rămâne deasupra apei râurilor și lacurilor. Apa de sub crusta de gheață are temperaturi mai mari, permițând desfășurarea activității subacvatice a viețuitoarelor (fig. 1.6, b).

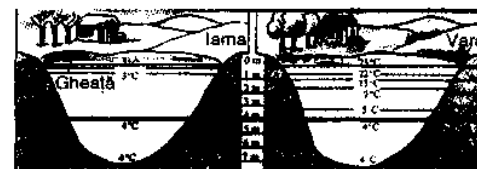


Fig. 1.6, b. În adâncime temperatura se menține constantă la 4 °C.

1. Două bare, de natură diferită, având coeficienți de dilatare liniară α_1 și, respectiv, α_2 , sunt sudate cap la cap. La 0°C , lungimea sistemului este L_0 , iar la temperatura t_1 , lungimea este L_1 . Să se exprime lungimile fiecărei bare la 0°C , l_{01} și l_{02} .

Din datele problemei, se poate scrie:

$$L_0 = l_{01} + l_{02} \Rightarrow l_{02} = L_0 - l_{01},$$

$$L_1 = l_1 + l_2 = l_{01}(1 + \alpha_1 t_1) + l_{02}(1 + \alpha_2 t_1).$$

Rezultă:

$$L_1 = L_0 + t_1(l_{01}\alpha_1 + l_{02}\alpha_2)$$

$$\frac{L_1 - L_0}{t_1} = l_{01}\alpha_1 + \alpha_2(L_0 - l_{01})$$

$$\frac{L_1 - L_0}{t_1} - \alpha_2 L_0 = l_{01}(\alpha_1 - \alpha_2) \Rightarrow l_{01} = \frac{L_1 - L_0(1 + \alpha_2 t_1)}{t_1(\alpha_1 - \alpha_2)} \text{ și } l_{02} = \frac{L_0(1 + \alpha_1 t_1) - L_1}{t_1(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

2. Două vase comunicante identice sunt umplute cu un lichid, având temperatura t_1 . Unul dintre vase se încălzește până la temperatura t_2 , înălțimea lichidului din acest vas fiind h_2 , iar celălalt se menține la temperatura constantă t_1 , având înălțimea h_1 . Să se exprime coeficientul de dilatare în volum, γ .

Problema rezumă, de fapt, descrierea metodei experimentale de determinare a coeficientului de dilatare în volum, γ , al unui lichid, cunoscută sub numele de metoda Dulong și Petit.

Cantitatea de lichid din ambele vase este aceeași:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2,$$

sau
$$\frac{\rho_0}{1 + \gamma t_1} h_1 S = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t_2} h_2 S \Rightarrow \frac{h_1}{1 + \gamma t_1} = \frac{h_2}{1 + \gamma t_2}$$

de unde rezultă:
$$\gamma = \frac{h_2 - h_1}{h_1 t_2 - h_2 t_1}.$$

3. La capătul unei sârme de fier este prinsă o sferă de masă m . Aria secțiunii sârmei este S_0 și lungimea l . Cu ce viteză unghiulară ω trebuie învârtită în plan orizontal sfera legată de sârmă, pentru ca temperatura să scadă cu Δt și lungimea sârmei să rămână aceeași? (Sunt cunoscute α și E .)

Contractarea termică a sârmei este compensată de dilatarea elastică sub acțiunea forței centrifuge.

Conform relației (1.17):

$$m\omega^2 l = ES_0 \alpha \Delta t$$

de unde rezultă:
$$\omega = \sqrt{\frac{ES_0 \alpha \Delta t}{ml}}.$$

Probleme propuse

1. Un conductor electric de cupru cu $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, este întins între doi stâlpi, aflați la distanța $d = 25 \text{ m}$ unul de altul. Ce lungime l_1 va trebui să aibă conductorul în timpul verii ($t_1 = 50^\circ\text{C}$), pentru ca, în timpul iernii ($t_2 = -30^\circ\text{C}$), lungimea conductorului să fie egală cu distanța dintre stâlpi?

R: 25,03 m.

2. Cu cât se va lungi un fir de fier ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$) care are lungimea de 170 m la 0°C , când trece de la minus 15°C la $+30^\circ\text{C}$?

R: 9,18 cm.

3. În două vase comunicante se toarnă petrol ($\alpha = 10 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$). O ramură este menținută la temperatura constantă de 0°C și înălțimea coloanei de petrol este de 40 cm. La ce temperatură trebuie încălzită cealaltă ramură, pentru ca diferența de nivel dintre cele două ramuri să fie de 2 cm?

R: 50°C .

4. La temperatura de 20°C , volumul unui balon de sticlă (până la un anumit reper de pe gâtul lui) este de 100 cm^3 . Balonul este umplut până la acest nivel cu un lichid al cărui coeficient de dilatare în volum este $120 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Coeficientul de dilatare liniar al sticlei este $8 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Cu cât se va deplasa lichidul pe gâtul balonului, dacă temperatura se va ridica la 40°C și aria secțiunii transversale a gâtului balonului este de 1 mm^2 și poate fi considerată constantă?

R: 235 cm.

1.4.2. Fenomene superficiale

Un lichid turnat într-un vas, aflat numai sub acțiunea forței gravitaționale, are suprafața liberă orizontală. Lichidul este mărginit de vaporii saturați aflați deasupra lui și de pereții vasului. În cazul în care se toarnă două lichide nemiscibile, suprafața dintre ele este orizontală.

Fenomenele legate de suprafața de separare dintre lichid și mediul înconjurător (gaz, solid, lichid) se numesc *fenomene superficiale*.

Vom studia fenomenele la suprafața de separare lichid-gaz și lichid-solid.

A. Tensiunea superficială

În interiorul lichidului, fiecare moleculă este uniform atrasă în toate direcțiile de moleculele aflate în sfera ei de acțiune, rezultanta acestor forțe de atracție fiind nulă.

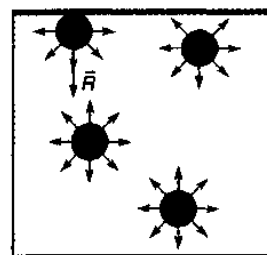


Fig. 1.7.

Toate moleculele situate la suprafața liberă a lichidului, într-un strat de grosime egală cu raza sferei de acțiune moleculară, numit *strat superficial*, sunt supuse unor acțiuni diferite.

Forțele de interacțiune dintre moleculele gaz-lichid sunt mai slabe decât forțele de interacțiune dintre moleculele lichid-lichid. Deci, asupra moleculelor din stratul superficial acționează o forță rezultantă îndreptată spre interiorul lichidului pe direcție verticală.

La echilibru, suprafața liberă este perpendiculară pe direcția forței rezultante (fig. 1.7).

Mărima forței rezultante raportată la unitatea de arie dă naștere unei presiuni, numită presiune internă (p_i) care este de aproximativ 11 000 atm și explică de ce lichidele sunt incompresibile.

Permanent, datorită agitației termice, molecule din stratul superficial trec în interiorul lichidului și molecule din interiorul lichidului trec în stratul superficial.

Când moleculele trec din stratul superficial în interiorul lichidului, deplasarea fiind pe direcția și în sensul forței rezultante ($\alpha = 0$), lucrul mecanic L este pozitiv, iar aria stratului superficial se micșorează.

La trecerea moleculelor din interiorul lichidului în stratul superficial ($\alpha = \pi$), lucrul mecanic este negativ și aria stratului superficial se mărește.

$$\begin{aligned} \downarrow \quad L > 0 \rightarrow \Delta S < 0 \\ \uparrow \quad L < 0 \rightarrow \Delta S > 0 \end{aligned} \Rightarrow L = -\sigma \Delta S. \quad (1.19)$$

Constanta de proporționalitate σ depinde de natura lichidului și se numește *coeficient de tensiune superficială* ($\sigma > 0$). Relația (1.19) dă și semnificația fizică a coeficientului de tensiune superficială; dacă $\Delta S = 1$, rezultă $\sigma = -L$, deci:

Coeficientul de tensiune superficială σ a unui lichid este o mărime fizică numeric egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a mări arii stratului superficial al unui lichid cu o unitate.

Definiție

Din aceeași relație găsim unitățile de măsură ale coeficientului de tensiune superficială:

$$[\sigma]_{SI} = \frac{[L]_{SI}}{[\Delta S]_{SI}} = \frac{J}{m^2} = \frac{N \cdot m}{m^2} = \frac{N}{m}.$$

Din mecanică știm că dacă se efectuează lucru mecanic energia potențială scade:

$$L = -\Delta E_p, \quad (1.20)$$

de unde rezultă

$$\Delta E_p = \sigma \Delta S. \quad (1.21)$$

Cum starea de echilibru stabil este definită prin minimul energiei potențiale, înseamnă că, pentru același lichid, starea de echilibru se realizează prin micșorarea ariei stratului superficial. Suprafața sferică este suprafața a cărei arie este minimă pentru un volum dat. De aceea, picăturile mici de lichid au formă sferică. Micșorarea ariei acestei suprafețe libere este realizată de o forță numită *forță de tensiune superficială*, F_σ . Ea se datorează forței de atracție dintre moleculele din stratul superficial, forțe tangente la suprafața liberă. Stratul superficial se comportă ca o membrană elastică, ea tinzând să micșoreze suprafața liberă a lichidului.

Numeroase exemple pun în evidență existența acestei forțe de tensiune superficială:

- La spargerea unui termometru cu mercur, observăm cum mercurul se împrăștie sub formă de mici picături.
- Picăturile de ploaie, în cazul căderii uniforme, se transformă în picături sferice sub acțiunea forței de tensiune superficială.
- Într-un amestec de alcool cu apă, introducăm cu ajutorul unei pipete glicerină. Când densitatea

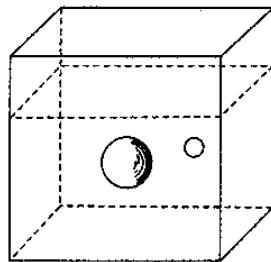


Fig. 1.8. Glicerina într-o soluție de alcool cu apă ia forme perfect sferice.

glicerinei devine egală cu densitatea amestecului, glicerina ia forme perfect sferice sub acțiunea doar a forței de tensiune superficială (fig. 1.8).

- Introducem într-o soluție glicerică (un amestec de săpun, glicerină și zahăr în apă – cu ajutorul căruia se pot realiza membrane subțiri persistente) un inel de sârmă și apoi îl extragem cu atenție, astfel încât să obținem o membrană, pe care așezăm un ochi de ață. Apoi, cu un ac, spargem membrana în interiorul ochiului de ață. Firul de ață ia o formă circulară sub acțiunea forțelor de tensiune superficială (fig. 1.9).

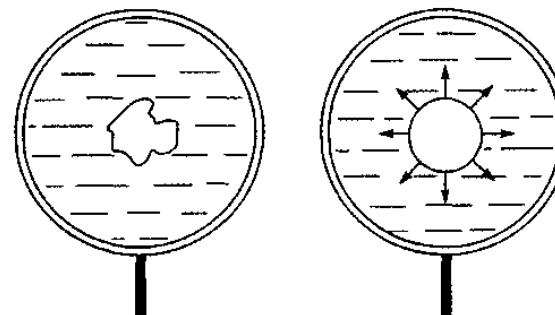


Fig. 1.9. Spargând membrana glicerică în interiorul unui ochi de ață așezat pe membrană, acesta ia o formă circulară.

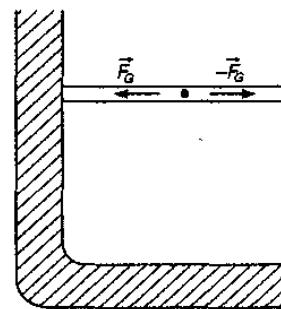


Fig. 1.10.

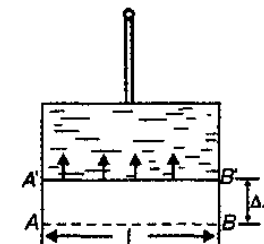


Fig. 1.11. Lucrul mecanic efectuat de o peliculă.

Forțele de tensiune superficială acționează în planul stratului superficial (fig. 1.10).

Pentru a determina expresia forței de tensiune superficială, efectuăm următorul experiment: folosim un cadru de sârmă subțire ca în figura 1.11, pe care prindem o latură de sârmă subțire mobilă AB , de lungime l .

Introducem cadrul într-o soluție glicerică. Ținând cadrul în poziție verticală greutatea este echilibrată de forța de tensiune superficială care acționează tangent la suprafața peliculei.

Când așezăm cadrul în poziție orizontală, latura mobilă AB se mișcă micșorând aria peliculei. Această deplasare Δx se realizează numai sub acțiunea forței de tensiune superficială, lucrul mecanic efectuat fiind $F_\sigma \cdot \Delta x$. Conform relației 1.19:

$$F_\sigma \Delta x = \sigma \Delta S.$$

Dacă grosimea sârmei nu este neglijabilă, pe cadru se prind două pelicule și, în acest caz,

$$\Delta S = 2l \Delta x.$$

În cazul în care neglijăm grosimea sârmei și considerăm că s-a format o singură peliculă,

$$\Delta S = l \Delta x.$$

În primul caz rezultă

$$F_{\sigma} = \sigma \cdot 2l$$

și în al doilea caz

$$F_{\sigma} = \sigma \cdot l.$$

(1.22)

În general, *forța de tensiune superficială este egală cu produsul dintre coeficientul de tensiune superficială și lungimea conturului suprafeței libere.*

Definiție

Din relația (1.22) se poate deduce și o altă semnificație fizică pentru coeficientul de tensiune superficială:

$$\sigma = \frac{F_{\sigma}}{l}; \quad [\sigma]_{SI} = \frac{N}{m}.$$

Coeficientul de tensiune superficială este numeric egal cu forța exercitată pe unitatea de lungime.

Valoarea coeficientului de tensiune superficială depinde de temperatură. O dată cu creșterea temperaturii, crescând agitația termică a moleculelor, forțele de interacțiune dintre ele se micșorează și coeficientul de tensiune superficială scade.

În tabel sunt date valorile coeficientului de tensiune superficială, în N/m, ale unor lichide la diferite temperaturi.

Tabel cu valorile coeficientului de tensiune superficială, σ , în N/m

	20 °C	40 °C
Apă	$72,8 \cdot 10^{-3}$	$69,5 \cdot 10^{-3}$
Alcool etilic	$22,3 \cdot 10^{-3}$	$20,2 \cdot 10^{-3}$
Mercur	$480 \cdot 10^{-3}$	$468,2 \cdot 10^{-3}$

B. Fenomene capilare

Dacă lichidul se toarnă într-un vas cu deschidere mai largă, suprafața liberă este orizontală, dar la contactul lichidului cu pereții vasului, trebuie să luăm în considerare interacțiunile dintre moleculele lichid-solid și cele dintre moleculele lichid-lichid.

Interacțiunile dintre moleculele lichid-solid se numesc *forțe de adeziune*, $\vec{F}_a$, care sunt perpendiculare pe pereții vasului și interacțiunile dintre moleculele lichid-lichid se numesc *forțe de coeziune*, $\vec{F}_c$.

În funcție de mărimea acestor forțe, la suprafața de contact lichid-solid, suprafața liberă se curbează formând un *menisc*.

– În cazul în care $\vec{F}_a > \vec{F}_c$, rezultanta are direcția ilustrată în figura 1.12, a, care trebuie să fie perpendiculară la suprafața liberă și determină un *menisc concav* (apa, de exemplu). Se spune că aceste lichide *udă pereții vasului*.

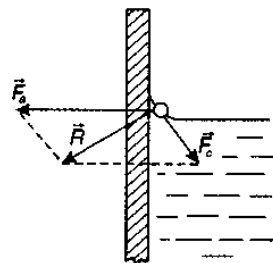


Fig. 1.12, a. Formarea meniscului concav.

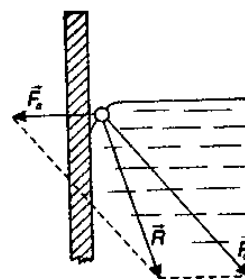


Fig. 1.12, b. Formarea meniscului convex.

– Dacă $\vec{F}_c > \vec{F}_a$ (figura 1.12, b), suprafața liberă așezându-se perpendicular pe rezultanta lor, formează un *menisc convex* și se spune că lichidele *nu udă pereții vasului* (de exemplu, mercur).

Unghiul format de tangenta la menisc în punctul de contact și peretele vasului se numește *unghi de racordare*, α .

În cazul lichidelor care udă pereții vasului, unghiul de racordare $\alpha < \frac{\pi}{2}$ (fig. 1.13, a), iar în cazul lichidelor care nu udă pereții vasului, unghiul de racordare $\alpha > \frac{\pi}{2}$ (fig. 1.13, b).

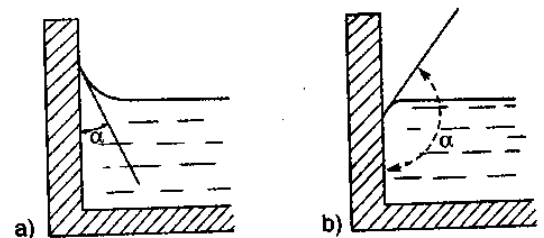


Fig. 1.13. Meniscul format de suprafața liberă a lichidului în apropierea peretelui vasului: a) menisc concav – lichidul udă pereții vasului; b) menisc convex – lichidul nu udă pereții vasului.

Dacă diametrele vaselor devin din ce în ce mai mici, meniscul, concav sau convex, devine din ce în ce mai vizibil. Tuburile ale căror diametre nu trec de un milimetru se numesc *tuburi capilare*, întrucât secțiunile lor au ordinul de mărime al unui fir de păr.

Sub orice menisc curb ia naștere o *presiune suplimentară*.

Sub meniscul concav, lichidul tinde să ia suprafața liberă orizontală, deci presiunea suplimentară este îndreptată în sus (spre centrul de curbura) și determină urcarea lichidelor care udă pereții vasului.

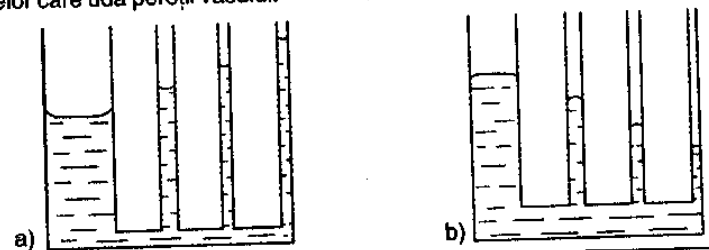


Fig. 1.14. a) În tuburile capilare, lichidele care udă peretele vasului se înalță cu atât mai sus cu cât diametrul tubului este mai mic. b) În tuburile capilare, lichidele care nu udă peretele vasului coboară cu atât mai mult cu cât diametrul tubului este mai mic.

Analog, pentru lichidele care nu udă pereții vasului, presiunea suplimentară fiind îndreptată spre centrul de curbură al meniscului, determină coborârea lichidelor în vasele capilare.

Experiența arată că înălțimea la care se ridică sau coboară lichidele în tuburile capilare și raza capilarului sunt legate prin relația $h \cdot r = \text{const.}$, cunoscută ca *legea lui Jurin* (fig. 1.14, a, b).

Pentru a determina înălțimea la care urcă lichidele care udă pereții vasului într-un tub capilar, introducem tubul într-un vas cu deschidere mai largă. Considerând că lichidul udă perfect pereții vasului ($\alpha = 0$), meniscul într-un tub este o semisferă (fig. 1.15).

La echilibru:

$$\begin{aligned} G &= F_s \\ \rho V g &= \sigma \cdot 2\pi r, \\ \rho \pi r^2 h g &= \sigma \cdot 2\pi r, \end{aligned}$$

de unde rezultă:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \quad (1.23)$$

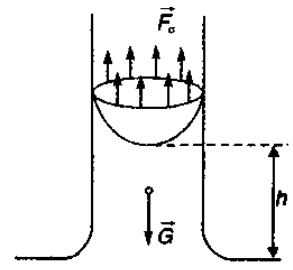


Fig. 1.15. Ascensiunea capilară este determinată de forțele de tensiune superficială de pe conturul meniscului.

Relația reprezintă *legea lui Jurin*, care exprimă înălțimea la care urcă sau coboară lichidele în tuburile capilare.

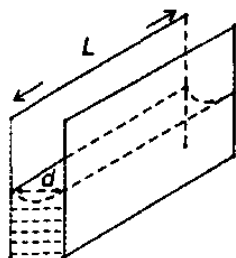


Fig. 1.16. Menisc cilindric între două plăci plan-paralele.

Între două plăci plan-paralele de lățime L , apropiate la o distanță mică, d , și scufundate într-un lichid care udă pereții vasului, se formează menisc cilindric (fig. 1.16).

Pentru a determina înălțimea la care se ridică lichidul între aceste două plăci, procedăm ca în cazul tubului capilar:

$$\begin{aligned} G &= F_s \\ \rho V g &= \sigma(2L + 2d); \\ \rho L d h g &= \sigma(2L + 2d); \end{aligned}$$

deoarece $d \ll L$, relația se poate scrie

$$\rho L d h g = 2\sigma L,$$

de unde rezultă:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho d g} \quad (1.24)$$

Cu ajutorul legii lui Jurin, să exprimăm presiunea suplimentară, p_s , care ia naștere sub meniscul sferic din tubul capilar și, respectiv, meniscul cilindric dintre două plăci plan-paralele.

Cufundăm tubul capilar într-un vas mai larg în care se găsește un lichid ce nu udă pereții vasului. Lichidul va coborî în tubul capilar până când presiunile din vas se vor echilibra cu presiunile din tubul capilar (fig. 1.17):

$$\underbrace{p_0 + \rho g h}_{\text{în vas}} = \underbrace{p_0 + p_s}_{\text{în tub}} \rightarrow p_s = \rho g h.$$

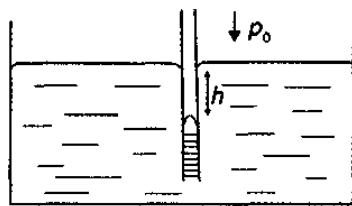


Fig. 1.17. Lichidul care nu udă pereții vasului coboară în vasele capilare.

Înlocuind pe h din legea lui Jurin (1.23) obținem:

$$p_s = \frac{2\sigma}{r}.$$

Deci, presiunea suplimentară sub un menisc sferic, p_{sferic} , este:

$$p_{\text{sferic}} = \frac{2\sigma}{r} \quad (1.25)$$

În cazul celor două plăci se scrie, de asemenea, echilibrul presiunilor și, înlocuind cu h dat de relația (1.24), se obține:

$$p_s = \frac{2\sigma}{d}.$$

Dacă r este raza meniscului cilindric, $d = 2r$ și presiunea suplimentară sub un menisc cilindric $p_{\text{cilindric}}$ este:

$$p_{\text{cilindric}} = \frac{\sigma}{r} \quad (1.26)$$

Menționăm că relațiile (1.25) și (1.26) se scriu corect:

$$p_{\text{sferic}} = \frac{2\sigma}{R} \text{ și } p_{\text{cilindric}} = \frac{\sigma}{R},$$

unde R este raza de curbură a meniscului sferic, respectiv cilindric.

Însă, așa cum se vede în figura 1.18, relația dintre R și r se stabilește ușor:

$$r = R \cos \alpha \text{ și } p_{\text{sferic}} = \frac{2\sigma}{r} \cos \alpha; \quad p_{\text{cilindric}} = \frac{\sigma}{r} \cos \alpha.$$

Deci, relațiile (1.25) și (1.26) sunt corecte când unghiul de racordare este egal cu zero (lichide care udă pereții perfect) sau egal cu π (lichide care nu udă deloc).

Capilaritatea este importantă în multe procese biologice ca, de exemplu, ascensiunea apei din rădăcinile unei plante la frunze (unde participă parțial și presiunea osmotică), pomparea sângelui, la mamifere și om, prin vene și artere.

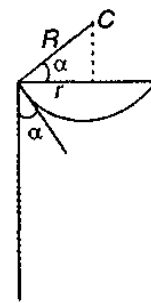


Fig. 1.18. Raza meniscului diferă de raza capilarului pentru un unghi de racordare α .

C. Metode de determinare a coeficientului de tensiune superficială

1. *Metoda de determinare folosind legea lui Jurin.* Se alege un tub capilar a cărui rază, r , este cunoscută și se introduce în lichidul a cărui densitate se cunoaște. Se măsoară înălțimea h la care se ridică lichidul în tub și coeficientul de tensiune superficială se calculează din relația:

$$\sigma = \frac{\rho g r h}{2}.$$

2. *Metoda picăturilor (stalagmometrică, fig. 1.19).*

Se poate folosi și o pipetă simplă de rază r , reglând cu degetul formarea și desprinderea picăturilor. Picătura se desprinde atunci când greutatea ei egalează forța de tensiune superficială:

$$mg = \sigma \cdot 2\pi r.$$

Pentru mai multă precizie, se cântăresc 30–50 de picături a căror masă, M , va fi egală cu numărul, N , de picături înmulțite cu masa unei picături m :

$$M = Nm \Rightarrow m = \frac{M}{N}.$$

Înlocuind în (1.27), se obține relația care permite calcularea coeficientului de tensiune superficială:

$$\sigma = \frac{Mg}{2\pi rN}.$$

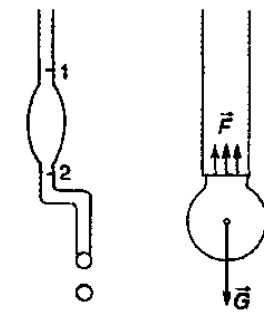


Fig. 1.19. Stalagmetru.

1. Să se exprime lucrul mecanic necesar spargerii unei picături sferice de mercur de rază R în N picături sferice identice, coeficientul de tensiune superficială a mercurului fiind σ .

Conform relației (1.19),

$$L = \sigma \Delta S = \sigma (N 4\pi r^2 - 4\pi R^2); M = Nm.$$

$$\text{sau } \rho \frac{4}{3}\pi R^3 = N \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{R^3}{N}; r = \frac{R}{N^{1/3}}.$$

$$\text{Deci: } L = 4\pi\sigma R^2 \left(N^{1/3} - 1 \right); L = 4\pi\sigma R^2 \left(\sqrt[3]{N} - 1 \right).$$

2. Ce presiune are aerul din interiorul unui balon, obținut prin suflare de soluție glicerică, având coeficientul de tensiune superficială σ , dacă balonul are forma unei sfere de rază R , iar presiunea atmosferică este p_0 ?

Un balon de săpun este format din două pelicule sferice, foarte apropiate una de alta, cu lichid între ele. Datorită tensiunii superficiale, peliculele tind să se contracte, comprimând aerul din interior, astfel că presiunea internă crește. Sub această suprafață curbă ia naștere o presiune suplimentară $p_c = \frac{4\sigma}{R}$ îndreptată spre centrul de curbură. La echilibru (pentru ca balonul să nu „explodeze” sau să nu implozeze), presiunea externă este egală cu presiunea aerului din interior:

$$p_{\text{int}} = p_0 + \frac{4\sigma}{R}.$$

3. Pe fundul unui vas există o crăpătură de lățime a , mult mai mică decât lungimea ei, l . Până la ce înălțime se poate turna un lichid cu densitatea ρ și coeficientul de tensiune superficială σ , astfel încât acesta să nu curgă prin crăpătură?

Când greutatea coloanei de lichid, cu aria suprafeței crăpăturii a și înălțimea h , egalează forța de tensiune superficială care acționează pe tot conturul crăpăturii $(2a + 2l)$, lichidul începe să curgă:

$$M \cdot g = F_\sigma;$$

$$\rho a l h g = \sigma (2a + 2l).$$

deoarece $a \ll l \Rightarrow \rho a l h g = \sigma 2l$

$$\text{de unde rezultă } h = \frac{2\sigma}{\rho a g}.$$

4. Într-un capilar de rază r , deschis la ambele capete, se găsește apă (fig. 1.20). De câte ori este mai mare înălțimea coloanei de lichid, h , decât înălțimea de ascensiune capilară, $h_{\text{asc. cap.}}$, când meniscul inferior este concav?

Coloana de lichid de înălțime h este în echilibru când:

$$p_0 + \rho g h - \frac{2\sigma}{r} = p_0 + \frac{2\sigma}{r},$$

$$\text{de unde rezultă: } h = \frac{4\sigma}{\rho g r}.$$

În cazul când meniscul inferior este plan:

$$p_0 + \rho g h_{\text{asc. cap.}} - \frac{2\sigma}{r} = p_0 \Rightarrow h_{\text{asc. cap.}} = \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

$$\text{Răspunsul cerut este: } \frac{h}{h_{\text{asc. cap.}}} = 2.$$

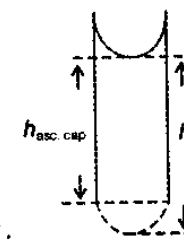


Fig. 1.20.

5. Câte picături de lichid pot curge dintr-un capilar de rază r , dacă înălțimea coloanei de lichid este h ?

Știm că: $M = Nm$;

$$\text{dar } M = \rho V \text{ și } mg = \sigma 2\pi r \Rightarrow m = \frac{\sigma 2\pi r}{g}.$$

$$\text{Rezultă: } N = \frac{\rho g}{2\sigma} h = \frac{h}{h_{\text{asc. cap.}}}.$$

6. Între două plăci ude, cu aria suprafeței S , grosimea stratului de apă este d (fig. 1.21). Ce forță trebuie aplicată pentru a dezlipi cele două plăci?

După cum se vede în figură, presiunea între plăci este mai mică decât cea care acționează din exterior cu $\frac{2\sigma}{d}$. Excesul de presiune lipește plăcile și, pentru a le desprinde, forța cu care trebuie să acționăm, pe direcție perpendiculară la suprafața plăcilor, este:

$$F = \Delta p S = \frac{2\sigma}{d} S.$$

Știm, însă, din experiență, că prin lunecare, le putem desprinde ușor.



Fig. 1.21.

Probleme propuse

1. Ce energie se eliberează la contopirea picăturilor mici de apă, de formă sferică, având raza $r = 2 \cdot 10^{-3}$ mm, într-o picătură sferică mai mare, cu raza $R = 2$ mm? $\sigma_a = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m.

R: $3,66 \cdot 10^{-3}$ J.

2. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a mări de 8 ori volumul unei bule de săpun de rază r , cunoscând coeficientul de tensiune superficială, σ ?

R: $12 \pi r^2 \sigma$.

3. În două tuburi capilare în formă de U, unul dintre brațe, de diametru interior $d_1 = 2,8$ mm, și celălalt de diametru interior $d_2 = 0,1$ mm, se introduce apă. Să se determine diferența nivelurilor apei în cele două tuburi capilare, cunoscând densitatea apei $\rho = 1000$ kg/m³, coeficientul de tensiune superficială al apei $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m și $g = 9,8$ m/s².

R: 28,7 cm.

4. Într-un tub capilar cu diametrul de $d = 0,5$ mm, petrolul urcă până la înălțimea h . Care este această înălțime dacă se cunoaște densitatea petrolului $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ kg/m³, coeficientul de tensiune superficială $\sigma = 24,5 \cdot 10^{-3}$ N/m și $g = 9,8$ m/s².

R: 2,5 cm.

5. Trei tuburi capilare comunicante ca în figura 1.22, având razele în raportul $r_1 : r_2 : r_3 = 1 : 2 : 3$, conțin apă. Care este raportul denivelărilor $\Delta h_1 / \Delta h_2$?

R: 3.

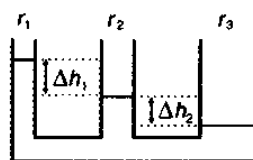


Fig. 1.22.

6. Într-un tub capilar deschis la ambele capete, de diametru $d = 0,4$ mm, așezat în poziție verticală, se află o coloană de apă de lungime $h = 4$ cm. Ce rază de curbura are meniscul inferior?

R: 0,44 mm.

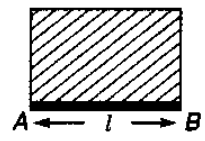


Fig. 1.23.

7. Cadrul din figura 1.23 este acoperit cu o peliculă de săpun și e ținut vertical. Ce diametru maxim poate avea bara cilindrică AB, de lungime l , pentru a sta în echilibru? Se cunosc: densitatea barei, ρ , și coeficientul de tensiune superficială, σ .

R: $2 \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi \rho g}}$.

8. Grosimea stratului de apă dintre două plăci de sticlă, cu aria suprafeței $S = 10$ cm², este $d = 1$ μ . Cu ce forță se atrag cele două plăci?

R: 146 N.

9. Fundul unui vas în care se află mercur are un orificiu; care este diametrul maxim al acestui orificiu astfel ca mercurul să nu curgă din vas, știind că înălțimea stratului de mercur este $h = 30$ mm? $\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3$ kg/m³.

R: 0,47 mm.

10. Printr-un tub capilar s-au picurat 22 picături de apă și apoi un volum egal de alcool, obținându-se 60 de picături. Să se afle coeficientul de tensiune superficială al alcoolului. Se cunosc: densitatea apei $\rho = 10^3$ kg/m³, coeficientul de tensiune superficială al apei $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m și densitatea alcoolului $\rho_a = 0,791 \cdot 10^3$ kg/m³.

R: $21 \cdot 10^{-3}$ N/m.

1.5. Gazul ideal – model de sistem termodinamic

Pentru a realiza un model de gaz ideal s-au făcut o serie de simplificări:

- numărul mare de particule din care este constituit gazul se consideră identice;
- particulele se află într-o permanentă mișcare dezordonată;
- dimensiunile particulelor sunt neglijabile dar au masă, deci se tratează ca

puncte materiale;

- forțele de interacțiune dintre particule se neglijează;
- între ciocnirile dintre particule și pereții vasului în care se găsesc, ciocniri care se consideră perfect elastice, traiectoria urmată este o dreaptă;
- energia internă depinde doar de temperatură.

Prin vederea unei incinte obținem un gaz rarefiat. Cu cât gradul de rarefiere este mai mare (numărul de particule rămase este mai mic) cu atât ne apropiem mai mult de modelul de gaz ideal.

Definiție

Gazul ideal este un sistem format din puncte materiale care nu interacționează între ele.

1.5.1. Ecuația termică de stare a gazului ideal

Definiție

Relația stabilită între parametrii macroscopici care caracterizează starea de echilibru termodinamic a sistemului p , V și T se numește ecuație de stare.

Această ecuație nu poate fi determinată de termodinamică, ea se obține din experiență. Ecuația termică de stare este:

$$pV = \nu RT \quad (1.27)$$

Conform relației (1.1), care exprimă numărul de moli, înlocuind în ecuația termică de stare $\nu = \frac{N}{N_A}$, obținem:

$$pV = \frac{N}{N_A} RT, \quad pV = NkT \text{ sau } p = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} T.$$

Raportul celor două constante, $\frac{R}{N_A}$, se notează cu k și se numește constanta

lui Boltzmann. Prin urmare, ecuația termică de stare mai poate fi scrisă:

$$p = nkT \quad (1.28)$$

Folosim și celelalte exprimări pentru numărul de moli, date de relația 1.1,

$$pV = \frac{M}{\mu} RT; \quad p = \frac{M}{V} \frac{RT}{\mu} = \frac{\rho RT}{\mu} \text{ sau } p = \frac{\rho \mu}{RT}. \quad (1.29)$$

Cu ajutorul acestor relații, putem exprima presiunea unui gaz în funcție de densitate și temperatură sau densitatea gazului în funcție de presiune și temperatură.

Înlocuind în ecuația termică de stare $\nu = \frac{V}{V_\mu}$, obținem ecuația termică de stare pentru un singur mol de gaz ideal:

$$pV_\mu = RT.$$

Pentru un mol de gaz aflat în condiții normale de presiune și temperatură:

$$\frac{p_0 V_\mu}{T_0} = R. \quad (1.30)$$

R se numește *constanta universală a gazului ideal* pentru că are aceeași valoare indiferent de natura gazului.

În S.I. această valoare este:

$$\frac{1,014 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}}{273,16 \text{K}} = 8,31 \cdot 10^3 \text{ J/kmolK} = 8,31 \text{ J/molK}.$$

Dacă exprimăm presiunea în atm și volumul molar în l/mol, se obține pentru constanta universală a gazului ideal:

$$R = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4 \frac{\text{l}}{\text{mol}}}{273,16 \text{ K}} = 0,082 \text{ l} \cdot \text{atm/mol K}$$

valoare utilă în cazurile în care volumul V și presiunea p sunt date în litri și, respectiv, în atmosfere.

Cunoscând valoarea lui R și a numărului lui Avogadro, N_A , se poate calcula valoarea constantei lui Boltzmann, k :

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}}{6,024 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}.$$

Legea lui Avogadro a fost descoperită experimental cu mult înainte de a se cunoaște ecuația termică de stare: *volume egale de gaze diferite, aflate la aceeași presiune și temperatură, conțin același număr de particule.*

$$\begin{aligned} pV &= N_1 kT \\ pV &= N_2 kT \end{aligned} \Rightarrow N_1 = N_2.$$

1.5.2. Interpretarea cinetico-moleculară a temperaturii

Comparând relațiile (1.3) și (1.28), intuim interpretarea cinetico-moleculară a temperaturii:

$$\frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2} = nkT.$$

Rezultă că, energia cinetică medie a unei particule este:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad (1.31)$$

adică, *temperatura absolută este măsura intensității mișcării termice a particulelor.*

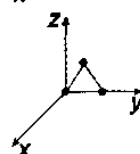
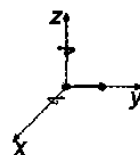
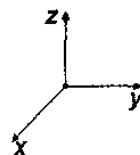
Relația (1.31) permite calculul energiei cinetice medii a unei particule *monoatomice*. De asemenea, putem găsi expresia vitezei pătratice medii sau a vitezei termice, v_T :

$$v_T = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$$

$$v_T = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (1.32)$$

Dar particulele pot fi: monoatomice, diatomice, triatomice sau poliatomice. Expresia vitezei termice rămâne aceeași (pentru că ea nu se deduce așa simplu), însă cea a energiei cinetice medii a unei molecule depinde de natura particulelor constitutive ale gazului ideal.

Legea echipartiției energiei pe grade de libertate. Mișcarea fiind dezordonată, nici o direcție nu este privilegiată, toate fiind la fel de probabile. Prin urmare, *fiecăru* grad de libertate îi revine o energie cinetică de $\frac{1}{2} kT$.



Prin *numărul gradelor de libertate*, i se înțelege *numărul parametrilor independenți necesari pentru descrierea mișcării particulei*.
Gazul monoatomic (un punct material, fără dimensiuni) are la dispoziție cele trei translații:

$$i_m = 3 \text{ translații} = 3.$$

Molecula diatomică rigidă (se neglijează vibrațiile) este concepută în model ca o halteră:

$$i_{d,r} = 3 \text{ translații} + 2 \text{ rotații} = 5.$$

În modelul de moleculă triatomică rigidă, neliniară, atomii se află în vârfurile unui triunghi echilateral, are toate cele trei translații și cele trei rotații în jurul celor trei axe de coordonare rectangulare:

$$i_{t,r,n} = 3 \text{ translații} + 3 \text{ rotații} = 6.$$

Prin urmare, conform legii echipartiției energiei pe grade de libertate, energia cinetică medie a particulei este:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{i}{2} kT. \quad (1.33)$$

Deci, pentru gazele monoatomice (He, Ne, Ar)

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT;$$

pentru cele diatomice (aer, O_2 , N_2 , etc.) $\frac{mv^2}{2} = \frac{5}{2} kT$,

Iar pentru cele triatomice, $\frac{mv^2}{2} = \frac{6}{2} kT$.

1.5.3. Noțiunea de energie internă. Ecuația calorică de stare a gazului ideal

Să ne gândim la un balon cu care se joacă copiii, umplut cu un gaz. Dacă îl scăpăm, el urcă în câmp gravitațional. Despre energia lui, ne putem exprima atât macroscopic cât și microscopic. Referindu-ne la mișcarea balonului în câmp gravitațional, macroscopic, avem în vedere mișcarea *unui punct material* (centrul de masă). Ener-

gia lui este energia mecanică, $E_{mec} = \frac{mv^2}{2} + mgh$, adică energia cinetică plus energia potențială.

Însă, știind că în balon se află un gaz care, la rândul lui, este format din mai multe puncte materiale care se mișcă independent după legile mecanicii clasice, are sens introducerea unei noi noțiuni – *energia internă*

Deci, energia totală a unui asemenea sistem este: $E_t = E_{mec} + E_{int}$.

Energia internă a unui sistem termodinamic este suma tuturor formelor de energie cinetică ale particulelor care compun sistemul (de translație, de rotație și de vibrație) plus energia potențială de interacțiune dintre ele.

Definiție

Exprimarea energiei potențiale dintre particule este destul de dificilă, ea depinzând și de câmpurile externe în care se găsește sistemul.

Acesta este unul dintre motivele care au condus la imaginarea unui model de gaz ideal în care se pot neglija interacțiunile dintre particule, deci energia potențială de interacțiune dintre ele este neglijabilă.

Pentru gazul ideal, **energia internă este suma tuturor formelor de energie cinetică (de translație, de rotație și de vibrație) ale particulelor care compun gazul și pe care o notăm cu U :**

$$U = \sum_i E_{ci}$$

În acest fel, putem găsi ușor relația ce exprimă energia internă a unui gaz ideal, considerând particulele identice:

$$U = N \frac{mv^2}{2} = N \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{N}{N_A} RT,$$

sau

$$U = \frac{i}{2} \nu RT \quad (1.34)$$

Relația (1.34) este **ecuația calorică de stare a unui gaz ideal**. Energia internă a unui gaz ideal depinde numai de temperatură. Este o **mărimă de stare**, adică variația energiei interne este funcție numai de starea inițială și finală între care sistemul evoluează:

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R \Delta T. \quad (1.35)$$

Orice mărime de stare are **proprietatea de aditivitate**.

Dacă un sistem este format din mai multe subsisteme, energia internă a sistemului este egală cu suma energiilor interne ale subsistemelor,

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

sau: variația energiei interne a sistemului este egală cu suma variațiilor energiilor interne ale subsistemelor:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \dots$$

Dacă un proces constă din mai multe etape, variația energiei interne pe tot procesul este egală cu suma energiilor interne pe etape. De exemplu: gheața aflată la 0 °C, se transformă în vapori la 100 °C. În acest proces, există trei etape: topirea gheții, încălzirea apei de la 0 °C la 100 °C și vaporizarea apei la 100 °C.

Variația energiei interne pe tot procesul este:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3.$$

Relații utile în rezolvarea problemelor

– Din definiția mărimilor caracteristice teoriei cinetico-moleculare, putem arăta că:

$$\rho = nm = \frac{Nm}{V} = \frac{M}{V}$$

și atunci formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare poate fi exprimată ca:

$$p = \frac{1}{3} \rho v^2.$$

Dacă un gaz iese dintr-un recipient în care avea parametrii p , V și T , densitatea

lui în condiții normale este $\rho_0 = \frac{p_0 \mu}{RT_0}$, iar în recipientul din care a ieșit, $\rho = \frac{p \mu}{RT}$.

Deci:

$$\rho = \rho_0 \frac{p T_0}{p_0 T}.$$

1.5.4. Legile gazelor ideale

Legile gazelor ideale sunt legi stabilite pe cale experimentală.

1. Legea transformării izoterme – legea Boyle-Mariotte – $T = \text{const.}$

Pe baza ecuației termice de stare, pentru aceeași cantitate din același gaz:

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= \nu RT_0 \\ p_1 V_1 &= \nu RT_1 \end{aligned} \Rightarrow p_0 V_0 = p_1 V_1; pV = \text{const.} \quad (1.36)$$

Enunț

Când temperatura este constantă, presiunea variază invers proporțional cu volumul – crește presiunea, scade volumul și invers.

În coordonate (p, V) – întotdeauna **primul parametru este pe ordonată și al doilea pe abscisă** – orice punct reprezintă o stare a sistemului.

Figura 1.24 ilustrează transformarea izotermă în diferite coordonate. Reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p, V) este o **hiperbolă echilaterală** (fig. 1.24).

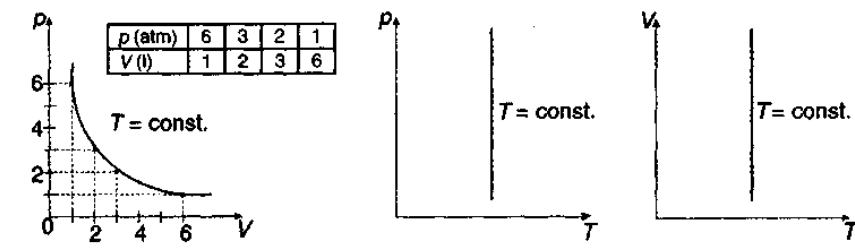


Fig. 1.24. Transformarea izotermă în diferite coordonate.

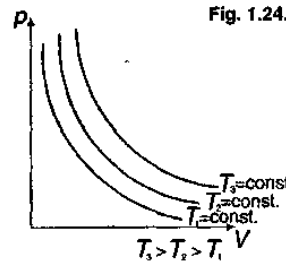


Fig. 1.25.

Pentru diferite temperaturi, figura 1.25 ilustrează faptul că, pe măsură ce temperatura este mai ridicată, hiperbolele se îndepărtează de origine.

2. Legea transformării izobare – legea Gay-Lussac – $p = \text{const.}$

Pomind de la condiții normale și menținând presiunea constantă; putem scrie ecuația termică de stare pentru cele două stări:

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= \nu R T_0 \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \text{ sau } V = V_0 \frac{T}{T_0}; V = V_0 \alpha T \\ p_0 V &= \nu R T \end{aligned} \quad (1.37)$$

sau

$$V = V_0(1 + \alpha t).$$

La presiune constantă, volumul variază direct proporțional cu temperatura,

iar $\alpha = \frac{1}{273,16 \text{ K}}$ se numește *coeficient de dilatare izobară*.

Crește temperatura, crește volumul; scade temperatura, scade volumul, ceea ce se constată și experimental.

În figura 1.26 este reprezentată, în diferite coordonate, această transformare.

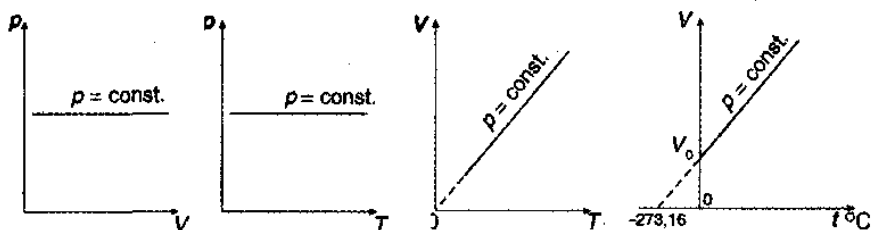


Fig. 1.26. Transformarea izobară reprezentată în diferite coordonate.

În coordonate (V, T) , această transformare se reprezintă printr-o dreaptă care pleacă din origine. În coordonate (V, t) , pentru $t = 0^\circ\text{C}$, $V = V_0$ și variația este liniară. Dreapta intersectează abscisa, deci $V = 0$. Întrucât $V_0 \neq 0$, rezultă că $(1 + \alpha t) = 0$. Deci axa temperaturilor este intersectată în punctul $t = -273,16^\circ\text{C}$.

3. Legea transformării izocore – legea Charles – $V = \text{const.}$

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= \nu R T_0 \Rightarrow \frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} \text{ sau } p = p_0 \frac{T}{T_0}; p = p_0 \alpha T \\ p V_0 &= \nu R T \end{aligned} \quad (1.38)$$

sau

$$p = p_0(1 + \alpha t).$$

α se numește *coeficient termic al presiunii* și are aceeași valoare pentru toate gazele,

egală cu $\frac{1}{273,16 \text{ K}}$.

La volum constant, presiunea variază direct proporțional cu temperatura.

Crește temperatura, crește energia cinetică a moleculelor și, prin urmare, numărul ciocnirilor dintre ele, deci crește presiunea. Scade temperatura, scade presiunea.

În figura 1.27 este reprezentată această transformare, în diferite coordonate.

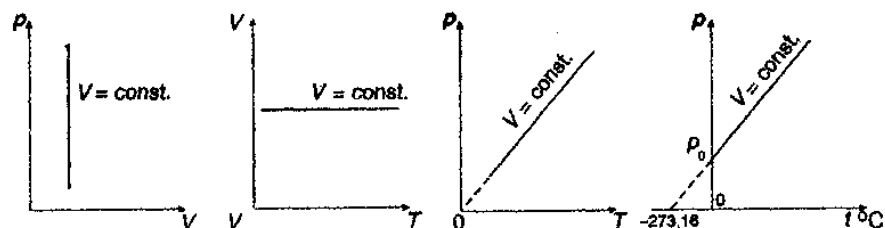


Fig. 1.27. Transformarea izocoră reprezentată în diferite coordonate.

Conform ecuației termice de stare, o masă de gaz trece printr-o transformare generală dacă:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

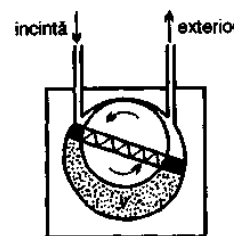
Aplicații

Fig. 1.28.

1. Pompa de vid

În figura 1.28 este reprezentată schematic secțiunea transversală a unei pompe de vid. După prima cursă a pompei, aerul din incinta de vidat, care are volumul V , va ocupa volumul $(V + v)$, v fiind volumul de lucru al pompei, și presiunea va scădea de la presiunea inițială p_i la o presiune p_1 . Transformarea fiind izotermă, se poate scrie:

$$p_i V = p_1 (V + v) \rightarrow p_1 = p_i \frac{V}{V + v}.$$

La a doua cursă:

$$p_1 V = p_2 (V + v) \rightarrow p_1 V^2 = p_2 (V + v)^2 \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V}{V + v} \right)^2.$$

După N curse, presiunea va scădea până la:

$$p_i = p_N \left(\frac{V}{V + v} \right)^N \text{ sau } \frac{p_i}{p_N} = \left(\frac{V}{V + v} \right)^N.$$

Prin logaritmare a acestei relații, se obține expresia pentru numărul de curse efectuate de pompă pentru obținerea presiunii scăzute din incintă:

$$N = \frac{\ln \frac{p_i}{p_f}}{\ln \frac{V}{V + v}}. \quad (1.39)$$

Prin conectarea inversă se poate introduce aer din exterior în incinta de volum V . În acest caz, presiunea finală, p_f , din incintă va fi mai mare decât presiunea inițială, p_i .

Putem exprima numărul de curse, N , efectuate de pompă pentru a obține presiunea p_f în incintă, scriind legea transformării izoterme:

$$p/Nv = (p_f - p) \rightarrow N = \frac{V}{v} \cdot \frac{p_f - p_i}{p_i} \quad (1.40)$$

Exemplu:

O incintă cu volumul de 100 de litri se umple cu aer, de la o presiune inițială de o atmosferă până la presiunea de 10 atmosfere, cu o pompă cu un volum de lucru egal cu 300 cm³. Câte curse trebuie să facă pompa?

Înlocuind datele problemei în relația (1.40) se obține:

$$N = \frac{10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^5}{300 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5} = 3000 \text{ de curse.}$$

2. Submarinul

Pentru a ridica la suprafață un submarin aflat la adâncimea h , apa din rezervorul de balast este evacuată cu ajutorul aerului comprimat aflat într-o butelie de oțel de volum V . Aerul din butelia de volum V , menținut la presiunea p și temperatura T , suferă o transformare generală. Dacă se evacuează din butelie un volum V_a de apă, volumul ocupat de aer va fi $(V + V_a)$, presiunea va fi cea de la adâncimea h , $(p_0 + \rho gh)$, și temperatura va fi cea a mediului înconjurător (a mării), T' .

Conform ecuației transformării generale:

$$\frac{pV}{T} = \frac{(p_0 + \rho gh)(V + V_a)}{T'}$$

Probleme rezolvate

1. Să se exprime concentrația și densitatea moleculelor unui gaz cu masa molară μ , cunoscând presiunea p a gazului, viteza pătratică medie $\sqrt{v^2}$, constanta lui Boltzmann, k , și numărul lui Avogadro.

Din ecuația termică de stare: $p = nkT \Rightarrow n = \frac{p}{kT}$.

Putem exprima temperatura T din formula vitezei pătratice medii:

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \Rightarrow v^2 = \frac{3RT}{\mu} \Rightarrow T = \frac{v^2 \mu}{3R}$$

și obținem, pentru concentrație: $n = \frac{3pN_A}{v^2 \mu}$.

Formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare, scrisă sub forma $p = \frac{1}{3} \rho v^2$,

ne permite exprimarea densității gazului: $\rho = \frac{3p}{v^2}$.

2. La mijlocul unui tub cilindric orizontal, închis la ambele capete, se află o coloană de mercur cu densitatea ρ și lungimea h (fig. 1.29).

Dacă se înclină tubul la un unghi $\alpha = \frac{\pi}{6}$ față de orizontală, coloana de mercur se deplasează cu h . Care este presiunea inițială a aerului din tub?

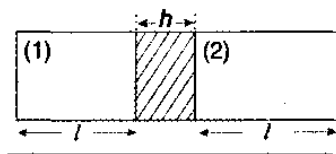


Fig. 1.29.

În poziție orizontală, coloana de mercur este în echilibru la mijlocul tubului, presiunea exercitată de aerul din stânga tubului asupra pistonului fiind egală cu cea din dreapta. Pentru volumele egale de gaz, separate de coloana de mercur,

ecuațiile termice de stare se scriu: $\frac{p_1 l S}{p_1 l S} = \frac{v_1 RT}{v_2 RT}$ de unde rezultă că $v_1 = v_2 = v$.

Când tubul se înclină, gazul din cele două compartimente trece printr-o transformare izotermă.

Pentru compartimentul (1) și pentru compartimentul (2):

$$p_1 l S = p'_1 (l - h) S \Rightarrow p_1 = \frac{p'_1 (l - h)}{l};$$

$$p_2 l S = p'_2 (l + h) S \Rightarrow p_2 = \frac{p'_2 (l + h)}{l + h}.$$

$$p'_1 = p'_2 + \rho gh \sin \alpha.$$

Însă pe direcție normală: $p'_1 = p'_2 + \rho gh / 2$.

Înlocuind în expresia presiunii p'_1 , rezultă:

$$p_1 = \frac{p'_1 (l - h)}{l} = \frac{\left(p'_2 + \frac{\rho gh}{2} \right) (l - h)}{l} = \frac{\left[\frac{p_2 (l + h)}{l + h} + \frac{\rho gh}{2} \right] (l - h)}{l}$$

sau

$$p_1 \left[l - \frac{l(l - h)}{l + h} \right] = \frac{\rho gh (l - h)}{2}.$$

Efectuând operațiile algebrice, pentru presiunea inițială p_1 se obține relația:

$$p_1 = \frac{\rho g (l^2 - h^2)}{4l}.$$

3. Un gaz trece prin transformările reprezentate în coordonate (p, V) , figura 1.30. Să se reprezinte ciclul respectiv, în coordonate (V, T) și (p, T) .

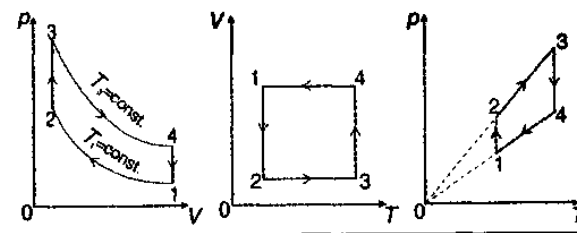


Fig. 1.30.

În coordonate (V, T) :

1-2 este o transformare izotermă ($T = \text{const.}$), în care presiunea crește, deci volumul scade (conform legilor gazelor ideale).

2-3 este o transformare izocoră ($V = \text{const.}$), în care presiunea crește, deci temperatura crește.

3-4 este o transformare izotermă, în care presiunea scade, deci volumul crește.

4-1 este o transformare izocoră în care presiunea scade, deci temperatura scade.

Urmărim transcrierea ciclului în coordonate (p, T) :

- 1-2 este o transformare izotermă în care presiunea crește.
- 2-3 este o transformare izocoră în care presiunea crește.
- 3-4 este o transformare izotermă în care presiunea scade.
- 4-1 este o transformare izocoră în care presiunea scade.

4. Două vase sferice, în care se găsește heliu (He), sunt unite printr-un tub de volum neglijabil, prevăzut cu un robinet. Temperatura gazului dintr-un vas este T_1 , iar a gazului din celălalt, T_2 . Se deschide robinetul, menținându-se constante cele două temperaturi. Știind că numărul de moli, în starea inițială și în starea finală, în vasul 1, este v_1 și, respectiv, v_1' și cunoscând constanta universală a gazelor ideale, R , să se exprime variația energiei interne a sistemului, ΔU , între cele două stări.

$$\Delta U = U_f - U_i$$

Sistemul fiind format din două subsisteme (cele două vase în care se găsește gazul), folosim proprietatea de aditivitate a energiei interne:

$$U_i = U_{i1} + U_{i2} \text{ și } U_f = U_{f1} + U_{f2}$$

Helium fiind monoatomic $i = 3$ și, prin urmare:

$$U_i = \frac{3}{2} v_1' RT_1 + \frac{3}{2} v_2' RT_2 \text{ și } U_f = \frac{3}{2} v_1 RT_1 + \frac{3}{2} v_2 RT_2$$

$$\text{deci } \Delta U = \frac{3}{2} R(v_1' T_1 + v_2' T_2 - v_1 T_1 - v_2 T_2) = \frac{3}{2} R[T_1(v_1' - v_1) + T_2(v_2' - v_2)]$$

Dar numărul total de moli se menține constant (conservarea numărului de moli), având loc o redistribuire a numărului de moli în urma deschiderii robinetului.

$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2' \Rightarrow v_1' - v_1 = v_2 - v_2' = -(v_2' - v_2)$$

Înlocuind în expresia variației energiei interne, se obține:

$$\Delta U = \frac{3}{2} R[T_1(v_1' - v_1) - T_2(v_1' - v_1)] = \frac{3}{2} R(v_1' - v_1)(T_1 - T_2)$$

5. O bulă de aer aflată pe fundul unui lac, unde temperatura este T_1 , urcă la suprafața lacului, unde temperatura este T_2 . Știind că raza bulei la fundul lacului este r și la suprafață $R = 2r$ și cunoscând coeficientul de tensiune superficială, σ , să se exprime adâncimea lacului, H , în funcție de mărimile cunoscute.

Pentru ca bula de aer să nu explodeze sau să nu implozeze, trebuie ca presiunea aerului din interiorul bulei să fie egală cu presiunea care acționează asupra ei din exterior. Aerul din interiorul bulei este supus unei transformări generale:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

în care:

$$p_1 = p_0 + \rho g H + \frac{2\sigma}{r}; V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3;$$

$$p_2 = p_0 + \frac{2\sigma}{R} = p_0 + \frac{\sigma}{r}; V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = 8 \pi r^3$$

Înlocuim în ecuația transformării generale:

$$\frac{\left(p_0 + \rho g H + \frac{2\sigma}{r}\right) \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{T_1} = \frac{8 \left(p_0 + \frac{\sigma}{r}\right) \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{T_2}$$

În urma simplificărilor și a operațiilor algebrice, expresia adâncimii lacului este:

$$H = \frac{1}{\rho g} \left[p_0 \left(8 \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) + \frac{2\sigma}{r} \left(4 \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \right]$$

6. În coordonate (p, T) sunt reprezentate două izocore: $V_1 = \text{const.}$ și $V_2 = \text{const.}$ Care dintre volume este mai mare? (fig. 1.31).

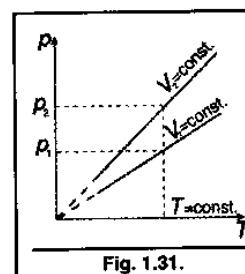


Fig. 1.31.

Intersectăm cele două izocore cu o izotermă:

$$(T = \text{const.}) \Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

se vede din figură că $p_2 > p_1$, deci $V_2 < V_1$; dreapta cu pantă mai mare, care reprezintă izocora $V_2 = \text{const.}$, are volumul mai mic decât volumul de pe izocora reprezentată de dreapta cu pantă mai mică.

Probleme propuse

1. Să se calculeze numărul de molecule dintr-un cm^3 de hidrogen, dacă presiunea este 200 torr și viteza pătratică medie 2400 m/s.

$$R: 40 \cdot 10^{17} \text{ molecule.}$$

2. Densitatea unui gaz oarecare este $6 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ și viteza pătratică medie a moleculelor este 500 m/s. Să se calculeze presiunea exercitată asupra peretilor vasului.

$$R: 5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$$

3. Care este masa molară a unui gaz, dacă viteza pătratică medie a moleculelor la 17°C este 1900 m/s, iar constanta universală a gazelor ideale este $8,31 \cdot 10^3 \text{ J/kmolK}$?

$$R: 2 \text{ kg/kmol.}$$

4. Un kilogram de gaz diatomic, care are densitatea egală cu 4 kg/m^3 , se află la presiunea de $8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$. Care este energia de agitație termică a moleculelor?

$$R: 5 \cdot 10^4 \text{ J.}$$

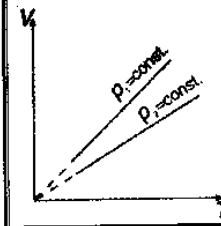


Fig. 1.32.

5. În figura 1.32 sunt redată diagramele a două transformări izobare. Care dintre presiuni este mai mare?

$$R: p_2 > p_1$$

6. Un vas cilindric orizontal, închis la ambele capete, este împărțit de un piston, care se mișcă fără frecare, în două compartimente. Într-un compartiment se află $M_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ de hidrogen (H_2), iar în celălalt $M_2 = 16 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ de oxigen (O_2). Ce procent din volumul total al cilindrului este ocupat de hidrogen? Se cunosc: $\mu_{\text{H}_2} = 2 \text{ kg/kmol}$; $\mu_{\text{O}_2} = 32 \text{ kg/kmol}$.

$$R: 80\%$$

7. Volumul unui gaz a fost redus izoterm cu 25%. Cu cât la sută a crescut presiunea?

$$R: 33\%$$

8. Un mol de gaz ideal se destinde după legea $T = aV - bV^2$ (a și b fiind constante pozitive), astfel încât volumul lui crește de n ori. Care trebuie să fie volumul inițial pentru ca temperatura finală să fie egală cu cea inițială?

$$R: \frac{a}{b(n+1)}.$$

9. În mijlocul unui tub orizontal, închis la capete, se află o coloană de mercur cu lungimea $h = 5$ cm, fiecare coloană de aer având lungimea $l = 6$ dm. Punând tubul vertical, mercurul se deplasează cu $d = 1$ cm. Presiunea atmosferică este $p_0 = 750$ torr. Densitatea mercurului este $\rho = 13,6 \cdot 10^3$ kg/m³. Cu cât se deplasează coloana de mercur dacă se deschide capătul superior în poziție verticală? ($g = 9,8$ m/s²).

$$R: 52,5 \text{ cm.}$$

10. Cât este densitatea hidrogenului la 0 °C și la presiunea de 1 atm?

$$R: 0,0893 \text{ kg/m}^3.$$

11. Un cilindru cu piston, de secțiune $S = 5$ cm², conține un gaz ideal la presiunea $p_0 = 10^5$ N/m² și temperatura $T = 300$ K. Pistonul are o supapă care se deschide la o diferență de presiune $\Delta p = 2p_0$. Gazul este comprimat lent cu ajutorul pistonului. Cu ce forță constantă trebuie împins pistonul pentru comprimarea gazului, după deschiderea supapei?

$$R: 100 \text{ N.}$$

12. Un balon pentru sondarea atmosferei a fost umplut cu gaz la temperatura $T_1 = 300$ K până la presiunea $p_1 = 1,05 \cdot 10^5$ N/m².

Când balonul s-a ridicat la o anumită înălțime, volumul lui a crescut cu 5%, diferența dintre presiunea din interiorul balonului și exterior fiind $\Delta p = 5 \cdot 10^3$ N/m². Considerând că între balon și aerul din exterior s-a stabilit echilibrul termic, să se determine temperatura la această înălțime, la care presiunea este $p_0 = 0,8 \cdot 10^5$ N/m².

$$R: 255 \text{ K.}$$

13. Reprezentați în coordonate (p , T) transformările: izocoră, izotermă și izobară.

14. Un vas conține un gaz ideal la presiunea de 9 atm și temperatura de 27 °C. Ce presiune se va stabili în vas, dacă după deschiderea robinetului au ieșit afară

din vas $\frac{2}{3}$ din numărul de molecule și temperatura a devenit 17 °C?

$$R: 2,9 \text{ atm.}$$

15. În coordonate (V , T), transformarea unui gaz ideal este reprezentată printr-un cerc. În ce puncte presiunea este maximă? Dar minimă?

16. Rezervorul cu apă de balast al unui submarin are volumul $V_0 = 2$ m³. Ce presiune trebuie să aibă aerul comprimat din balonul de volum $V_a = 0,2$ m³ pentru ca să poată evacua apa de balast la adâncimea $h = 100$ m? Densitatea apei marine este $\rho = 1,03$ g/cm³.

$$R: 120 \text{ atm.}$$

1.6. Transformări de stare de agregare

1.6.1. Gazul real. Izotermele Andrews

Modelul de gaz ideal și legile gazului ideal se verifică doar pentru gaze aflate la presiuni joase (gaze rarefiate). Un gaz aflat în condiții normale de presiune nu poate fi aproximat cu un gaz ideal.

Diferiți cercetători au încercat să stabilească o ecuație termică de stare pentru gazele reale care să descrie fenomenele percepute macroscopic în cazul lor. Toate ecuațiile sunt empirice și stabilite pe baza unor „ajustări” care să descrie cel mai bine comportarea lor.

Dificultățile întâmpinate în descrierea forțelor de interacțiune dintre molecule (care nu pot fi neglijate) au făcut imposibilă, până în momentul de față, stabilirea ecuației termice de stare pentru gazele reale.

Prin ce se deosebesc gazele reale de gazele ideale?

- în cazul gazelor reale, nu pot fi neglijate nici dimensiunile particulelor și nici forțele de interacțiune dintre ele;
- energia internă a gazului real depinde și de temperatură și de volum, $U(T, V)$, spre deosebire de gazul ideal a cărui energie internă depinde numai de temperatură $U(T)$;
- energia internă a gazului real este mai mică decât energia internă a gazului ideal.

Conform definiției, energia internă a unui sistem termodinamic este suma tuturor formelor de energie cinetică a particulelor și a energiei potențiale de interacțiune dintre ele:

$$U(T, V) = \sum_i E_{ci} + E_{poti}.$$

La o temperatură dată, moleculele efectuează lucru mecanic împotriva forțelor de atracție și, întrucât energia cinetică nu se schimbă, acest lucru mecanic duce la scăderea energiei potențiale și la micșorarea energiei interne.

Andrews a supus unor transformări izoterme dioxidul de carbon (CO_2).

Dioxidul de carbon gazos se află într-un cilindru transparent închis cu un piston mobil și prevăzut cu un manometru pentru măsurarea presiunii.

La temperatura de 13,1 °C, la o presiune joasă, comprimarea are loc cu creșterea presiunii (porțiunea AB), aproximativ ca în cazul gazului ideal (fig. 1.33, a).

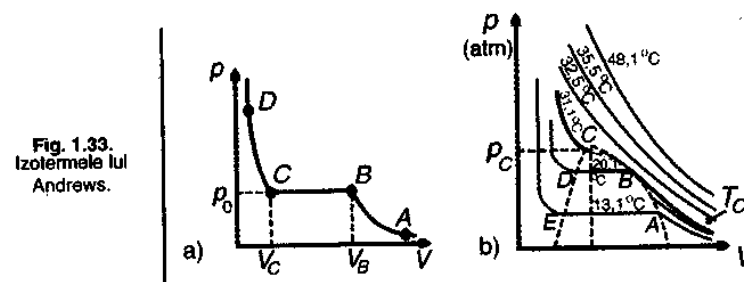


Fig. 1.33.
Izotermele lui
Andrews.

Începând din punctul B, se observă apariția primelor picături de lichid, dar deși volumul continuă să se micșoreze, manometrul nu indică nici o schimbare a presiunii (porțiunea BC) până când în întreaga incintă se află lichid (dioxidul de carbon s-a lichefiat). Din acest moment, înaintarea pistonului întâmpină rezistență, variația de volum este foarte mică, iar manometrul indică o creștere bruscă a presiunii (porțiunea BD). Acest rezultat corespunde faptului că lichidele sunt foarte puțin compresibile.

Pe măsură ce crește temperatura, izotermele se repetă, dar intervalul de volum în care se face lichefierea se micșorează, ajungând la un punct de inflexiune C (fig. 1.33.b). Izoterma corespunzătoare acestei temperaturi se numește *izotermă critică*, $T_c = \text{const.}$

Pentru temperaturi mai mari, așa cum se observă în figură, izotermele sunt hiperbole echilatre, ca în cazul gazului ideal.

Definiția și proprietățile stării critice

Punctul la care se reduce intervalul de volum în care se face lichefierea definește *starea critică*; aceasta este caracterizată prin parametri critici, p_c, V_c, T_c .

Temperatura critică este o constantă de material. La presiune atmosferică normală, fiecare substanță are o valoare reproducibilă a temperaturii critice; aceste valori sunt tabelate. Astfel, valoarea temperaturii critice măsurate la presiune atmosferică normală este un criteriu de verificare a purității substanțelor.

Pentru determinarea temperaturii critice a unui lichid oarecare se procedează în modul următor: se umple parțial o fiolă de sticlă cu lichidul de studiat și, după scoaterea aerului, se sudează. Se introduce fiola într-un termostat și se crește treptat temperatura. La atingerea temperaturii critice, în fiolă se va afla o substanță omogenă, ceea ce înseamnă că densitatea lichidului este egală cu densitatea vaporilor, deci: $\rho_l = \rho_v$ și $\sigma = 0$ (dispare suprafața de separare).

Temperatura critică este un criteriu de deosebire a vaporilor de gaz.

Dacă $T > T_c$ spunem că substanța este în stare de gaz și, oricât am mări presiunea, ea nu poate trece în stare lichidă.

Dacă $T < T_c$ substanța este în stare de vaporii care prin mărirea presiunii pot fi transformați în lichid.

Izoterma critică și curba punctată (curba de saturație) delimitează în planul (p, V) patru zone (fig. 1.34):

- I. Substanța se găsește în stare de vaporii;
- II. În incintă se află simultan vaporii și lichid;
- III. Substanța este în stare lichidă;
- IV. Substanța se află în stare de gaz.

În amestecul de lichid și vaporii din zona II, vaporii se numesc *saturați* (se spune despre vaporii că sunt *saturați* dacă ne referim la incinta pe care o ocupă și pe care o saturează).

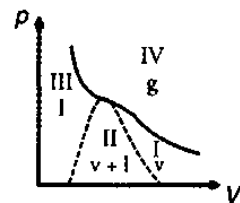


Fig. 1.34. Zonele de pe diagrama Andrews.

Presiunea la care se găsesc acești vaporii, se numește *presiunea vaporilor saturați*.

În figura 1.35 este reprezentată dependența presiunii vaporilor saturați în funcție de temperatură.

O astfel de reprezentare se numește *diagramă de fază*. Orice punct de pe curbă corespunde existenței simultane a lichidului și a vaporilor deasupra sa – *echilibru de fază*.

Se observă că, în punctul corespunzător temperaturii critice, curba se întrerupe – deasupra temperaturii critice nu este posibilă existența a două faze. Sub temperatura critică, printr-o transformare izobară, se poate trece din stare de lichid în stare de vaporii prin creșterea temperaturii și din stare de vaporii în lichid prin scăderea temperaturii.

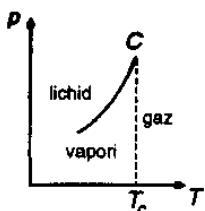


Fig. 1.35. Dependența presiunii vaporilor saturați de temperatură.

1.6.2. Termodinamica transformărilor stărilor de agregare

Pentru a putea stabili legile generale care guvernează transformările stărilor de agregare vom utiliza termenul de fază pentru cele trei stări de agregare.

De exemplu: apa, aerul și vaporii de apă formează două faze – lichidă și gazoasă; apa, gheața și vaporii de apă aflați în echilibru (3 faze) determină *punctul triplu* al apei.

Problema fundamentală care se ridică este stabilirea condițiilor în care sistemul format din două sau mai multe faze se află în echilibru.

Condițiile de echilibru pot fi:

- mecanice, egalitatea presiunilor la suprafața de separare a fazelor învecinate;
- termice, toate fazele sistemului să se găsească la aceeași temperatură.

Însă aceste două condiții de echilibru nu sunt suficiente, deoarece fazele se pot transforma unele în altele. În cursul acestor transformări, unele faze se măresc, altele se micșorează, putând chiar să dispară (de exemplu, dacă punem o bucată mică de gheață într-o cantitate de apă caldă, relativ mare, dispare faza solidă – gheața – și rămâne doar faza lichidă – apa).

Sistemul se află în echilibru dacă masele diferitelor faze rămân constante. Acesta este un *echilibru dinamic*, adică numărul de molecule ce trec dintr-o fază în alta este egal.

Să considerăm, de exemplu, cazul evaporării apei. Dacă numărul de molecule ce trec din lichid în stare de vaporii este mai mare decât cel al moleculelor care trec din stare de vaporii în lichid, vaporii se numesc *nesaturați* și cantitatea de lichid scade. Dacă din starea de vaporii trec în stare lichidă mai multe molecule decât din lichid în starea de vaporii, vaporii se numesc *suprasaturați* și descrește cantitatea de vaporii.

Transformările de fază:

- I. vaporizare – condensare;
- II. topire – solidificare;
- III. sublimare – desublimare

se numesc *transformări de fază de speța I*

În rândul acestor transformări se mai consideră și *transformările polimorfe* care constau în trecerea de la o structură internă la alta, realizarea stării solide în diferite structuri cristaline (carbon – grafit – diamant).

Caracteristicile transformărilor de fază de speța I:

- se desfășoară cu schimb de *căldură latentă*;
- sunt reversibile, adică:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{vaporizare}} &= \lambda_{\text{condensare}} \\ \lambda_{\text{topire}} &= \lambda_{\text{solidificare}} \\ \lambda_{\text{sublimare}} &= \lambda_{\text{desublimare}} \end{aligned}$$

- trecerile dintr-o fază în alta sunt însoțite de o variație discontinuă a energiei interne; cu alte cuvinte, proprietățile substanței (volum, densitate) se transformă într-un interval mic de temperatură, se poate vorbi chiar de un *punct de trecere* (punct de fierbere, punct de topire);
- nu se declanșează spontan și deodată în tot volumul, e nevoie de prezența germinului fazei noi în sânul fazei inițiale;

Transformările de fază au loc la $p = \text{const.}$, $T = \text{const.}$ și cu variație de masă. Dacă substanța trece din stare lichidă în stare de vaporii și temperatura este constantă (E_c este constantă), pentru ca moleculele să poată învinge forțele de atracție

care se exercită între ele trebuie să absoarbă căldură din exterior. La trecerea din stare de vapori în stare lichidă, se cedează căldură.

Această căldură schimbată la trecerea dintr-o stare de agregare în alta la temperatură constantă se numește *căldură latentă*.

Întrucât diferitele substanțe schimbă în mod diferit căldura latentă, se definește o *căldură latentă specifică*.

Căldura necesară unității de masă dintr-o substanță pentru a trece dintr-o stare de agregare în alta la temperatură constantă se numește <i>căldură latentă specifică</i> :	$\lambda = \frac{Q}{m} \quad (1.41)$	Definiție
---	--------------------------------------	-----------

Unitatea de măsură în S.I. pentru căldura latentă specifică este:

$$[\lambda]_{SI} = \frac{[Q]_{SI}}{[m]_{SI}} = \frac{J}{kg}$$

Căldura latentă este o măsură a energiei de legătură a moleculelor.

I. Vaporizarea și condensarea

- | | |
|--|-----------|
| <ul style="list-style-type: none"> • Fenomenul de trecere din stare lichidă în stare de vapori se numește <i>vaporizare</i>. • Fenomenul de trecere din stare de vapori în stare lichidă se numește <i>condensare</i>. | Definiții |
|--|-----------|

Vaporizarea se poate face în două feluri: prin *evaporare* și prin *fierbere*.

1. Evaporarea (vaporizare la suprafața lichidului)

Evaporarea într-o incintă închisă vidată se face instantaneu, pe când în atmosferă gazoasă se face mai lent. Evaporarea încetează în momentul atingerii echilibrului dinamic dintre lichid și vapori, atunci când vaporii devin saturați.

Presiunea vaporilor saturați depinde de natura substanței și de temperatură.

Viteza de evaporare variază de la un lichid la altul. De exemplu, eterul se evaporă mai repede decât apa, iar mercurul se evaporă foarte greu.

De asemenea, viteza de evaporare este direct proporțională cu suprafața liberă a lichidului și invers proporțională cu presiunea atmosferică. Evaporarea este cu atât mai rapidă cu cât temperatura lichidului este mai ridicată și cu cât vaporii formați deasupra lichidului sunt mai repede îndepărtați.

De exemplu: mâna udă devine mai rece dacă o mișcăm sau o ținem în vânt; un om suptă mai ușor temperatura ridicată într-o atmosferă uscată decât într-una umedă, care împiedică evaporarea.

Prin evaporare se obține răcire. De exemplu: apa păstrată în vase poroase, pătrunde prin pori și, prin evaporare, răcește vasul și apa rămasă în ea; pentru a răci lichidul dintr-o incintă se învelește incinta într-o cârpă udă; împachetările în cearșafuri umede pot scădea febra.

2. Fierberea (vaporizare în toată masa lichidului)

În lichide se găsește dizolvat aer și, împreună cu vaporii saturați, formează bule la orice temperatură. O dată cu creșterea temperaturii crește și presiunea vaporilor saturați și ele sunt generate în tot volumul de lichid. La o anumită temperatură, bulele ajung la suprafața lichidului și se sparg, temperatura rămâne constantă și acesta este momentul începerii fierberii.

Temperatura constantă a vaporilor din imediata vecinătate a lichidului se numește *temperatură de fierbere*.

Temperatura de fierbere depinde de natura substanței. La presiune atmosferică normală temperatura de fierbere este o constantă de material și este, de asemenea, folosită ca criteriu de verificare a purității substanțelor.

Fierberea începe în momentul când presiunea vaporilor saturați devine egală cu presiunea de deasupra lichidului.

La altitudini mai mari, unde presiunea este scăzută, temperatura de fierbere scade.

S-a constatat experimental că temperatura de fierbere a unei soluții este mai ridicată decât cea a dizolvantului pur și este cu atât mai mare cu cât concentrația este mai mare.

3. Condensarea

Condensarea începe în momentul când presiunea vaporilor saturați scade sub presiunea vaporilor existenți în mediu. Prin condensare se cedează căldură.

Dacă în cameră se aduce un obiect rece, pe el se condensează vaporii de apă din cameră (obiectul se aburește), dar condensul dispare datorită căldurii cedate prin condensarea vaporilor.

Prin condensarea vaporilor de apă se poate obține încălzirea unor încăperi (de exemplu, băi).

II. Topirea și solidificarea

- | | |
|--|-----------|
| <ul style="list-style-type: none"> • Fenomenul de trecere din stare solidă în stare lichidă se numește <i>topire</i>. • Fenomenul de trecere din stare lichidă în stare solidă se numește <i>solidificare</i>. | Definiții |
|--|-----------|

Ca în cazul vaporizării și condensării, în funcție de natura substanței, temperatura de topire este diferită. Trecerea dintr-o stare în alta are loc cu schimb de căldură latentă.

Dependența de presiune a temperaturii de topire este mai slabă decât în cazul temperaturii de fierbere.

Majoritatea substanțelor își măresc volumul prin topire, iar temperatura de topire crește când presiunea crește.

La substanțele care își micșorează volumul prin topire, temperatura de topire scade prin mărirea presiunii (apa).

Se știe că se patinează mai bine când temperatura nu este foarte scăzută. Datorită suprafeței mici a patinei, patinatorul exercită o presiune destul de mare asupra gheții, transformând gheața de sub patine în apă, micșorând astfel frecarea patinei. Apa îngheață imediat ce iese de sub patine. În același mod se explică și alunecarea ghețarilor.

Majoritatea substanțelor se contractă prin solidificare, dar apa își mărește volumul prin înghețare.

Pentru a evita spargerea țevelor prin îngheț, ele se instalează la adâncimi la care temperatura să nu scadă sub zero și se izolează.

Substanțele care conțin impurități au temperatură de topire mai scăzută (aliaje, de exemplu). Dizolvarea unor substanțe în lichide are efecte asupra punctelor de solidificare și fierbere.

Un exemplu este utilizarea unui „antigel” pentru a coborî punctul de înghețare al apei în instalația de răcire a automobilelor.

Punctul de înghețare a unei soluții saturate de sare este la $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. La această temperatură apar cristale de gheață. Deci gheața și soluția de sare sunt în echilibru la $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, pe când gheața cu apa pură nu sunt în echilibru decât la $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Dacă o compoziție lichidă de înghețată la 20 °C este pusă în contact cu amestecul gheață-soluție saturată de sare, compoziția cedează căldură până când nu mai rămâne gheață și amestecul de înghețată coboară sub 0 °C.

Punctul de fierbere al unei soluții de alcool cu apă este mai coborât decât cel al apei pure, iar punctul de fierbere al unei soluții de apă cu sare este mai ridicat decât al apei pure.

III. Sublimarea – desublimarea

Fenomenul de trecere din stare solidă direct în starea gazoasă se numește sublimare, iar trecerea inversă, din stare gazoasă în solidă – desublimare.

În general, sublimarea se produce asemănător evaporării și viteza de sublimare are dependențe asemănătoare cu viteza de evaporare. Substanțe cunoscute care sublimă sunt: camforul, iodul, sulful, naftalina și alte solide aromate.

1.6.3. Aplicarea ecuației calorimetrice la transformările stărilor de agregare

Să considerăm un caz concret. Într-un calorimetru cu capacitate calorică neglijabilă, se găsește o cantitate m_a de apă la temperatura $t_a = 20$ °C. În calorimetru se introduce o bucată de gheață cu masa m_g aflată la temperatura $t_g = -10$ °C. Se mai introduce o cantitate de vapori de apă cu temperatura $t_v = 100$ °C.

În această situație, pentru a calcula temperatura de echilibru θ este util să reprezentăm căldurile schimbate într-o diagramă temperatură (t °C) și timp τ (în minute, ore, după caz), ca în ilustrația alăturată.

După cum știm, după un timp se va stabili echilibrul termic, în tot calorimetrul fiind același temperatură, θ .

Aplicăm ecuația calorimetrică (relația (1.6)):

$$Q_{ced} = Q_p.$$

Căldura este cedată de vaporii de apă ($Q_5 + Q_6$) și primită de apa din calorimetru Q_4 și gheață ($Q_1 + Q_2 + Q_3$). Deci:

$$Q_5 + Q_6 = Q_4 + Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Q_5 este căldura latentă cedată prin condensarea vaporilor și care conform definiției (1.41), este egală cu:

$$Q_5 = m_v \lambda_v,$$

unde λ_v este căldura latentă specifică de vaporizare.

Q_6 este căldura cedată prin răcirea apei rezultate din condensarea vaporilor, de la 100 °C până la temperatura finală, θ .

Deci, căldura cedată Q_{ced} este:

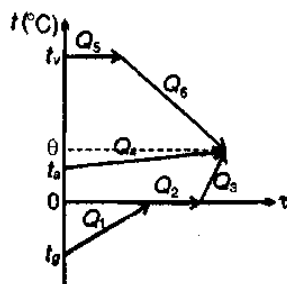
$$Q_{ced} = m_v \lambda_v + m_v c_a (100 - \theta).$$

Apa din calorimetru va primi căldura Q_4 pentru a se încălzi de la temperatura de 20 °C la temperatura finală θ .

Q_1 este căldura primită de gheața aflată la -10 °C, pentru a se încălzi până la 0 °C (gheața având căldura specifică c_g diferită de cea a apei, c_a).

Q_2 este căldura latentă primită de gheața aflată la temperatura constantă de 0 °C (temperatura de topire a gheții) pentru a se topi:

$$Q_2 = m_g \lambda_i.$$



Gheața transformată în apă se va încălzi de la 0 °C până la temperatura finală θ (Q_3). Deci căldura primită este egală cu:

$$Q_p = m_a c_a (\theta - 20) + m_g \lambda_i + m_g c_a \theta.$$

În final, ecuația calorimetrică va fi:

$$m_v \lambda_v + m_v c_a (100 - \theta) = m_a c_a (\theta - 20) + m_g \lambda_i + m_g c_a \theta.$$

! Observații:

În ecuația calorimetrică nu vor apărea niciodată termeni negativi deoarece se lucrează cu diferențe de temperatură. În cazul de față, gheața se încălzește de la -10 °C la 0 °C, deci, diferența de temperatură este egală cu 10.

Deoarece lucrăm cu diferențe de temperatură, întrucât $\Delta t = \Delta T$, nu are importanță dacă lucrăm în °C sau în K.

În multe manuale și culegeri, pentru căldura latentă specifică de topire a gheții se folosește λ_g și nu λ_i . În continuare vom folosi și noi notația λ_g pentru a o deosebi de λ_i , căldura latentă de topire specifică altor substanțe solide.

1. Un calorimetru având capacitatea calorică $C = 200$ J/K conține o cantitate $m_g = 0,5$ kg de gheață la temperatura $t_g = -10$ °C. În calorimetru se toarnă $m_a = 0,25$ kg apă la temperatura $t_a = 60$ °C. Cunoscând: $c_a = 4180$ J/kg · K, $c_g = 2090$ J/kg · K și $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$ J/kg, să se determine temperatura finală și cantitatea de apă și gheață aflată în echilibru termic la această temperatură.

Dificultatea rezolvării acestor probleme de echilibru gheață-apă constă în faptul că la fiecare etapă de rezolvare trebuie efectuate calculele.

Temperatura finală este dependentă de raportul cantităților de apă și gheață și de temperaturile lor inițiale.

Se poate întâmpla ca gheața să fie în cantitate mult mai mare ca apa și la o temperatură foarte joasă și de asemenea și apa să aibă o temperatură mai mare ca 0 °C, dar suficient de joasă. În acest caz este de așteptat ca toată apa să înghețe și temperatura de echilibru să fie mai mică de 0 °C.

Dacă apa e predominantă și se găsește la temperatură destul de ridicată și în ea se introduce o bucată mică de gheață, toată gheața se va topi și e posibil ca temperatura finală să fie > 0 °C.

În cazul problemei de față se precizează că, în final, rămâne un amestec de apă și gheață și temperatura finală este, firesc, egală cu 0 °C.

Chiar dacă problema n-ar fi precizat acest lucru și întrebarea ar fi fost: „care este starea finală a sistemului?“, pentru a putea scrie ecuația calorimetrică trebuie să pornim de la prezumția $\theta = 0$ și în final să vedem dacă ea a fost corectă sau nu.

Apa este cea care cedează căldură, prin răcirea ei de la 60 °C. Să calculăm cât este această căldură:

$$Q_{ced} = m_a c_a \Delta t = 0,25 \cdot 4180 \cdot 60 = 62\,700 \text{ J}.$$

Gheața și calorimetrul trebuie să ajungă de la -10 °C la 0 °C. Căldura primită de acestea este:

$$Q_1 = m_g c_g \cdot \Delta t + C \cdot \Delta t = 0,5 \cdot 2090 \cdot 10 + 200 \cdot 10 = 12\,450 \text{ J}.$$

$Q_{ced} > Q_1$, ceea ce înseamnă că o parte, m'_g , din gheață se topește. Ne dăm seama că nu se poate topi toată, deoarece valoarea λ_g este foarte mare.

Putem scrie ecuația calorimetrică pentru acest proces:

$$Q_{\text{ced}} = Q_1 + m'_g \lambda_g;$$

$$m'_g = \frac{Q_{\text{ced}} - Q_1}{\lambda_g} = \frac{62700 - 12450}{3,4 \cdot 10^5} = 0,15 \text{ kg.}$$

În concluzie: temperatura de echilibru este $\theta = 0^\circ\text{C}$ între gheața care a rămas, $m_{g'} = m_g - m'_g = 0,35 \text{ kg}$, și apă, $m_{a'} = m_a + m'_g = 0,40 \text{ kg}$.

2. O căldare cu zăpadă și apă, cântărind în total $m = 10 \text{ kg}$ (fără masa căldării), este adusă într-o cameră încălzită. Se măsoară temperatura și timpul. Se constată că după 50 de minute toată zăpada s-a topit (temperatura, în acest timp, rămânând 0°C), iar după 10 minute, temperatura apei a crescut până la $+2^\circ\text{C}$. Care a fost masa zăpezii?

Considerăm debitul de căldură $\frac{Q}{\tau} = \text{const.}$

$$\text{Atunci: } \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{Q_2}{\tau_2}; \quad \frac{m_z \lambda_g}{\tau_1} = \frac{m_c \Delta t}{\tau_2}.$$

$$\text{Înlocuind numeric: } \frac{m_z \cdot 34 \cdot 10^4}{50} = \frac{10 \cdot 4180 \cdot 2}{10}, \text{ de unde rezultă: } m_z = 1,2 \text{ kg.}$$

Probleme propuse

1. Într-un frigider (cu funcționare neîntreruptă) s-a introdus o cană cu apă. În $\tau_1 = 5$ minute apa s-a răcit de la $t = 4^\circ\text{C}$ până la 0°C . Cât timp trebuie să mai treacă pentru ca apa să înghețe? ($\lambda_g = 3,35 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$)

R: 1 h 40 min.

2. Într-un vas de sticlă se află $V_1 = 300 \text{ cm}^3$ de toluen la temperatura $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Într-un alt vas se află $V_2 = 112 \text{ cm}^3$ de toluen la temperatura $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Coeficientul de dilatare în volum a toluenului $\gamma = 10 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Care va fi temperatura finală după ce amestecăm lichidele?

R: 25°C .

3. Un frigider absoarbe o putere P , într-un timp τ , pentru a îngheța o cantitate m de apă, aflată inițial la temperatura t . Ce căldură se degajă în exterior în decursul procesului? Se cunosc: c_a și λ_g .

$$R: P\tau - (mc_a t + m\lambda_g).$$

4. Într-un calorimetru se află 1 kg de apă la 30°C . Se adaugă 1 kg de gheață cu temperatura de -10°C . Să se calculeze cantitatea de apă aflată în calorimetru la echilibru termic. Se cunosc $c_a = 4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $c_g = 2100 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ și $\lambda_g = 350 \text{ kJ/kg}$.

R: $1,3 \text{ kg}$.

5. O metodă de răcire a unui lichid este metoda evaporării forțate sau intensive. Ea se realizează punând sub un clopot de sticlă un vas cu apă. Aerul și vaporii se evacuează cu ajutorul unei pompe de cauciuc. Dacă masa de apă evaporată este $m_v = 3,4 \text{ g}$, care a fost masa inițială a apei? Se cunosc: căldura latentă specifică

Temperatura de fierbere depinde de natura substanței. La presiune atmosferică normală temperatura de fierbere este o constantă de material și este, de asemenea, folosită ca criteriu de verificare a purității substanțelor.

Fierberea începe în momentul când presiunea vaporilor saturați devine egală cu presiunea de deasupra lichidului.

La altitudini mai mari, unde presiunea este scăzută, temperatura de fierbere scade.

S-a constatat experimental că temperatura de fierbere a unei soluții este mai ridicată decât cea a dizolvantului pur și este cu atât mai mare cu cât concentrația este mai mare.

3. Condensarea

Condensarea începe în momentul când presiunea vaporilor saturați scade sub presiunea vaporilor existenți în mediu. Prin condensare se cedează căldură.

Dacă în cameră se aduce un obiect rece, pe el se condensează vaporii de apă din cameră (obiectul se aburește), dar condensul dispare datorită căldurii cedate prin condensarea vaporilor.

Prin condensarea vaporilor de apă se poate obține încălzirea unor încăperi (de exemplu, băi).

II. Topirea și solidificarea

Definiții

- Fenomenul de trecere din stare solidă în stare lichidă se numește *topire*.
- Fenomenul de trecere din stare lichidă în stare solidă se numește *solidificare*.

Ca în cazul vaporizării și condensării, în funcție de natura substanței, temperatura de topire este diferită. Trecerea dintr-o stare în alta are loc cu schimb de căldură latentă.

Dependența de presiune a temperaturii de topire este mai slabă decât în cazul temperaturii de fierbere.

Majoritatea substanțelor își măresc volumul prin topire, iar temperatura de topire crește când presiunea crește.

La substanțele care își micșorează volumul prin topire, temperatura de topire scade prin mărirea presiunii (apa).

Se știe că se patinează mai bine când temperatura nu este foarte scăzută. Datorită suprafeței mici a patinei, patinatorul exercită o presiune destul de mare asupra gheții, transformând gheața de sub patine în apă, micșorând astfel frecarea patinei. Apa îngheață imediat ce iese de sub patine. În același mod se explică și alunecarea ghețarilor.

Majoritatea substanțelor se contractă prin solidificare, dar apa își mărește volumul prin înghețare.

Pentru a evita spargerea țevelor prin îngheț, ele se instalează la adâncimi la care temperatura să nu scadă sub zero și se izolează.

Substanțele care conțin impurități au temperatură de topire mai scăzută (aliaje, de exemplu). Dizolvarea unor substanțe în lichide are efecte asupra punctelor de solidificare și fierbere.

Un exemplu este utilizarea unui „antigel” pentru a coborî punctul de înghețare al apei în instalația de răcire a automobilelor.

Punctul de înghețare a unei soluții saturate de sare este la -20°C . La această temperatură apar cristale de gheață. Deci gheața și soluția de sare sunt în echilibru la -20°C , pe când gheața cu apa pură nu sunt în echilibru decât la 0°C .

Dacă o compoziție lichidă de înghețată la 20 °C este pusă în contact cu amestecul gheață-soluție saturată de sare, compoziția cedează căldură până când nu mai rămâne gheață și amestecul de înghețată coboară sub 0 °C.

Punctul de fierbere al unei soluții de alcool cu apă este mai coborât decât cel al apei pure, iar punctul de fierbere al unei soluții de apă cu sare este mai ridicat decât al apei pure.

III. Sublimarea – desublimarea

Fenomenul de trecere din stare solidă direct în starea gazoasă se numește sublimare, iar trecerea inversă, din stare gazoasă în solidă – desublimare.

În general, sublimarea se produce asemănător evaporării și viteza de sublimare are dependențe asemănătoare cu viteza de evaporare. Substanțe cunoscute care sublimă sunt: camforul, iodul, sulful, naftalina și alte solide aromate.

1.6.3. Aplicarea ecuației calorimetrice la transformările stărilor de agregare

Să considerăm un caz concret. Într-un calorimetru cu capacitate calorică neglijabilă, se găsește o cantitate m_a de apă la temperatura $t_a = 20$ °C. În calorimetru se introduce o bucată de gheață cu masa m_g aflată la temperatura $t_g = -10$ °C. Se mai introduce o cantitate de vapori de apă cu temperatura $t_v = 100$ °C.

În această situație, pentru a calcula temperatura de echilibru θ este util să reprezentăm căldurile schimbate într-o diagramă temperatură (t °C) și timp τ (în minute, ore, după caz), ca în ilustrația alăturată.

După cum știm, după un timp se va stabili echilibrul termic, în tot calorimetrul fiind aceeași temperatură, θ .

Aplicăm ecuația calorimetrică (relația (1.6)):

$$Q_{\text{ced}} = Q_p.$$

Căldura este cedată de vaporii de apă ($Q_5 + Q_6$) și primită de apa din calorimetru Q_4 și gheață ($Q_1 + Q_2 + Q_3$). Deci:

$$Q_5 + Q_6 = Q_4 + Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Q_5 este căldura latentă cedată prin condensarea vaporilor și care conform definiției (1.41), este egală cu:

$$Q_5 = m_v \lambda_v,$$

unde λ_v este căldura latentă specifică de vaporizare.

Q_6 este căldura cedată prin răcirea apei rezultate din condensarea vaporilor, de la 100 °C până la temperatura finală, θ .

Deci, căldura cedată Q_{ced} este:

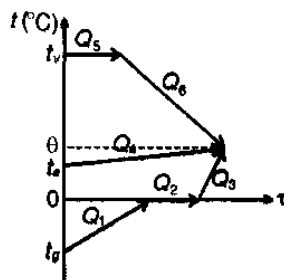
$$Q_{\text{ced}} = m_v \lambda_v + m_a c_a (100 - \theta).$$

Apa din calorimetru va primi căldura Q_4 pentru a se încălzi de la temperatura de 20 °C la temperatura finală θ .

Q_1 este căldura primită de gheața aflată la -10 °C, pentru a se încălzi până la 0 °C (gheața având căldura specifică c_g diferită de cea a apei, c_a).

Q_2 este căldura latentă primită de gheața aflată la temperatura constantă de 0 °C (temperatura de topire a gheții) pentru a se topi:

$$Q_2 = m_g \lambda_i.$$



Gheața transformată în apă se va încălzi de la 0 °C până la temperatura finală θ (Q_3). Deci căldura primită este egală cu:

$$Q_p = m_g c_a (\theta - 0) + m_g c_g \cdot 10 + m_g \lambda_i + m_g c_g \theta.$$

În final, ecuația calorimetrică va fi:

$$m_v \lambda_v + m_a c_a (100 - \theta) = m_g c_a (\theta - 0) + m_g c_g \cdot 10 + m_g \lambda_i + m_g c_g \theta.$$

! **Observații:**

În ecuația calorimetrică nu vor apărea niciodată termeni negativi deoarece se lucrează cu diferențe de temperatură. În cazul de față, gheața se încălzește de la -10 °C la 0 °C, deci, diferența de temperatură este egală cu 10.

Deoarece lucrăm cu diferențe de temperatură, întrucât $\Delta t = \Delta T$, nu are importanță dacă lucrăm în °C sau în K.

În multe manuale și culegeri, pentru căldura latentă specifică de topire a gheții se folosește λ_g și nu λ_i . În continuare vom folosi și noi notația λ_g pentru a o deosebi de λ_v , căldura latentă de topire specifică altor substanțe solide.

Probleme de rezolvat

1. Un calorimetru având capacitatea calorică $C = 200$ J/K conține o cantitate $m_g = 0,5$ kg de gheață la temperatura $t_g = -10$ °C. În calorimetru se toarnă $m_a = 0,25$ kg apă la temperatura $t_a = 60$ °C. Cunoscând: $c_a = 4180$ J/kg · K, $c_g = 2090$ J/kg · K și $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$ J/kg, să se determine temperatura finală și cantitatea de apă și gheață aflată în echilibru termic la această temperatură.

Dificultatea rezolvării acestor probleme de echilibru gheață-apă constă în faptul că la fiecare etapă de rezolvare trebuie efectuate calculele.

Temperatura finală este dependentă de raportul cantităților de apă și gheață și de temperaturile lor inițiale.

Se poate întâmpla ca gheața să fie în cantitate mult mai mare ca apa și la o temperatură foarte joasă și de asemenea și apa să aibă o temperatură mai mare ca 0 °C, dar suficient de joasă. În acest caz este de așteptat ca toată apa să înghețe și temperatura de echilibru să fie mai mică de 0 °C.

Dacă apa e predominantă și se găsește la temperatură destul de ridicată și în ea se introduce o bucată mică de gheață, toată gheața se va topi și e posibil ca temperatura finală să fie > 0 °C.

În cazul problemei de față se precizează că, în final, rămâne un amestec de apă și gheață și temperatura finală este, firesc, egală cu 0 °C.

Chiar dacă problema n-ar fi precizat acest lucru și întrebarea ar fi fost: „care este starea finală a sistemului?”, pentru a putea scrie ecuația calorimetrică trebuie să pornim de la prezumția $\theta = 0$ și în final să vedem dacă ea a fost corectă sau nu.

Apa este cea care cedează căldură, prin răcirea ei de la 60 °C. Să calculăm cât este această căldură:

$$Q_{\text{ced}} = m_a c_a \Delta t = 0,25 \cdot 4180 \cdot 60 = 62\,700 \text{ J}.$$

Gheața și calorimetrul trebuie să ajungă de la -10 °C la 0 °C. Căldura primită de acestea este:

$$Q_1 = m_g c_g \cdot \Delta t + C \cdot \Delta t = 0,5 \cdot 2090 \cdot 10 + 200 \cdot 10 = 12\,450 \text{ J}.$$

$Q_{\text{ced}} > Q_1$, ceea ce înseamnă că o parte, m'_g , din gheață se topește. Ne dăm seama că nu se poate topi toată, deoarece valoarea λ_g este foarte mare.

Putem scrie ecuația calorimetrică pentru acest proces:

$$Q_{ced} = Q_1 + m'_g \lambda_g;$$

$$m'_g = \frac{Q_{ced} - Q_1}{\lambda_g} = \frac{62700 - 12450}{3,4 \cdot 10^5} = 0,15 \text{ kg.}$$

În concluzie: temperatura de echilibru este $\theta = 0^\circ\text{C}$ între gheața care a rămas, $m_{gf} = m_g - m'_g = 0,35 \text{ kg}$, și apă, $m_{af} = m_a + m'_g = 0,40 \text{ kg}$.

2. O căldare cu zăpadă și apă, cântărind în total $m = 10 \text{ kg}$ (fără masa căldării), este adusă într-o cameră încălzită. Se măsoară temperatura și timpul. Se constată că după 50 de minute toată zăpada s-a topit (temperatura, în acest timp, rămânând 0°C), iar după 10 minute, temperatura apei a crescut până la $+2^\circ\text{C}$. Care a fost masa zăpezii?

Considerăm debitul de căldură $\frac{Q}{\tau} = \text{const.}$

$$\text{Atunci: } \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{Q_2}{\tau_2}; \frac{m_z \lambda_g}{\tau_1} = \frac{m_c \Delta t}{\tau_2}.$$

$$\text{Înlocuind numeric: } \frac{m_z \cdot 34 \cdot 10^4}{50} = \frac{10 \cdot 4180 \cdot 2}{10}, \text{ de unde rezultă: } m_z = 1,2 \text{ kg.}$$

Probleme propuse

1. Într-un frigider (cu funcționare neîntreruptă) s-a introdus o cană cu apă. În $\tau_1 = 5$ minute apa s-a răcit de la $t = 4^\circ\text{C}$ până la 0°C . Cât timp trebuie să mai treacă pentru ca apa să înghețe? ($\lambda_g = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

R: 1 h 40 min.

2. Într-un vas de sticlă se află $V_1 = 300 \text{ cm}^3$ de toluen la temperatura $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Într-un alt vas se află $V_2 = 112 \text{ cm}^3$ de toluen la temperatura $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Coeficientul de dilatare în volum a toluenului $\gamma = 10 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Care va fi temperatura finală după ce amestecăm lichidele?

R: 25°C .

3. Un frigider absoarbe o putere P , într-un timp τ , pentru a îngheța o cantitate m de apă, aflată inițial la temperatura t . Ce căldură se degajă în exterior în decursul procesului? Se cunosc: c_a și λ_g .

R: $P\tau - (mc_a t + m\lambda_g)$.

4. Într-un calorimetru se află 1 kg de apă la 30°C . Se adaugă 1 kg de gheață cu temperatura de -10°C . Să se calculeze cantitatea de apă aflată în calorimetru la echilibru termic. Se cunosc $c_a = 4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $c_g = 2100 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ și $\lambda_g = 350 \text{ kJ/kg}$.

R: $1,3 \text{ kg}$.

5. O metodă de răcire a unui lichid este metoda evaporării forțate sau intensive. Ea se realizează punând sub un clopot de sticlă un vas cu apă. Aerul și vaporii se evacuează cu ajutorul unei pompe de cauciuc. Dacă masa de apă evaporată este $m_v = 3,4 \text{ g}$, care a fost masa inițială a apei? Se cunosc: căldura latentă specifică

de solidificare, $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, și căldura latentă specifică de vaporizare, $\lambda_v = 2,3 \text{ MJ/kg}$.

R: $26,4 \text{ g}$.

6. Ce cantitate de gheață, aflată la 0°C , trebuie adăugată în 2 l de apă cu temperatura de 90°C pentru a o răci până la 10°C ? ($c_a = 4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $\lambda_g = 34 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$).

R: $1,75 \text{ kg}$.

7. Ce căldură este necesară pentru a topi 10 kg de cupru cu temperatura de 10°C ? ($\lambda_{\text{cu}} = 205 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$, $c_a = 395 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $t_f = 1083^\circ\text{C}$).

R: $6,3 \text{ MJ}$.

8. Ce căldură se consumă la transformarea a 10 kg de gheață, cu temperatura de -10°C , în vaporii la 100°C ? ($\lambda_g = 34 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$, $\lambda_v = 23 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, $c_g = 2090 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$).

R: 30789 kJ .

1.7. Principiul I al termodinamicii

1.7.1. Căldura și lucrul mecanic în termodinamică.

Enunțuri echivalente ale principiului I al termodinamicii

I. Principiul I al termodinamicii introduce o mărime de stare numită energie internă, U ; variația energiei interne, ΔU , depinde doar de stările inițială și finală între care evoluează sistemul și nu și de modul în care are loc această transformare.

Acesta este considerat și unul dintre enunțurile principiului I al termodinamicii. Sistemul termodinamic considerat interacționează cu mediul extern și, în urma acestei interacțiuni, trece dintr-o stare în alta.

Dacă, în urma interacțiunii, variază parametri p și V , această formă a schimbului de energie se numește *lucru mecanic*.

Dacă variază numai parametrul temperatură T , această formă a schimbului de energie se numește *căldură*.

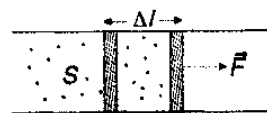


Fig. 1.36. Lucrul mecanic într-o destindere izobară.

Dacă forța F cu care gazul acționează asupra pistonului este constantă și, așa cum se vede din figură, deplasarea are loc pe direcția forței, lucrul mecanic efectuat de gaz este:

$$L = F\Delta l = pS\Delta l = p\Delta V.$$

Interpretarea geometrică a lucrului mecanic. După cum știm, în coordonate (p, V) , fiecare punct reprezintă o stare. Trecem dintr-o stare în alta (fig. 1.37) printr-o transformare oarecare.

Ambele mărimi depind de modul în care se desfășoară procesul termodinamic, prin urmare sunt *mărimi de proces*.

Considerăm un sistem termodinamic (cu care ne vom întâlni foarte des): un gaz aflat într-un cilindru prevăzut cu un piston mobil (fig. 1.36).

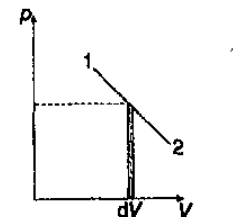


Fig. 1.37. Interpretarea geometrică a lucrului mecanic.

Aria dreptunghiului hașurat este pdV , care este egală cu lucrul mecanic infinitesimal dL . Dacă „însușim” toate aceste lucruri mecanice infinitesimale, obținem lucrul mecanic total, L , efectuat în acest proces. Prin urmare, *aria de sub reprezentarea în coordonate (p, V) , a transformării este lucrul mecanic efectuat în acea transformare.*

Precizare: Lucrul mecanic și căldura sunt mărimi de proces, deci *nu putem scrie ΔQ și ΔL (nu există $L_i - L_f$), dar mărimile infinitesimale dL și dQ au sens, ele semnificând schimburi infinitesimale de căldură și lucru mecanic. De asemenea, nu se spune *cantitate de căldură, cantitate de lucru mecanic*, ci, simplu, căldură și lucru mecanic.*

Principiul I al termodinamicii leagă cele două mărimi de proces, lucrul mecanic și căldura, de variația mărimii de stare *energia internă a sistemului*:

$$\Delta U = Q - L \quad (1.42)$$

II. La trecerea unui sistem termodinamic dintr-o stare în alta, variația energiei interne a sistemului este măsurată de căldura și lucrul mecanic schimbate de sistem cu mediul extern.

Enunț

Într-o transformare ciclică, evident, starea finală coincide cu starea inițială și $\Delta U = U_f - U_i = 0$. Din primul principiu al termodinamicii rezultă că $L = Q$, sau:

III. Imposibilitatea realizării unui perpetuum mobile de speța I (o mașină termică care să producă lucru mecanic fără să consume căldură de la o sursă exterioară).

IV. Primul principiu al termodinamicii este legea conservării energiei pentru sistemele termodinamice: dacă sistemul este izolat, nu schimbă căldură și nici lucru mecanic cu exteriorul, $Q = 0$, $L = 0$ și rezultă, din primul principiu, $\Delta U = 0$, adică *energia internă a sistemului se conservă.*

Enunțuri

1.7.2. Aplicarea principiului I al termodinamicii la transformările gazului ideal

Vom urmări atât exprimarea mărimilor de proces, căldura și lucrul mecanic, în diferitele transformări prin care trece gazul ideal, cât și expresia primului principiu al termodinamicii în aceste transformări. Variația energiei interne, ΔU , are aceeași expresie în toate transformările, fiind mărime de stare, cu excepția transformării izoterme și a transformării ciclice, în care este nulă.

Expresia variației energiei interne am stabilit-o pe baza ecuației calorice de stare (relația (1.35)):

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R \Delta T.$$

1. Transformarea izocoră ($V = \text{const.}$)

Variația de volum fiind nulă, lucrul mecanic $L = 0$ și, prin urmare, principiul I al termodinamicii în această transformare este:

$$\Delta U = Q,$$

deci:
$$Q_v = \nu \frac{i}{2} R \Delta T.$$

În cazul transformării izocore, definim o căldură specifică la volum constant, c_v :

$$c_v = \frac{1}{m} \cdot \frac{Q_v}{\Delta T},$$

care este căldura necesară unității de masă a gazului pentru a-i varia temperatura cu o unitate la volum constant.

Întrucât am introdus mărimea mol pentru cantitate de substanță, introducem și noțiunea de căldură molară pe care o vom nota cu C .

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{Q}{\Delta T}. \quad (1.43)$$

Definiție

Căldura molară este căldura necesară unui mol dintr-o substanță pentru a-i varia temperatura cu o unitate.

În S.I., această mărime se măsoară în:

$$[C]_{\text{SI}} = \frac{[Q]_{\text{SI}}}{[\nu]_{\text{SI}} [\Delta T]_{\text{SI}}} = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.$$

Înlocuind în relația (1.43) pe $\nu = \frac{m}{\mu}$, se obține relația dintre căldura molară și căldura specifică:

$$C = \mu c. \quad (1.44)$$

În cazul transformării izocore, căldura molară la volum constant, C_v , este căldura necesară unui mol dintr-o substanță pentru a-i varia temperatura cu o unitate la volum constant:

$$C_v = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{Q_v}{\Delta T}.$$

Din definițiile căldurii specifice și a căldurii molare la volum constant putem exprima căldura schimbată la volum constant, Q_v :

$$Q_v = m c_v \Delta T = \nu C_v \Delta T.$$

Conform principiului I, $Q_v = \Delta U$, deci:

$$C_v = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{i}{2} R$$

și, ca urmare, expresia variației energiei interne mai poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta U = \nu C_v \Delta T.$$

În rezumat:

$V = \text{const.}$

Principiul I: $\Delta U = Q_v$;

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R \Delta T = \nu C_v \Delta T;$$

$$L = 0;$$

$$Q_v = \nu \frac{i}{2} R \Delta T = m c_v \Delta T = \nu C_v \Delta T;$$

$$C_v = \frac{i}{2} R;$$

$$C_v = \mu c_v$$

(1.45)

Transformarea izocoră

2. Transformarea izobară ($p = \text{const.}$)

Energia internă are aceeași expresie: $vC_v\Delta T$. La introducerea noțiunii de lucru mecanic în termodinamică am văzut că, la presiune constantă, $L = p\Delta V$. Scriind ecuațiile termice de stare în două stări, în care presiunea este aceeași, pentru același număr de moli:

$$\begin{aligned} pV_1 &= vRT_1 \\ pV_2 &= vRT_2 \end{aligned} \Rightarrow p\Delta V = vR\Delta T, \text{ deci } L = vR\Delta T.$$

La presiune constantă, primul principiu al termodinamicii se mai poate scrie:
 $\Delta U = Q - p\Delta V$.

De aici, căldura schimbată la presiune constantă Q_p este:

$$Q_p = \Delta U + p\Delta V.$$

Se definesc căldura specifică la presiune constantă c_p și căldura molară la presiune constantă C_p :

$$\begin{aligned} c_p &= \frac{1}{m} \cdot \frac{Q_p}{\Delta T} \\ C_p &= \frac{1}{v} \cdot \frac{Q_p}{\Delta T} \end{aligned} \Rightarrow C_p = \mu c_p.$$

Conform principiului I, în această transformare:

$$C_p = \frac{1}{v} \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{p\Delta V}{\Delta T} \right) = \frac{1}{v} \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{vR\Delta T}{\Delta T} \right) = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R,$$

sau

$$C_p = C_v + R \quad (1.46)$$

cunoscută sub numele de *relația lui Robert Mayer*.

Din definițiile căldurii specifice și a căldurii molare, căldura schimbată la presiune constantă, Q_p , mai poate fi exprimată ca:

$$Q_p = mc_p\Delta T = vC_p\Delta T.$$

În rezumat:

Transformarea izobară	$p = \text{const.}$
	principiul I: $\Delta U = Q - p\Delta V$;
	$\Delta U = vC_v\Delta T$;
	$L = p\Delta V$;
	$Q_p = mc_p\Delta T = vC_p\Delta T$;
	$C_p = \frac{i+2}{2}R$;
	$C_p = \mu c_p$.

(1.47)

3. Transformarea izotermă ($T = \text{const.}$)

În această transformare $\Delta U = 0$. Deci, conform principiului I, $L = Q$.

Întrucât noțiunile de matematică la acest nivel nu sunt complete, prezentăm expresia lucrului mecanic fără demonstrație:

$$L = Q = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 2,3vRT_1 \lg \frac{V_2}{V_1}. \quad (1.48)$$

În funcție de cum este raportul dintre volumul final, V_2 , și volumul inițial, V_1 , se folosește prima sau a doua expresie (dacă este e^n – e fiind baza logaritmilor naturali –, respectiv 10^n).

În rezumat:

Transformarea izotermă	$T = \text{const.}$
	principiul I: $L = Q$;
	$\Delta U = 0$;
	$Q = L = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = vRT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}.$

(1.49)

4. Transformarea adiabatică ($Q = 0$)

Într-o transformare adiabatică, sistemul nu schimbă căldură cu mediul extern.

Dacă $Q = 0$, primul principiu al termodinamicii devine $\Delta U = -L$. Aceasta înseamnă că $L = -vC_v\Delta T$.

În rezumat:

Transformarea adiabatică	$Q = 0$;
	principiul I: $\Delta U = -L$;
	$Q = 0$;
	$L = -vC_v\Delta T.$

(1.50)

Ecuația transformării adiabatică

Ea a fost stabilită de fizicianul Poisson și poartă denumirea de *ecuația lui Poisson*:
 $pV^\gamma = \text{const.}$ (1.51)

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}$ se numește *exponent adiabatic* sau *indicele adiabatic*.

Întrucât $C_p > C_v$, exponentul adiabatic $\gamma > 1$. Adiabata reprezentată în coordonate (p, V) este mai înclinată decât izoterma $pV = \text{const.}$ (fig. 1.38).

Pe baza ecuației termice de stare,

$$pV = vRT, \quad p = \frac{vRT}{V}, \quad V = \frac{vRT}{p},$$

ecuația lui Poisson poate fi scrisă în coordonate (T, V) și (T, p).

$$\frac{vRT}{V} V^\gamma = \text{const.} \quad \text{sau} \quad TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (1.52)$$

$$p \frac{(VR)^{\gamma} T^{\gamma}}{p^{\gamma}} = \text{const.}, \quad T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const.} \quad \text{sau} \quad \sqrt[\gamma]{T^{\gamma} p^{1-\gamma}} = \text{const.}, \quad \text{adică} \quad Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const.} \quad (1.53)$$

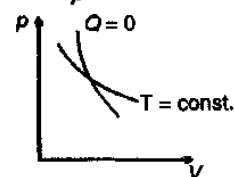


Fig. 1.38. Graficul adiabatei ($Q = 0$) este mai înclinat decât al izoteimei ($T = \text{const.}$).

În coordonate (p, V), izoterma și adiabata au un singur punct de intersecție (fig. 1.38).

Aria de sub transformarea reprezentată în coordonate (p, V) reprezintă lucrul mecanic. După cum se vede din figura 1.38, în cazul destinderii izoterme se obține un lucru mecanic mai mare, iar la comprimare se cheltuiește un lucru mecanic mai mic decât în cazul transformării adiabate.

5. Transformarea politropă

Transformarea politropă este transformarea generală în care variază simultan presiunea și volumul după legea:

$$pV^n = \text{const.} \quad (1.54)$$

în care n este exponentul politropic sau indicele politropic.

Ca și în cazul transformării adiabate, în cazul transformării politrope ecuația transformării poate fi exprimată în funcție de parametri (T, V) și (T, p) :

$$TV^{n-1} = \text{const.} \quad (1.55)$$

$$\text{și} \quad Tp^{\frac{1-n}{n}} = \text{const.} \quad (1.56)$$

În cazul transformării politrope, pe baza definiției căldurii molare, rezultă expresia căldurii schimbate:

$$Q = \nu C \Delta T. \quad (1.57)$$

Întrucât variația energiei interne este independentă de natura transformării, expresia ei este tot:

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T,$$

iar principiul I al termodinamicii se scrie:

$$\nu C_V \Delta T = \nu C \Delta T - L,$$

Am văzut că în cazul transformării adiabate $Q = 0$, deci:

$$L_{ad} = -\Delta U = -\nu C_V \Delta T.$$

Pe baza relației lui Robert Mayer putem scrie:

$$C_p - C_v = R \rightarrow C_v \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) = R \rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1},$$

deci

$$L_{ad} = -\nu \frac{R}{\gamma - 1} \Delta T.$$

În mod analog, am putea scrie lucrul mecanic într-o transformare politropă (se poate demonstra riguros):

$$L = -\nu \frac{R}{n-1} \Delta T,$$

expresie ce poate fi folosită pentru orice valoare a lui n (cu excepția transformării izoterme, în care $n = 1$ și în care expresia lucrului mecanic rămâne cea menționată în cadrul acestei transformări).

Înlocuind în expresia principiului I al termodinamicii pentru transformarea politropă, se obține:

$$\nu C \Delta T = \nu C_V \Delta T - \nu \frac{R}{n-1} \Delta T; \quad C = C_V - \frac{R}{n-1} \rightarrow n(C - C_V) = C - (C_V + R),$$

de unde rezultă expresia indicelui politropic, n :

$$n = \frac{C - C_V}{C - C_p}. \quad (1.58)$$

Din ecuația 1.54, se observă că transformările simple sunt cazuri particulare de transformări politropice. Astfel, pentru:

$n = 1$ transformare izotermă ($pV = \text{const.}$);

$n = 0$ transformare izobară ($p = \text{const.}$);

$n = \gamma$ transformare adiabată ($pV^\gamma = \text{const.}$);

$n \rightarrow \infty$ transformare izocoră ($V = \text{const.}$);

... cea mai relevantă din relația (1.58), în care $n \rightarrow \infty$ dacă $C = C_V$.

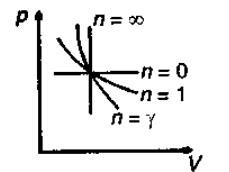


Fig. 1.39. Transformările simple sunt cazuri particulare ale transformării politrope.

În coordonate (p, V) aceste transformări simple sunt reprezentate în figura 1.39.

Observație: în cele ce urmează, se va ține seama că, pentru reprezentarea transformării în coordonatele cerute, prima literă este întotdeauna pe ordonată și a doua literă pe abscisă; în variațiile parametrilor se ia întotdeauna stare finală minus stare inițială.

1. Un mol de gaz ideal ($C_V = \frac{3}{2}R$), aflat inițial la temperatura T_1 , efectuează

o transformare descrisă de relația $T = aV^2$ (a este o constantă pozitivă), ajungând în starea finală la un volum de 3 ori mai mare. Care este căldura absorbită de gaz în cursul transformării?

Pentru a transcrie transformarea în coordonate (p, V) , scriem ecuația termică de stare pentru $\nu = 1$ mol:

$pV = RaV^2 \Rightarrow p = aRV$ sau $p = kV$, transformarea fiind reprezentată printr-o dreaptă care pleacă din origine (fig. 1.40).

Conform principiului I al termodinamicii:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}; \quad \Delta U_{12} = C_V(T_2 - T_1);$$

L_{12} este aria hașurată de sub transformare (aria unui trapez).

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = V_1(p_1 + p_2)$$

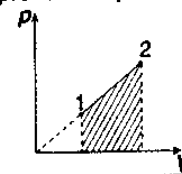


Fig. 1.40.

Scriind ecuațiile termice de stare în cele două stări și ecuația transformării, obținem:

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= RT_1 \\ 3p_2 V_1 &= 9RT_1 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad p_2 = 3p_1; \quad \begin{aligned} T_1 &= aV_1^2 \\ T_2 &= 9aV_1^2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad T_2 = 9T_1.$$

Prin urmare:

$$L_{12} = 4p_1 V_1 = 4RT_1;$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}R \cdot 8T_1 = 12RT_1.$$

Deci căldura absorbită de gaz în această transformare este:

$$Q_{12} = 12RT_1 + 4RT_1 = 16RT_1.$$

2. ν moli de gaz ideal monoatomic ($C_V = \frac{3}{2}R$) se destind după legea $p = aV$ (unde a este o constantă pozitivă). Cunoscând constanta universală a gazelor ideale, R , să se exprime căldura molară a gazului, C .

Transformarea este reprezentată în figura 1.40. Conform definiției, căldura

molară este:

$$C = \frac{Q_{12}}{\nu(T_2 - T_1)};$$

Principiul I: $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}; \quad \Delta U_{12} = v \frac{3}{2} R(T_2 - T_1);$

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2};$$

$$p_1 = aV_1$$

$$aV_1^2 = vRT_1$$

$$p_2 = aV_2$$

$$aV_2^2 = vRT_2$$

$$p_1 + p_2 = a(V_2 + V_1)$$

$$a(V_2^2 - V_1^2) = vR(T_2 - T_1);$$

$$L_{12} = \frac{a(V_2 + V_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{a(V_2^2 - V_1^2)}{2} = \frac{vR(T_2 - T_1)}{2}.$$

Înlocuind în expresia căldurii molare, se obține:

$$C = \frac{v \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)}{v(T_2 - T_1)} + \frac{vR(T_2 - T_1)}{2v(T_2 - T_1)} = \frac{3}{2}R + \frac{R}{2} = 2R; \quad C = 2R.$$

3. v moli de gaz ideal efectuează un ciclu $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$, format din două izoterme $T_1 = \text{const.}$ și $T_2 = \text{const.}$ ($T_2 > T_1$) și două izobare; transformarea $1 \rightarrow 2$ este izobară și $p_1 > p_4$. Să se reprezinte ciclul în coordonate (V, p) și să se exprime lucrul mecanic pe ciclu știind că $p_1/p_4 = e$ (baza logaritmilor naturali).

Ciclul reprezentat în coordonate (V, p) arată ca în figura 1.41. Lucrul mecanic total este:

$$L = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41};$$

$$L_{12} = vR(T_2 - T_1); \quad L_{34} = vR(T_1 - T_2);$$

$$L_{23} = vRT_2 \ln \frac{p_1}{p_4}; \quad L_{41} = vRT_1 \ln \frac{p_4}{p_1}.$$

Înlocuind în expresia lucrului mecanic, se obține:

$$L = vR(T_2 - T_1) - vR(T_2 - T_1) + vRT_2 \ln \frac{p_1}{p_4} - vRT_1 \ln \frac{p_1}{p_4}.$$

Ținând seama că: $\ln \frac{p_1}{p_4} = \ln e = 1, \quad L = vR(T_2 - T_1).$

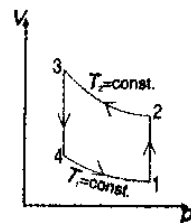


Fig. 1.41.

4. Să se determine căldura molară a unui gaz ideal monoatomic în cursul transformării $p = aV^3$.

Din expresia indicelui politropic (1.58), căldura molară C este egală cu:

$$C = \frac{nC_v - C_p}{n-1}.$$

În cazul transformării propuse se poate scrie:

$$pV^{-3} = \text{const.} \Rightarrow n = -3.$$

Înlocuind în expresia căldurii molare:

$$C = \frac{-3 \frac{3}{2} R - \frac{5}{2} R}{-3-1} = \frac{7}{4} R.$$

Probleme propuse

1. Crește sau scade temperatura unui gaz care se destinde după legea $pV^2 = \text{const.}$?
R: scade.

2. Într-un cilindru orizontal, prevăzut cu piston, se găsește aer cu masa $M = 147$ g care, în stare inițială, are temperatura $t_1 = 27^\circ\text{C}$. Aerul este încălzit izobar până la temperatura $t_2 = 227^\circ\text{C}$. Cunoscând masa molară a aerului, $\mu = 29$ kg/kmol, constanta universală a gazelor ideale, $R = 8,31$ J/mol $\cdot$ K, să se calculeze lucrul mecanic efectuat de gaz în acest proces.
R: 8424,6 J.

3. Un kilomol de gaz ideal este încălzit la presiune constantă de la temperatura $t_1 = 17^\circ\text{C}$ până la temperatura $t_2 = 75^\circ\text{C}$. Cunoscând valoarea indicelui adiabatic $\gamma = 1,67$ și constanta universală a gazelor ideale, să se calculeze variația energiei interne în acest proces.
R: 0,72 MJ.

4. Un gaz ideal absoarbe, pentru încălzirea sa cu 25 K, la presiune constantă, o căldură egală cu 500 J, iar la răcirea aceluiași gaz cu 75 K, la volum constant, se eliberează o căldură egală cu 1070 J. Ce valoare are indicele adiabatic?
R: 7/5.

5. Ce căldură molară izocoră are un gaz ideal care, destinzându-se adiabatic, își mărește volumul de 100 de ori și își micșorează temperatura de 10 ori? Se cunoaște R .
R: $2R$.

6. Gazul ideal dintr-un cilindru cu piston este comprimat de la volumul V_0 la $V = V_0/e$ ($e = 2,73$). Care este raportul dintre lucrul mecanic efectuat în cazul comprimării izoterme, L_z , și lucrul mecanic efectuat în cazul comprimării izobare, L_p , adică (L_z/L_p) ?
R: 1,58.

7. Care este căldura molară a unui gaz ideal monoatomic în transformarea dată de ecuația $pV^3 = \text{const.}$?
R: R .

8. Un gaz ideal diatomic se destinde după legea $p = aV$, unde $a = 10^8$ N/m⁵, de la un volum $V_1 = 1$ l la un volum $V_2 = 2$ l. Ce lucru mecanic efectuează?
R: 150 J.

1.8. Motoare termice

1.8.1. Randamentul. Eficiența

Conform principiului I al termodinamicii, într-o transformare ciclică $\Delta U = 0$ și, prin urmare $Q = L$, adică este posibilă transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic. În realitate acest lucru nu se întâmplă.

În toate studiile efectuate asupra proceselor de transformare a căldurii în lucru mecanic s-a urmărit obținerea unui randament maxim în această transformare.

Pentru astfel de studii sunt necesare: un *rezervor termic* sau *termostat* care schimbă energie sub formă de căldură cu alte corpuri și un *corp de lucru*, adică un sistem care să schimbe energie sub formă de căldură cu două sau mai multe rezervoare termice, efectuând lucru mecanic.

Dispozitivul care folosește un corp de lucru, transformând continuu căldura în lucru mecanic, se numește *mașină termică* sau *motor termic*.

S-a stabilit experimental că nu poate fi realizată o *mașină termică monotermă* – adică o mașină termică a cărei substanță de lucru să primească (de la un termostat) căldură și s-o transforme integral în lucru mecanic, revenind în starea inițială fără a produce schimbări în mediul exterior. Prin modificări în mediul exterior înțelegem: fără efectuare de lucru mecanic.

Pe baza rezultatelor experimentale, se admite ca postulat afirmația: este imposibil să se construiască o mașină termică monotermă sau un perpetuum mobile de speța a doua.

Postulat

Mașina termică monotermă ar putea produce lucru mecanic pe seama răcirii mărilor, oceanelor sau a aerului atmosferic, care reprezintă surse de energie inepuizabile. Este imposibil de obținut lucru mecanic prin simpla răcire a unui corp.

Transformarea ciclică bitermă

O transformare în care sistemul schimbă căldură cu două termostate de temperaturi diferite se numește *transformare ciclică bitermă*.

Definiție

Substanța de lucru primește căldura Q_1 de la termostatul cu temperatura $T_1 > T_2$ – *sursa caldă* –, efectuează lucrul mecanic L și cedează căldura Q_2 termostatului cu temperatura T_2 – *sursa rece*.

Dacă ciclul, reprezentat în coordonate (p, V) , este parcurs în sensul acelor de ceasornic, se numește *direct*; dacă este parcurs în sens opus, se numește *inversat*.

În ciclul direct, procesul de destindere a substanței are loc la presiuni și temperaturi mai ridicate decât în ciclul inversat.

Întrucât transformarea este ciclică, $\Delta U = 0$, rezultă:

$$L = Q.$$

Căldura schimbată pe ciclu $Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$, deci $L = Q_1 - |Q_2|$.

Prin $Q_1 > 0$ vom înțelege căldura schimbată la sursa caldă, iar prin $Q_2 < 0$, căldura schimbată la sursa rece.

Precizare: În rezolvarea problemelor, vom aplica formulele ce corespund transformărilor respective pentru L și Q , luând întotdeauna stare finală minus stare inițială, stabilind astfel semnele corecte pentru L și Q .

Se definește ca *randament al mașinii termice*:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}. \quad (1.59)$$

Definiție

Într-un ciclu biterm $L < Q_1$, deci $\eta < 1$.

Motorul termic ia căldură de la o sursă caldă, transformă o parte din căldură în lucru mecanic util și cedează diferența sub formă de căldură unei surse reci.

Mașina frigorifică absoarbe căldură de la sursa rece, se furnizează mașinii un lucru mecanic din exterior și căldura este cedată unei surse calde.

Într-un frigider, congelatorul constituie sursa rece, lucrul mecanic îl efectuează un motor electric, iar sursa caldă este aerul din mediul înconjurător. Mașina frigorifică răcește o încălț sub temperatura mediului înconjurător.

Definiție

În loc de randament, se definește *eficiența mașinii frigorifice*, ε :

$$\varepsilon = \frac{|Q_2|}{L}. \quad (1.60)$$

Eficiența este cu atât mai mare cu cât căldura absorbită de la sursa rece este mai mare (congelatorul se răcește mai mult) cu consum minim de lucru mecanic.

Pompa de căldură. În acest caz izvorul cald este încălț, iar izvorul rece mediul înconjurător. Se efectuează lucru mecanic pentru a încălzi încălț peste temperatura mediului înconjurător.

Definiție

Eficiența pompei de căldură, ε , este: $\varepsilon = \frac{Q_1}{L}$.

Spre deosebire de randament, care este subunitar, eficiența este supraunitară.

Principiul de funcționare al motoarelor termice este același: se absoarbe căldură de la o sursă aflată la o temperatură mai înaltă, se efectuează lucru mecanic și se cedează căldură la o temperatură mai scăzută.

Cele mai răspândite motoare termice sunt cele cu ardere internă, în patru timpi, adică în fiecare ciclu au loc patru procese.

1.8.2. Motorul Otto

Elementele principale ale motorului Otto sunt (fig. 1.42):

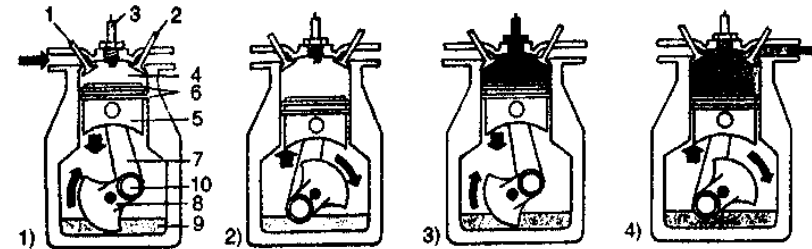


Fig. 1.42. Motorul Otto; 1 – admisia; 2 – compresia; 3 – detenta; 4 – evacuarea.

- 1 – supapă de admisie;
- 2 – supapă de evacuare;
- 3 – bujie – formată din doi electrozi între care are loc o descărcare electrică ce determină aprinderea combustibilului;
- 4, 5 cilindru cu piston;
- 6 segmenti – inele concentrice elastice cu care este prevăzut pistonul pentru a închide etanș cilindrul;
- 7, 8 – mecanism bielă manivelă – transformă mișcarea rectilinie alternativă a pistonului în mișcare de rotație;
- 9 – ulei;
- 10 arbore cotit.

Cilindrul cu piston este prevăzut cu două supape: una de admisie și una de evacuare.

Amestecul de aer cu vapori de benzină se prepară într-un dispozitiv numit carburator.

- **Timul 1 – admisia.** Pe măsură ce în cilindru pătrunde un amestec de aer cu vapori de benzină, din carburator, supapa de admisie este deschisă și cea de evacuare este închisă, pistonul coboară.
- **Timul 2 – compresia.** Supapa de admisie se închide și pistonul urcă, comprimând, aproximativ adiabatic, amestecul de benzină cu aer. Aproape de capătul acestei curse, o scânteie aprinde amestecul și arderea are loc foarte rapid, astfel încât creșterea presiunii și a temperaturii are loc la volum aproape constant.
- **Timul 3 – detenta (destinderea rapidă).** Pistonul efectuează un lucru mecanic (*tim motor*).
- **Timul 4 – evacuarea.** Când pistonul ajunge aproape de „punctul mort” inferior, se deschide supapa de evacuare, presiunea scade brusc, până aproape de presiunea atmosferică. Acest punct este depășit, datorită volantului fixat pe arborele motorului, care continuă să se învârtască în virtutea inerției și acționează pistonul prin manivelă-bielă. După evacuarea gazelor din cilindru, pistonul ajunge în poziția inițială și începe un nou ciclu.

Pe un ciclu idealizat al motorului Otto (fig. 1.43), să exprimăm randamentul în funcție de raportul de compresie

(volum mai mare pe volum mai mic) $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$.

Ciclu fiind alcătuit din două adiabat, $Q = 0$, și două izocore, $V_1 = \text{const.}$ și $V_2 = \text{const.}$, pentru a calcula randamentul ne alegem:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}.$$

$$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) > 0 \text{ întrucât } T_3 > T_2 \text{ și:}$$

$$Q_{41} = \nu C_V (T_1 - T_4) < 0 \text{ întrucât } T_1 < T_4; |Q_{41}| = \nu C_V (T_4 - T_1).$$

Înlocuind în expresia randamentului, se obține:

$$\eta_0 = 1 - \frac{\nu C_V (T_4 - T_1)}{\nu C_V (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Transformările pe adiabatelor $1 \rightarrow 2$ și $3 \rightarrow 4$ se scriu, în coordonate (T, V) :

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$$

$$V_1^{\gamma-1} (T_4 - T_1) = V_2^{\gamma-1} (T_3 - T_2);$$

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}.$$

Pentru randamentul ciclului Otto rezultă:

$$\eta_0 = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}.$$

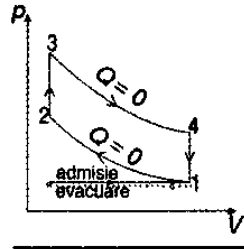


Fig. 1.43.

1.8.3. Motorul Diesel

În timpul 1, în cilindru pătrunde numai aer, care, comprimat adiabatic, își crește temperatura. În acest moment, cu ajutorul unei pompe de injecție, se injectează combustibilul care se aprinde datorită temperaturii ridicate a aerului comprimat. Arderea nu este foarte rapidă, astfel încât, practic, destinderea are loc la presiune constantă. După terminarea arderii, gazele continuă să se dilate adiabatic și apoi urmează răcirea la volum constant și evacuarea.

Motorul Diesel este mai robust decât motoarele cu aprindere prin scânteie. Avantajul constă în faptul că folosește combustibil ieftin (motorină, țitei sau praf de cărbune) și are randament mai mare.

Ciclu Diesel idealizat este reprezentat în figura 1.44.

Rapoartele de compresie sunt: $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ și $\rho = \frac{V_3}{V_2}$.

Deoarece în alcătuirea ciclului intră două adiabat, pentru exprimarea randamentului folosim relația:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}.$$

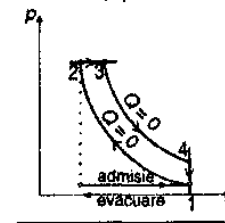


Fig. 1.44.

Căldurile schimbate la sursa caldă și rece sunt:

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) > 0;$$

$$Q_{41} = \nu C_V (T_1 - T_4) < 0; |Q_{41}| = \nu C_V (T_4 - T_1)$$

$$\eta_0 = 1 - \frac{\nu C_V (T_4 - T_1)}{\nu C_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\gamma (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{\gamma T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}.$$

Scriem în coordonate (T, V) ecuațiile transformărilor pe adiabatelor $1 \rightarrow 2$ și $3 \rightarrow 4$:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}};$$

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1}$$

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_3}{T_2} \rho^{\gamma-1} = \frac{T_4}{T_1}.$$

Din ecuațiile termice de stare scrise în stările 2 și 3, putem găsi raportul $\frac{T_3}{T_2}$:

$$\frac{p_2 V_2}{p_2 V_3} = \frac{\nu R T_2}{\nu R T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \rho.$$

Atunci:

$$\frac{T_4}{T_1} = \rho^\gamma.$$

Înlocuind expresia randamentului se obține:

$$\eta_0 = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)}. \quad (1.61)$$

Dintre cei patru timpi, timpul 3 produce lucru mecanic. În mod obișnuit, un autovehicul este echipat cu mai mulți cilindri, grupați în așa fel încât în orice moment unul dintre cilindri să se afle în timpul 3.

Mecanismele bielă-manivelă au manivelele cuplate pe același ax, numit arbore cotit.

Numărul de cilindri variază de la 3 la 12.

1.9. Principiul al II-lea al termodinamicii

1.9.1. Ciclu Carnot

Principiul I al termodinamicii este o lege universală a naturii care se aplică tuturor fenomenelor fizice, cu condiția ca legea de conservare a energiei să nu fie contrazisă. Și totuși, există multe procese fizice admise de primul principiu care în natură nu se realizează. De exemplu:

- dacă aducem în contact două corpuri cu temperaturi diferite, conform primului principiu al termodinamicii, este posibilă trecerea căldurii de la corpul mai cald la cel rece (ceea ce se întâmplă în realitate), dar nu este interzisă trecerea căldurii de la corpul mai rece la cel cald, fiind necesară îndeplinirea unei singure condiții: $Q_{cald} = Q_{p}$.
- tot conform primului principiu al termodinamicii, într-o transformare ciclică $Q = L$, deci este posibilă transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic, cu condiția ca energia să se conserve.

Aceste exemple ne arată că primul principiu nu face nici o referire la *sensul* în care se pot desfășura fenomenele fizice și, din acest punct de vedere, nu impune nici o limitare.

Al doilea principiu al termodinamicii completează primul principiu, indicând sensul de desfășurare a proceselor din natură, stabilind limitele de transformare a căldurii în lucru mecanic în procesele ciclice și afirmă neechivalența dintre căldură și lucru mecanic.

Al doilea principiu al termodinamicii cunoaște mai multe formulări echivalente pe baza studierii numeroaselor procese prin care căldura se transformă în lucru mecanic.

Pentru ca o transformare ciclică să fie reversibilă, trebuie ca fiecare transformare ce intră în componența ei, să fie reversibilă. Procesul adiabatic, nefiind legat de schimbul de căldură, este reversibil. Procesul în care substanța de lucru schimbă căldură cu exteriorul este reversibil numai dacă temperatura sistemului este egală cu temperatura termostatului, adică procesul este izoterm. Deci, o transformare este reversibilă dacă este formată din procese adiabatic și procese izoterme.

Transformarea ciclică bitermă și reversibilă formată din două izoterme și două adiabate se numește *ciclu Carnot*.

Oricare altă transformare ciclică bitermă este ireversibilă.

Ciclu Carnot este un ciclu ideal, teoretic, având randament maxim.

Randamentul unei mașini termice reale este întotdeauna mai mic decât randamentul ciclului Carnot:

$$\eta_{real} < \eta_C$$

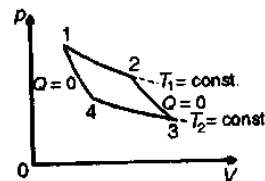


Fig. 1.45.

Să exprimăm randamentul ciclului Carnot (fig. 1.45). Deoarece în componența ciclului intră două adiabate, pentru exprimarea randamentului alegem:

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

$$Q_{12} = L_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0 \text{ pentru } V_2 > V_1;$$

$$Q_{34} = L_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} < 0 \text{ întrucât } V_4 < V_3; |Q_{34}| = \nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Înlocuim în expresia randamentului:

$$\eta_c = \frac{\nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

Scriem ecuațiile transformărilor adiabatic, în coordonate (T, V) :

$$2 \rightarrow 3 \quad T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

$$4 \rightarrow 1 \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Expresia randamentului valabilă numai pentru ciclu Carnot este:

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (1.62)$$

Rezultă că randamentul ciclului Carnot nu depinde de natura substanței de lucru (teorema lui Carnot) ci numai de temperatura sursei calde, T_1 , și temperatura sursei reci, T_2 .

1.9.2. Entropia. Formulări echivalente ale principiului al II-lea al termodinamicii

Din studiile experimentale expuse în paragraful precedent s-au formulat două postulate a căror echivalență constituie formularea de bază a celui de-al doilea principiu al termodinamicii:

1. Postulatul lui Thomson: în natură nu este posibil un proces ciclic al cărui unic rezultat să fie efectuarea de lucru mecanic pe seama căldurii de la un singur rezervor termic.

2. Postulatul lui Clausius: căldura nu poate trece, de la sine, de la un corp rece la unul mai cald fără a avea loc modificări în mediul extern.

Însă formularea generală a principiului al II-lea al termodinamicii este legată de introducerea unei noi mărimi de stare, numită *entropie*. Deci: principiul al II-lea introduce

o mărime de stare numită entropie și afirmă că variația de entropie a sistemelor izolate este nulă în procesele reversibile și crește în procesele ireversibile:

$$\Delta S \geq 0. \quad (1.63)$$

Semnul de egalitate se referă la procesele reversibile și semnul de inegalitate la procesele ireversibile.

De altfel, Planck a precizat că principiul al II-lea poate fi folosit pentru a determina dacă un proces este reversibil sau ireversibil.

Definirea corectă a unei variații infinitezimale de entropie, dS , este:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (1.64)$$

și unitatea de măsură în S.I. este J/K (conform definiției).

Tot insuficiența cunoștințelor matematice de la nivelul acestei clase ne împiedică să putem exprima variația de entropie în diferite procese și în felul acesta să concretizăm o noțiune care ni se pare destul de abstractă.

Putem exprima variația de entropie în cazul transformărilor stărilor de agregare, în care căldura se schimbă sub formă de căldură latentă la temperatură constantă:

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T}; \quad (1.65)$$

la vaporizare, de exemplu: $\Delta S = \frac{m\lambda_v}{T_v}$.

De asemenea, în cazul gazului ideal care este supus unei transformări izoterme și

$$L = Q = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

rezultă că: $\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.66)$

Pe baza definiției entropiei, principiul I și principiul al doilea al termodinamicii pot fi reunite într-o singură ecuație, care reprezintă *ecuația fundamentală a termodinamicii*. $TdS \geq dU + pdV. \quad (1.67)$

Din definiție se vede că în cazul transformărilor adiabactice reversibile

$$\Delta S = 0$$

și procesele se numesc *izentropice* ($S = \text{const.}$).

Ciclul Carnot, format din două adiabate și două izoterme, poate fi reprezentat în coordonate (T, S) ca în figura 1.46.

Variația oricărei funcții de stare într-un ciclu este nulă. În acest caz:

$$\Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34} + \Delta S_{41} = 0,$$

dar: $\Delta S_{23} = 0$ și $\Delta S_{41} = 0$,

iar: $\Delta S_{12} = \frac{Q_1}{T_1}$ și $\Delta S_{34} = \frac{|Q_2|}{T_2}$;

deci: $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{|Q_2|}{T_2} = 0$ sau $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$

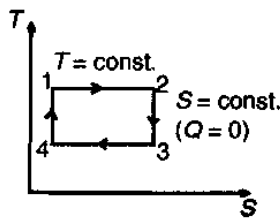


Fig. 1.46. Ciclul Carnot în coordonate (T, S) .

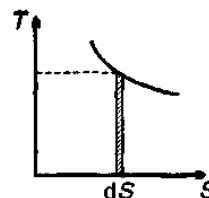


Fig. 1.47. Aria de sub o transformare reprezintă căldura.

Aria de sub reprezentarea în coordonate (T, S) a unei transformări reprezintă căldura:

$$dQ = TdS.$$

Conform principiului al doilea al termodinamicii, orice sistem termodinamic evoluează ireversibil în sensul creșterii entropiei sale și reversibil, astfel încât entropia să rămână constantă.

Cum tendința firească a oricărui sistem este de a evolua spre starea de echilibru, înseamnă că în starea de echilibru entropia este maximă.

De asemenea, într-un proces natural dezordinea crește. Entropia este o măsură a dezordinii sistemelor formate din mai multe particule.

În aplicarea principiului al II-lea al termodinamicii trebuie să ținem cont de faptul că el se aplică *sistemelor finite și izolate*.

Prin urmare, nu poate fi aplicat întregului Univers, afirmând că el evoluează în sensul creșterii entropiei și atingând starea de echilibru ajunge la stagnare – „moartea termică”.

De asemenea, lumea biologică este constituită din sisteme deschise care schimbă energie și substanță cu mediul extern, cu scopul de a micșora entropia și a forma sisteme din ce în ce mai ordonate.

Supraviețuirea înseamnă încercarea de a evita apropierea de starea de maximă entropie, adică moartea.

Și procesul economic este entropic, dar, spre deosebire de procesele entropice din natură, care se produc de la sine, procesul economic depinde de activitatea oamenilor.

V-ați întrebat probabil, de ce este necesar un program strict în activitatea de zi cu zi. Răspunsul constă tocmai în faptul că se încearcă micșorarea entropiei și micșorarea dezordinii.

Societatea este o forță care tinde să transforme dezordinea în ordine, putând realiza descreșteri locale ale entropiei.

1. Să se calculeze variația de entropie care se produce la topirea a 10 g de sodiu. Temperatura de topire a sodiului este de 97,5 °C și căldura latentă de topire $113 \cdot 10^3 \text{ J/K}$.

$$\Delta S = \frac{m\lambda_f}{T_f} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 113 \cdot 10^3}{370,66} = 3,05 \text{ J/K}.$$

2. Să se calculeze variația de entropie produsă prin dilatarea unui mol de gaz ideal de la un volum de 1 l la un volum de 5 l la temperatura constantă de 400 K.

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

ν este un mol, $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ și, înlocuind numeric, se obține:

$$\Delta S = 8,31 \ln \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 13,4 \text{ J/K}.$$

3. Un gaz ideal parcurge ciclul din figura 1.48. Să se exprime randamentul ciclului și randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme ale ciclului din figura 1.48.

În cazul acestei probleme pentru exprimarea randamentului ne alegem relația:

$$\eta = \frac{L}{Q_1}$$

Lucrul mecanic este egal cu aria ciclului, adică:

$$L = pV.$$

Căldurile schimbate în transformările 1 → 2 și 2 → 3 sunt:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) > 0 \quad \left\| \quad Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) > 0 \right\| \text{ deci căldura schimbată}$$

la sursa caldă este:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2);$$

$$\eta = \frac{pV}{\nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2)}.$$

Scriem ecuațiile termice în cele patru stări:

$$\begin{cases} pV = \nu RT_1 \\ 2pV = \nu RT_2 \\ 4pV = \nu RT_3 \\ 2pV = \nu RT_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nu(T_2 - T_1) = \frac{pV}{R} \\ \nu(T_3 - T_2) = \frac{2pV}{R} \end{cases}$$

Înlocuind în expresia randamentului, se obține: $\eta = \frac{R}{C_V + 2C_p}$, iar pentru randamentul unui ciclu Carnot:

$$\eta_c = \frac{T_3 - T_1}{T_3}.$$

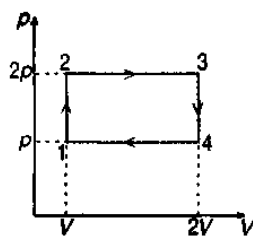


Fig. 1.48.

Probleme propuse

1. Un motor termic lucrează cu un gaz ideal conform ciclului din figura 1.49. Să se calculeze randamentul circuitului știind că $T_2 = eT_1$, unde $e = 2,71$.

R: 42%.

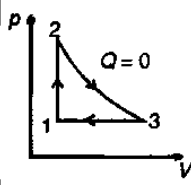


Fig. 1.50.

2. Cu un gaz ideal se efectuează un proces ciclic ca în figura 1.50. Știind că $T_2 = 22T_1$ și $T_3 = 6T_1$, iar randamentul unei mașini termice care ar funcționa după acest ciclu

este $\eta = \frac{2}{3}$, să se calculeze indicele adiabatic, γ .

R: $\frac{7}{5}$.

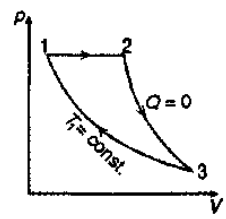


Fig. 1.49.

3. O cantitate de azot (N_2), de masă $M = 0,42$ kg, efectuează un ciclu ABCDA format din transformările izobare AB și CD și transformările izocore BC și DA. Cunoșcând volumele: $V_A = 83,1$ l și $V_C = 166,2$ l și presiunile $p_A = 6 \cdot 10^5$ N/m² și $p_C = 3 \cdot 10^5$ N/m², să se determine raportul dintre randamentul ciclului η și randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între aceleași temperaturi extreme η/η_c . Se cunosc: $\mu = 28$ kg/kmol, indicele adiabatei $\gamma = 1,4$ și $R = 8,31 \cdot 10^3$ J/kmol · K.

R: 0,14.

4. O cantitate $\nu = 0,02$ kmoli de neon (Ne) parcurge un ciclu format dintr-o destindere izobară, 1 → 2, o izocoră 2 → 3, urmată de o comprimare izobară 3 → 4 și o izocoră 4 → 1. Temperatura în starea 3, T_3 , este aceeași cu temperatura stării 1, T_1 , iar $V_3 = 3V_1$. Cunoșcând parametrii stării 1, $p_1 = 10^5$ N/m² și $V_1 = 0,75$ m³, să se calculeze randamentul ciclului.

R: 22%.

5. O mașină termică funcționează după un ciclu Carnot și are un randament de 50%. Temperatura sursei calde este cu 300 K mai mare decât cea a sursei reci. Care este temperatura sursei calde?

R: 600 K.

6. Căldura primită într-un ciclu Carnot este 1,2 kJ, iar lucrul mecanic efectuat este 0,48 kJ. Dacă temperatura sursei reci este 27°C, cu cât ar trebui să crească temperatura sursei calde pentru ca randamentul ciclului să devină 50%?

R: 100 K.

7. Cu un gaz ideal diatomic ($\gamma = \frac{7}{5}$) se efectuează un ciclu direct format din două adiabate, 2 → 3 și 4 → 1, și două izobare, 1 → 2 și 3 → 4. Temperaturile limită atinse pe acest ciclu sunt 900 K și 200 K. Cunoșcând raportul de compresie $\frac{V_4}{V_1} = 32$ și lucrul mecanic efectuat în dilatarea izobară, $L_{12} = 8,31 \cdot 10^6$ J, să se determine numărul de moli.

R: 10 kmoli.

8. Să se calculeze variația de entropie la înghețarea a 25 g de apă. ($\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$ J/kg).

R: 311 J/K.

9. Să se calculeze variația de entropie a 2 kmoli de gaz ideal la destinderea izotermă de la volumul de 2 l la volumul de 6 l.

R: 28.750 J/K.

Rezolvare probleme

§ 1.3, pag. 19

1. $Q_{\text{ced}} = Q_p$; $Q_2 + Q_3 = Q_1$; $m\alpha(t_2 - \theta) + m\alpha(t_3 - \theta) = m\alpha\theta$ rezultă $3\theta = t_2 + t_3 \rightarrow$

$\rightarrow \theta = \frac{t_2 + t_3}{3} = 30^\circ \text{C}$. 2. $m_p q_p = m_a c_a \Delta t$; $\Delta t = \frac{m_p q_p}{m_a c_a}$ 31 grade. 3. $m_p c_p (t_c - 22) =$

$= m_a c_a \cdot 15$; $t_c = \frac{m_a c_a \cdot 15}{m_p c_p} + 22 = 703,5^\circ \text{C}$. 4. $Q = m_c c_c \Delta t$, $c_c = \frac{Q}{m_c \Delta t} = 836 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.

$$5. m_p q = m_m c_m \Delta t; m_p = \frac{m_m c_m \Delta t}{q} \quad 16 \text{ kg. } 6. c_c = \frac{Q}{m_c \Delta t} = 500 \text{ J/kg} \cdot \text{K. } 7. m_c g h = m_a c_a (t_1 - t_2); h = \frac{m_a c_a (t_1 - t_2)}{m_c g} = 34 \text{ m. } 8. C(\theta - t_1) + m_a c_a (\theta - t_1) = m_{Al} c_{Al} (t_2 - \theta); \theta = \frac{m_{Al} c_{Al} t_2 + C t_1 + m_a c_a t_1}{C + m_a c_a + m_{Al} c_{Al}} = 21^\circ \text{C.}$$

§ 1.4.1, pag. 24

$$1. l_1 = l_0 (1 + \alpha t_1); d = l_0 (1 + \alpha t_2) \rightarrow l_1 = \frac{d}{1 + \alpha t_2} (1 + \alpha t_1) = 25,03 \text{ m. } 2. \Delta l = l_0 \alpha \Delta t = 9,18 \text{ cm. } 3. \Delta h = h_2 - h_0 = h_0 (1 + \alpha t_2) - h_0; t_2 = \frac{\Delta h}{h_0 \alpha} = 50^\circ \text{C. } 4. \Delta V_a = V_0 \gamma_a \Delta t; \gamma_a = \gamma_l - \gamma_s; V_1 = V_0 (1 + \gamma_s t_1) \rightarrow V_0 = \frac{V_1}{1 + \gamma_s t_1}; \Delta V_a = h S = \frac{V_1}{1 + \gamma_s t_1} (\gamma_l - \gamma_s) \Delta t; h = \frac{V_1 (\gamma_l - \gamma_s) \Delta t}{S (1 + \gamma_s t_1)} = 235 \text{ cm.}$$

§ 1.4.2, pag. 33

$$1. L = \sigma \Delta S = \sigma (4\pi R^2 - 4\pi r^2); N = \frac{R^3}{r^3}; L = 4\pi \sigma R^2 \left(1 - \frac{R}{r}\right) = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

$$2. L = \sigma \Delta S = \sigma (4\pi R^2 - 4\pi r^2) = 4\pi \sigma (R^2 - r^2); \frac{4}{3} \pi R^3 = 8 \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow R^3 = 8r^3; R = 2r.$$

$$L = 4\pi \sigma (4r^2 - r^2) = 12\pi r^2 \sigma. \quad 3. \rho_0 + \rho g h_1 - \frac{4\sigma}{d_1} = \rho_0 + \rho g h_2 - \frac{4\sigma}{d_2}; \rho g (h_2 - h_1) = 4\sigma \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right); \Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = 28,7 \text{ cm. } 4. h = \frac{4\sigma}{\rho g D} = 2,5 \text{ cm. } 5. \Delta h_1 = h_1 -$$

$$-h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{2\sigma}{\rho g} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}; \Delta h_2 = h_2 - h_3 = \frac{2\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) = \frac{2\sigma}{\rho g} \cdot \frac{r_3 - r_2}{r_2 r_3}; \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{r_2 - r_1}{1 - \frac{r_2}{r_3}} = 3;$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 2; \frac{r_2}{r_3} = \frac{2}{3}. \quad 6. h_{\text{asc. cap.}} = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{4\sigma}{\rho g d} = 7,3 \text{ cm rezultă: } h < h_{\text{asc. cap.}} \text{ deci meniscul}$$

$$\text{este convex. Din echilibrul presiunilor: } p_0 + \rho g h - \frac{4\sigma}{d} = p_0 - \frac{2\sigma}{R}; R = \frac{2\sigma}{\frac{4\sigma}{d} - \rho g h}$$

$$= 0,44 \text{ mm. } 7. F_o = G; \sigma \cdot 2l = \rho V g; 2\sigma l = \rho g \frac{\pi D^2}{4} l; D = 2 \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi \rho g}}. \quad 8. F = S \Delta p =$$

$$= S = \frac{2\sigma}{d} = 146 \text{ N. } 9. \rho \pi r^2 h g = \sigma \cdot 2\pi r; \rho \frac{D}{2} h g = 2\sigma; D = \frac{2\sigma}{\rho g h} = 0,47 \text{ mm.}$$

$$10. \frac{N_a}{N_{\text{alc}}} = \frac{\rho_a \sigma_{\text{alc}}}{\rho_{\text{alc}} \sigma_a}; \sigma_{\text{alc}} = \frac{N_a \rho_{\text{alc}} \sigma_a}{\rho_a \sigma_{\text{alc}}} = 21 \cdot 10^{-3} \text{ N/m.}$$

§ 1.5.4, pag. 44

$$1. 760 T \dots\dots\dots 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$200 T \dots\dots\dots x$$

$$x = \frac{200 \cdot 10^5}{760} = 26 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2. N = \frac{3pVN_A}{\mu v^2} = 40 \cdot 10^{17} \text{ molecule.}$$

$$2. p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2} = 5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2. \quad 3. \mu = \frac{3RT}{v^2} = 2 \text{ kg/kmol. } 4. \bar{E}_c = N \frac{m \overline{v^2}}{2}; \frac{m \overline{v^2}}{2} =$$

$$= \frac{5}{2} kT = \frac{5}{2} \cdot \frac{p}{n} = \frac{5}{2} \cdot \frac{pV}{N}; \bar{E}_c = \frac{5}{2} pV = \frac{5}{2} \frac{Mp}{\rho} = 5 \cdot 10^4 \text{ J. } 7. p_1 V_1 = p_2 V_2; \frac{V_2}{p_2} = \frac{V_1 (1-f)}{p_1 (1+f)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 V_1 = p_1 V_1 (1+f)(1-f); f' = \frac{f}{1-f} = 0,33. \quad 8. aV_1 - bV_1^2 = a n V_1 - b n^2 V_1^2; V_1 (a -$$

$$-bV_1) = V_1 (na - bn^2 V_1); a(n-1) = bV_1 (n^2 - 1) \rightarrow V_1 = \frac{a}{b(n+1)}. \quad 9. \frac{p_1 S}{\rho_1 (l+d)} = \frac{p_2 (l-d) S}{\rho_2 (l+d)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + h, \text{ deci } p_1 (l+d) = p_1 (l-d) + h(l-d) \rightarrow p_1 = \frac{h(l-d)}{2d}; p = \frac{p_1 (l+d)}{l} =$$

$$= \frac{h(l^2 - d^2)}{2ld} = 1500 T; pl = (H+h)(l+x) \rightarrow x = \frac{pl}{H+h} - l = l \frac{p-H-h}{H+h}, x = 60 \text{ cm.}$$

$$\frac{1500 - 750 - 50}{750 + 50} = 52,5 \text{ cm. } 11. \Delta p = 2p_0; F = \Delta p \cdot S = 2p_0 S = 100 \text{ N.}$$

$$12. \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}; T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}; n = \frac{V_2 - V_1}{V_1}; V_2 = V_1 (n+1); \Delta p = p_2 - p_0 \rightarrow p_2 = \Delta p + p_0;$$

$$T_2 = T_1 \frac{(\Delta p + p_0) V_1 (n+1)}{p_1 V_1} = 255 \text{ K. } 14. p_1 V = N k T_1; p_2 V = \left(N - \frac{2}{3} N\right) k T_2; \frac{p_1}{p_2} = \frac{3T_1}{T_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{3T_1} = 2,9 \text{ atm. } 16. pV_a = (p_0 + \rho g h)(V_b + V_a) \rightarrow p = \frac{(p_0 + \rho g h)(V_b + V_a)}{V_a} \approx 120 \text{ atm.}$$

§ 1.6.3, pag. 53

$$1. \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{Q_2}{\tau_2}; \frac{m_a c_a \cdot 4}{5 \cdot 60} = \frac{m_s \lambda_g}{\tau_2}; \tau_2 = \frac{5 \cdot 60 \cdot \lambda_g}{4 c_a} = 6010 \text{ s} = 1 \text{ h } 40 \text{ min. } 2. m_c c (t_2 -$$

$$- \theta) = m_1 c (\theta - t_1); \frac{p_0}{1 + \gamma t_2} V_2 (t_2 - \theta) = p_0 V_1 (\theta - t_1); 11(t_2 - \theta) = 30\theta (1 + \gamma t_2);$$

$$\theta = \frac{11t_2}{41 + 30\gamma t_2} = 25^\circ \text{C. } 3. Q = Q_u - Q_c; Q_c = P\tau; Q_u = mc_a t + m\lambda_g; Q = P\tau - (mc_a t +$$

$$+ m\lambda_g). \quad 4. Q_{\text{ced}} = m_a c_a \cdot 30 = 126 \cdot 10^3 \text{ J}; Q_1 = m_g c_g \cdot 10 = 21 \cdot 10^3 \text{ J}; 126 \cdot 10^3 = 21 \cdot$$

$$\cdot 10^3 + m'_g \lambda_g; m'_g = 0,3 \text{ kg}; m'_s = m_a + m'_g = 1,3 \text{ kg. } 5. m_g \lambda_g = m \lambda_v; (m - m_v) \lambda_g =$$

$$= m_v \lambda_v; m \lambda_g = m_v (\lambda_g + \lambda_v) \rightarrow m = m_v \frac{\lambda_v + \lambda_g}{\lambda_g} = 26,4 \text{ g. } 6. m_a c_a (90 - 10) = m_g \lambda_g +$$

$$+ m_g c_a \cdot 10; m_g = \frac{\rho V c_a \cdot 80}{\lambda_g + c_a \cdot 10} = 1,75 \text{ kg. } 7. Q = m c_{au}(1083 - 10) + m \lambda_{\text{ice}} = 6,3 \text{ MJ.}$$

$$8. Q = m c_g \cdot 10 + m \lambda_g + m c_a \cdot 100 + m \lambda_v = 30 789 \text{ kJ.}$$

§ 1.7.2, pag. 62

$$1. p_1 V_1^2 = p_2 V_2^2, \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2^2}{V_1^2}; p_1 = \frac{v R T_1}{V_1}, p_2 = \frac{v R T_2}{V_2} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{V_2}{V_1}, \text{ deci } \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_2}{V_1}, \text{ întrucât } V_2 > V_1 \rightarrow T_1 > T_2 \text{ deci, scade. } 2. L = \frac{M}{\mu} R \Delta T = 8424,6 \text{ J.}$$

$$3. \Delta U = C_v(T_2 - T_1); C_p - C_v = R; C_v(\gamma - 1) = R \rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}; \Delta U = \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) =$$

$$= 0,72 \text{ MJ. } 4. \frac{Q_p}{Q_v} = \frac{v C_p \Delta T_1}{v C_v \Delta T_2} \rightarrow \frac{Q_p}{Q_v} = \frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \gamma \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}, \gamma = \frac{Q_p}{Q_v} \cdot \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{7}{5}. 5. \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}.$$

$$6. L_T = v R T \ln \frac{V_2}{V_1} = p_0 V_0 \ln \frac{V_2}{V_1} = -p_0 V_0; L_p = p_0 \left(\frac{V_0}{e} - V_0\right) = p_0 V_0 \left(\frac{1}{e} - 1\right);$$

$$\frac{L_T}{L_p} = \frac{-e}{1-e} = 1,58. 7. C = \frac{n C_v - C_p}{n-1}; n = 3, \text{ deci } C = R. 8. L = \frac{a(V_2^2 - V_1^2)}{2} = 150 \text{ J.}$$

§ 1.9, pag. 71

$$1. \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}; \eta = 1 - \frac{R T_1 \ln \frac{V_3}{V_1}}{C_p T_1 (e - 1)} = 1 - \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \cdot \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \cdot \frac{1}{(e - 1)}; Q_1 = v C_p (T_2 - T_1);$$

$$|Q_2| = v R T_1 \ln \frac{V_3}{V_1}; \frac{V_3}{V_1} = \frac{p_1}{p_3} \cdot \frac{p_1}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \eta = 1 - \frac{1}{e-1} = 0,42 = 42 \text{ \%}.$$

$$2. \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{C_p (T_3 - T_1)}{C_v (T_2 - T_1)} = 1 - \gamma \frac{(T_3 - T_2)}{(T_2 - T_1)}; \frac{2}{3} = 1 - \gamma \frac{5 T_1}{2 T_1} = 1 - \frac{5}{21}; \gamma = \frac{7}{5}.$$

$$3. \eta = \frac{L}{Q_p} = \frac{p_c V_A}{Q_{AB} + Q_{DA}}; \eta_c = \frac{T_B - T_D}{T_B}; \frac{\eta}{\eta_c} = 0,14. 4. \eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{4 p_1 V_1}{18 p_1 V_1} = 0,22 = 22 \text{ \%}.$$

$$5. \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}; \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta; \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}, \frac{T_1 - 300}{T_1} = \frac{1}{2} \rightarrow T_1 = 600 \text{ K. } 6. \frac{L}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{L}{Q_1}; T_1 = 500 \text{ K}; 0,5 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T}; \Delta T = 100 \text{ K. } 7. L_{12} = v R (T_2 - T_1);$$

$$v = \frac{L_{12}}{R(T_2 - T_1)}; T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \rightarrow \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_4}; e^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_4} \rightarrow T_1 = 800 \text{ K}; v = 10 \text{ kmol.}$$

$$8. \Delta S = \frac{m \lambda_g}{T} = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 3,4 \cdot 10^5}{273,16} = 311 \text{ J/K. } 9. \Delta S = 2 R \ln \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 28 750 \text{ J/K.}$$

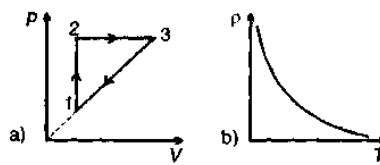


Fig. 1.

1. Pentru evoluția unei mase de gaz s-au obținut cele două reprezentări grafice din figura 1; alegeți varianta corectă dintre variantele propuse:

- A: graficul (b) corespunde evoluției 3-1 din graficul (a);
B: graficul (b) corespunde evoluției 2-3 din graficul (a);
C: graficul (b) corespunde evoluției 1-2 din graficul (a).

2. În urma unei destinderi adiabatică în vid, temperatura gazului ideal:

- a) rămâne constantă; b) crește; c) scade.

3. Relația dintre parametri de stare ai unui gaz ideal este dată de:

- a) legea Gay-Lussac; b) ecuația calorică de stare; c) ecuația termică de stare.

4. Când o masă de gaz ideal se destinde după un segment de dreaptă la care $p_1 V_1 = p_2 V_2$, temperatura:

- a) rămâne constantă; b) atinge o valoare maximă; c) atinge o valoare minimă.

5. Pe baza graficului din figura 2 stabiliți care este evoluția presiunii:

- a) $p_1 = p_2$; b) $p_1 < p_2$; c) $p_1 > p_2$.

6. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ participă la transformarea din figura 3. Căldura molară este dată de expresia:

$$a) \frac{R(\gamma-1)}{2\gamma+1}; b) \frac{R(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}; c) \frac{R(\gamma-1)}{\gamma+1}.$$

Fig. 2.

Fig. 3.

7. Un motor termic funcționează după un ciclu format din două izoterme și două transformări generale de forma $pV^n = \text{const}$. Randamentul este maxim dacă:

- a) $n = 2$; b) $n = \gamma$; c) $n = 0$.

8. O cantitate de gaz ideal este încălzită în procesul izocor 1-2, iar apoi comprimată în procesul izobar 2-3 (fig. 4). Care dintre grafice reprezintă corect procesul descris?

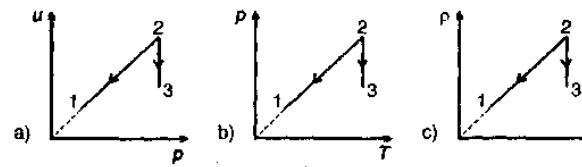


Fig. 4.

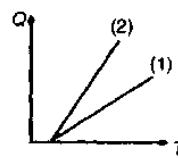


Fig. 5.

9. Care dintre transformările reprezentate în figura 5 corespunde transformării izocore și, respectiv, transformării izobare?

- a) (1) corespunde transformării izocore și (2) transformării izobare;
b) (1) corespunde transformării izobare și (2) transformării izocore;
c) nici una nu reprezintă aceste transformări.

10. Relația dintre randamentul unui ciclu Carnot ideal și randamentul oricărui alt ciclu real este:

- a) $\eta_c = \eta_r$; b) $\eta_c > \eta_r$; c) $\eta_c < \eta_r$.

11. Energia cinetică medie a unei molecule diatomice este:

- a) $\frac{3}{2} kT$; b) $\frac{5}{2} kT$; c) $3kT$.

12. Un gaz ideal se poate dilata prin încălzire izobar, izoterm sau adiabatic. În care dintre aceste transformări lucrul mecanic este maxim?

- a) izotermă; b) izobară; c) adiabatică.

Capitolul

2

PRODUCEREA ȘI UTILIZAREA CURENTULUI CONTINUU

CUPRINS*:

- 2.1. Curentul electric
- 2.2. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu
- 2.3. Teoremele lui Kirchhoff
- 2.4. Gruparea rezistoarelor și a generatoarelor electrice
- 2.5. Energia și puterea electrică. Transferul optim de putere
- 2.6. Efectele curentului electric. Aplicații

*Unele lecții pot fi asistate de calculator, folosind site-urile www.fizica.com și www.physicsclassroom.com

2.1. Curentul electric

2.1.1. Starea electrocinetică a conductoarelor. Circuitul electric

Dacă printr-un procedeu oarecare se realizează o diferență de potențial între două puncte sau regiuni ale unui conductor omogen, se constată că acesta se găsește într-o stare, diferită de cea electrostatică, numită *stare electrocinetică*, pusă în evidență de noi efecte.

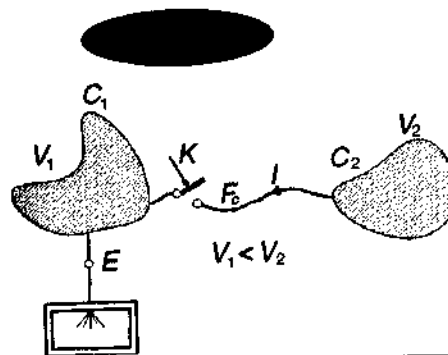


Fig. 2.1.

Două corpuri metalice, C_1 și C_2 , omogene și imobile, izolate electric, încărcate la potențiale diferite, își mențin regimul lor electrostatic un timp, practic, infinit. Un electroscope aflat în vecinătatea oricăruia dintre corpuri își va păstra foile mereu sub același unghi de deviere, proporțional cu potențialul corpului respectiv (fig. 2.1).

Stabilind o legătură, printr-un fir conductor F_c , între conductoarele C_1 și C_2 , se constată că foile electroscoapului se apropie treptat; regimul electrostatic nu se mai menține, sistemul conductoarelor C_1 , C_2 și F_c se află într-o stare diferită de cea electrostatică. Această nouă stare a sistemului este însoțită de fenomene noi, de natură termică, chimică, magnetică etc. Ea se numește *stare electrocinetică*, caracterizată printr-un *curent* de purtători de sarcină liberi. Astfel, dacă amândouă corpurile sunt încărcate negativ față de pământ, adică au potențiale negative, atunci electronii liberi de pe corpul cu potențial negativ ridicat vor trece prin fir pe corpul cu potențial negativ mai mic, până când potențialele celor două corpuri devin egale. În timpul cât se realizează egalizarea potențialelor, prin firul F_c trece un curent electric de electroni.

Sensul de curgere al curentului este considerat totdeauna invers sensului de deplasare a electronilor prin fir sub acțiunea câmpului existent, datorat diferenței de potențial dintre cele două părți ale sistemului. S-a păstrat ca sens al curentului sensu care s-a dat atunci când s-au descoperit pilele electrice, nefiind cunoscut la acea dată mecanismul conductibilității electrice a metalelor.

Conductoarele în stare electrocinetică neînsoțită de transformări chimice se numesc *conductoare de prima speță*: metalele, grafitul, semiconductoarele etc. Conductoarele care, în stare electrocinetică, sunt sediul unor reacții chimice se numesc

Expresia (2.1) devine: $\vec{v}_d = \frac{q_e}{a} \vec{E}$.

Înmulțind cu nq_e ambii membri ai acestei relații se obține:

$$nq_e \vec{v}_d = \frac{nq_e^2}{a} \vec{E}. \quad (2.5)$$

Întrucât $\vec{j} = nq_e \vec{v}_d$, utilizând și notația $\sigma = \frac{nq_e^2}{a}$, relația (2.5) se va scrie sub forma:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (2.6)$$

Această expresie se numește legea lui Ohm în formă locală.

Constanta de proporționalitate se numește conductivitate electrică. Inversul conductivității, se numește rezistivitate electrică.

Expresia (2.6) arată că în fiecare punct al conductorului omogen vectorul densitate de curent $\vec{j}$ este proporțional și coliniar cu vectorul intensitate $\vec{E}$ a câmpului electric.

2.1.3. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit pasivă

În funcție de materialul și geometria proprie, conductori diferiți se comportă diferit dacă li se aplică aceeași tensiune U . Ca atare, trebuie să se introducă o mărime care să descrie cantitativ modul în care conductorul se opune trecerii curentului prin el. Această mărime este rezistența electrică, notată cu R .

Experiment

Se consideră montajul experimental prezentat, împreună cu schema lui, în figura 2.5. Printr-un fir conductor conectat la bornele b_1 și b_2 trece un curent electric. Intensitatea curentului se măsoară cu un ampermetru A, iar tensiunea U aplicată firului este indicată de voltmetrul V (aparatele A și V sunt descrise în secțiunea următoare, 2.1.4). Ambele instrumente au o precizie mare în măsurare. Se măsoară, la temperatură constantă, intensitatea curentului I pentru diferite valori ale tensiunii U , care poate fi variată fin în sens crescător cu ajutorul butonului potențiometric al sursei de tensiune. Rezultatele măsurătorilor se ordonează într-un tabel (fig. 2.6, a). Construiți graficul sub forma $U = f(I)$ (fig. 2.6, b). Observați că acesta este o dreaptă. Deci câtul dintre U și I (panta drepte) rămâne constant, în limita erorilor experimentale, pentru toate perechile de determinări U și I . El reprezintă mărimea care caracterizează proprietatea conductorilor de a se opune trecerii curentului. Acest cât nu depinde de mărimile U și I , ci de natura și dimensiunile conductorului, la o temperatură dată.

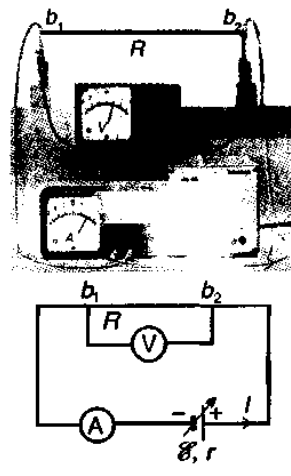
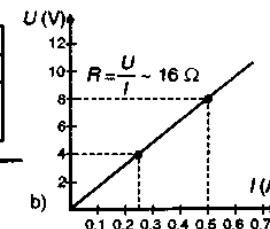


Fig. 2.5.

U	0	2	4	6	8	10	12 V
I	0	0,13	0,25	0,37	0,50	0,62	0,75 A
$\frac{U}{I}$		15,4	16	16,2	16	16,1	16 V/A

a)

Fig. 2.6.



b)



Georg Ohm (1789–1854)
fizician german.

• Mărimea fizică pozitivă astfel definită, caracteristică esențială a conductoarelor metalici, se numește rezistență electrică și are expresia:

$$R = \frac{U}{I} > 0. \quad (2.9)$$

• Expresia de mai sus, pusă sub forma:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.10)$$

reprezintă Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit pasivă (adică fără surse), lege fundamentală în electrotehnică, descoperită de fizicianul german G.S. Ohm.

Scriind această relație și sub forma:

$$U = RI, \quad (2.11)$$

observăm că aceste ultime trei relații sunt trei forme de scriere ale aceleiași expresii, deci oricare dintre ele poate reprezenta legea lui Ohm.

• Conform relației $I = \frac{U}{R}$, legea lui Ohm are următorul enunț:

Definiție Intensitatea curentului printr-o porțiune de circuit pasivă este egală cu câtul dintre tensiunea aplicată la capetele acestei porțiuni de circuit pasive și rezistența porțiunii de circuit pasive.

• În memoria celui care a descoperit legea care îi poartă numele, unitatea de măsură a rezistenței se numește ohm (cu simbolul grafic Ω); un conductor are rezistența de un ohm când o tensiune de un volt determină prin el un curent electric de intensitate un amper. Astfel:

$$1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}.$$

2.1.4. Ampermetrul. Voltmetrul

Ampermetrele și voltmetrele sunt instrumente electrice cu care se măsoară intensitatea curentului și, respectiv, tensiunea, în funcție de deviația unui sistem mobil propriu.

Corespunzător principiului de funcționare, deviațiile sistemului mobil pot fi proporționale cu intensitatea curentului care produce cuplul pentru rotirea echipajului mobil sau cu pătratul intensității acestui curent.

În cazul ampermetrelor și voltmetrelor cu magnet permanent și cadru mobil (magneto-electrice) construcția (fig. 2.7) este asemănătoare cu aceea a galvanometrului cu cadru mobil, pe care îl cunoaștem din gimnaziu. Deviațiile α ale echipajului

mobil sunt proporționale cu intensitatea curentului care parcurge bobina-cadru (de care depinde momentul cuplului), sensul lor depinzând de sensul acestui curent: $\alpha = sI$; constanta de proporționalitate „s” se numește *sensibilitate* a instrumentului.

În general, sensibilitatea acestor instrumente este mai mică decât aceea a galvanometrului, fie datorită reducerii lungimii firelor de torsiune care susțin cadrul, fie datorită înlocuirii acestora cu resorturi spirale și pivoți de susținere a cadrului. În ambele cazuri, momentul cuplului de torsiune (antagonist) este mai mare decât la galvanometru. Rotirea echipajului mobil este indicată de un ac fixat pe axul bobinei cadru; vârful acului se deplasează în fața unui cadran gradat.

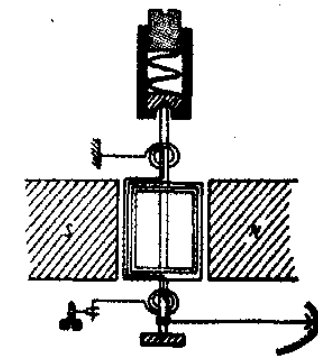


Fig. 2.7.

Abaterile maxime ale valorilor indicate de aparat față de valorile reale ale intensității curentului sau ale tensiunii, raportate la valoarea maximă pe care o poate măsura instrumentul, exprimate în procente, reprezintă *clasa de precizie* a instrumentului electric de măsurat și este dată de producător pentru fiecare instrument. Din acest punct de vedere, aparatele (instrumentele) de măsură a mărimilor electrice U și I se împart în șase clase de precizie: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5 și 2,5. Instrumentele magneto-electrice, în general, sunt de clasă 0,2 sau 0,5 și sunt folosite la măsurări de precizie.

Introducerea acestor instrumente de măsură în circuitele electrice nu trebuie să modifice valorile intensităților curentilor și valorile tensiunilor. Pentru aceasta ampermetrele ar trebui să aibă rezistența internă practic nulă, iar voltmetrele – rezistența practic infinită. În realitate, aceste rezistențe au valori de care trebuie să se țină seama; de aceea calitatea acestor instrumente este apreciată și prin puterea pe care o consumă în circuitele în care sunt introduse.

Astfel, un ampermetru, care se leagă întotdeauna în serie, perturbă cu atât mai puțin regimul de funcționare al rețelei în care este conectat cu cât puterea electrică pe care o consumă este mai mică, $P_A = R_A I_A^2$.

Voltmetrul perturbă cu atât mai puțin regimul de funcționare al rețelei în care este legat, cu cât puterea pe care o consumă este mai mică, cu alte cuvinte cu cât

rezistența lui, R_V , este mai mare, $P_V = \frac{U^2}{R_V}$.

Rezultă că rezistența internă a ampermetrului trebuie să fie neglijabilă față de rezistența circuitului (sau a porțiunii de circuit) în care se măsoară intensitatea curentului I și că rezistența internă a voltmetrului trebuie să fie foarte mare în raport cu rezistența porțiunii de circuit la capetele căreia se măsoară tensiunea U .

Exercițiu numeric

La un miliampermetru cu scara de 12 mA se citește indicația de 5 mA. Clasa de precizie a instrumentului este de 1,5. Care este valoarea exactă a intensității curentului măsurat?

Eroarea citirii este, indiferent unde se oprește acul indicator pe cadranul gradat: $\Delta I = 1,5\% \cdot 12 \text{ mA} = 0,18 \text{ mA}$. Rezultatul corect al măsurării este: $I = (5 \pm 0,18) \text{ mA}$.

Exemplu numeric. De reținut că valoarea unei mărimi, măsurată cu ajutorul unui instrument de măsură, este dată de relația:

$$\text{val. m\ddot{a}r. m\ddot{a}s.} = \text{max. sc\ddot{a}rii gradate} \left(\frac{\text{nr.div.citite}}{\text{nr.max.div.}} \right)$$

De exemplu: max.scării gradate = 300 mA; nr.div.citite = 25; nr.max.div. = 30. Valoarea mărimii măsurate va fi: $I = 250 \text{ mA} = 0,25 \text{ A}$.

2.1.5. Măsurarea rezistențelor conductoarelor cu voltmetrul și ampermetrul. Metoda amonte și metoda aval

➤ **Considerații generale.** Procedul cel mai expeditiv pentru măsurarea rezistenței electrice a conductoarelor este acela bazat pe aplicarea legii lui Ohm: $R = \frac{U}{I}$.

Este deci necesar să se măsoare tensiunea U cu un voltmetru conectat „în paralel” cu rezistorul și intensitatea curentului I cu un ampermetru legat „în serie” cu acesta. Conectarea celor două instrumente de măsură se poate face în două moduri: montaj amonte și montaj aval (fig. 2.7, a și b).

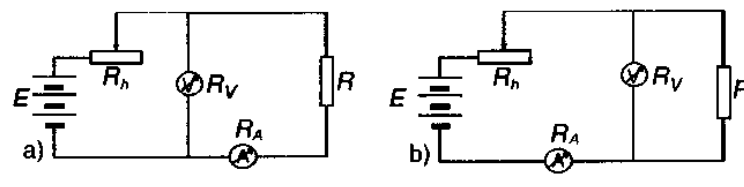


Fig. 2.8: a) $R = \frac{U}{I} - R_A$; b) $R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}}$.

Definiție

Cuvântul *amonte* indică poziția voltmetrului, care se află înaintea ampermetrului față de sursă $\mathcal{E}$ (fig. 2.8, a); cuvântul *aval* indică poziția voltmetrului, care se află după ampermetru (fig. 2.8, b).

Cu R_h (rhéostat, în limba franceză) s-a notat dispozitivul de limitare a curentului la intensitatea dorită.

Rezistențele instrumentelor de măsură introduc, însă, o eroare sistematică, diferită pentru cele două montaje. În montajul amonte, voltmetrul măsoară nu numai tensiunea la bornele rezistorului R , ci o tensiune care o include și pe aceea de la bornele ampermetrului, iar în montajul aval, ampermetrul măsoară nu numai intensitatea curentului ce trece prin rezistor. Din aceste considerente rezultă corecțiile ce trebuie făcute la fiecare metodă.

➤ **Montajul amonte.** Ampermetrul măsoară exact intensitatea curentului care trece prin rezistor, iar voltmetrul măsoară o tensiune U mai mare decât tensiunea U_R de la bornele acestuia. Dacă R_A este rezistența proprie a ampermetrului, atunci:

$$U = U_R + IR_A$$

Valoarea exactă a rezistenței rezistorului este:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{U - IR_A}{I} = \frac{U}{I} - R_A \quad (2.12)$$

iar valoarea aproximativă este: $R_1 = \frac{U}{I}$.

Diferența $R_1 - R$ reprezintă eroarea sistematică a măsurării:

$$\Delta R = R_1 - R = R_A. \quad (2.12')$$

Pentru necesități curente, valoarea aproximativă R_1 este suficientă, cu condiția să se fi luat precauțiile necesare pentru a reduce cât mai mult eroarea sistematică. Din relația (2.12') se vede că aceasta este cu atât mai mică, sau în orice caz neglijabilă față de R , cu cât $R_A \ll R$.

• Prin urmare, montajul amonte, ca procedeu de măsurare rapid, este preferabil pentru măsurarea rezistențelor mari. De asemenea, din (2.12) se vede că termenul IR_A este neglijabil când se folosesc tensiuni mari și curenți de intensități mici. Numai în anumite condiții este acceptabilă valoarea aproximativă a rezistenței de măsurat.

➤ **Montajul aval.** Voltmetrul măsoară exact tensiunea de la bornele rezistenței de măsurat, dar ampermetrul măsoară un curent de o intensitate I egală cu suma intensităților curenților I_R și I_V care trec prin rezistorul R și, respectiv, prin voltmetru (potrivit primei teoreme a lui Kirchhoff: $I = I_R + I_V$, care se studiază în subcapitolul 2.3). Dacă R_V este rezistența internă a voltmetrului, atunci:

$$I_V = \frac{U}{R_V}$$

și deci valoarea exactă a rezistenței va fi:

$$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}} \quad (\text{aval}).$$

Valoarea aproximativă a rezistenței va fi:

$$R_1 = \frac{U}{I}.$$

Eroarea sistematică a acestei metode este:

$$\Delta R = R_1 - R = \frac{U}{I} - R. \quad (2.13)$$

Pentru necesități curente, valoarea aproximativă R_1 e acceptabilă dacă se iau câteva precauții pentru ca eroarea sistematică să scadă cât mai mult. Din relația (2.13) se vede că eroarea sistematică scade dacă valoarea rezistenței de măsurat este mică, dacă prin voltmetru trece un curent de intensitate mică (R_V trebuie să fie foarte mare) în condițiile în care curentul prin ampermetru este intens.

• Prin urmare, montajul aval, ca procedeu de măsurare rapid, este preferabil pentru măsurarea rezistențelor mici în comparație cu rezistența voltmetrului.

• Teoria arată că domeniul de utilizare a metodei aval este pentru rezistoare cu rezistențe:

$$R < \sqrt{R_A R_V},$$

iar domeniul de utilizare a metodei amonte este pentru rezistoare cu rezistențe:

$$R > \sqrt{R_A R_V}.$$

2.1.6. Dependența rezistenței unui conductor de dimensiunile și de natura conductorului

Experimental se constată că valoarea rezistenței unui conductor omogen, liniar, la temperatură constantă, depinde de dimensiunile geometrice și de metalul din care acesta este construit.

Experiment

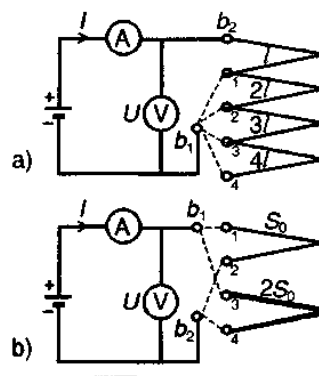


Fig. 2.9.

1. În montajul prezentat în figura (2.9, a) se leagă succesiv, la bornele b_1, b_2 fire din același metal, de aceeași secțiune, dar cu lungimile $l, 2l, 3l, \dots$. Se conectează succesiv borna b_1 pe pozițiile 1, 2, 3... și se citește de fiecare dată intensitatea indicată de ampermetrul A, menținându-se aceeași tensiune prin intermediul butonului de reglaj al tensiunii la bornele generatorului de tensiune. Se observă că intensitatea curentului electric citită la ampermetru scade de un număr de ori când lungimea conductorului crește de același număr de ori. Prin urmare, rezistența unui conductor filiform variază proporțional cu lungimea conductorului, dacă secțiunea și temperatura conductorului rămân constante:

$$R \sim l.$$

2. Între aceleași borne b_1, b_2 se leagă succesiv două conductoare din același material și de aceeași lungime, unul având secțiunea dublă față de celălalt (fig. 2.9, b). Menținând tensiunea și temperatura constante, ampermetrul arată dublarea intensității curentului în cazul firului cu secțiunea transversală dublă ($2S_0$); deci:

$$R \sim \frac{1}{S_0}.$$

3. Legând între aceleași borne fire cu aceeași dimensiuni, dar de natură diferită, se observă că intensitatea curentului electric se modifică de la un conductor la altul. Mărimea fizică ce stabilește dependența dintre natura conductorului și rezistența electrică se notează cu ρ și este denumită, așa cum deja știm, *rezistivitatea electrică*.

Aceste observații pot fi concentrate în următoarea formulă:

$$R = \rho \frac{l}{S_0}. \quad (2.14)$$

• Din formulă rezultă că unitatea de măsură pentru rezistivitate este $\Omega \cdot m$.

Mărimea inversă a rezistivității, *conductivitatea* $\sigma = \frac{1}{\rho}$, are unitatea de măsură $(\Omega \cdot m)^{-1}$.

• Din relația $I = \frac{U}{R}$ se vede că pentru o tensiune dată intensitatea curentului printr-un conductor este cu atât mai mare cu cât rezistența lui este mai mică. În concluzie conductorul conduce curentul cu atât mai bine cu cât rezistența lui e mai mică, motiv pentru care mărimea inversă rezistenței se numește *conductanță* (G):

$$G = \frac{1}{R}, [G] = \Omega^{-1};$$

unitatea de măsură numindu-se siemens (S).

Pornind de la relația $I = j \cdot S_0$, să se afle legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit pasivă.

Deoarece intensitatea câmpului în interiorul conductorului este $E = \frac{U}{l}$, l fiind lungimea conductorului și U diferența de potențial (tensiunea) aplicată, se poate scrie:

$$I = j \cdot S_0 = \frac{ES_0}{\rho} = \frac{U}{l} \cdot \frac{S_0}{\rho} = \frac{U}{\rho \frac{l}{S_0}} = \frac{U}{R}.$$

Prin calculul efectuat s-a regăsit atât forma (2.10) a legii lui Ohm pentru conductorul studiat, cât și relația (2.14) pentru rezistența R . Egalitatea multiplă de

mai sus constituie demonstrarea teoretică a legii lui Ohm: $I = \frac{U}{R}$.

Rezistoare

Rezistoarele sunt acele elemente de circuit construite pentru a avea o anumită rezistență (fixă) sau o rezistență variabilă.

Ele sunt folosite: pentru reglarea intensității curentului, ca divizoare de tensiune sau ca legătură între diferitele elemente ale unui circuit electric, în instrumentele de măsură electrice.

Rezistoarele fixe sunt realizate din anumite materiale și într-o anumită geometrie dată. Ele pot fi chimice, cu vid sau cu straturi subțiri.

- **Rezistoarele chimice** sunt făcute din materiale ceramice având pulbere metalică uniform distribuită sau din ceramică acoperită cu peliculă de carbon. Ele acoperă un domeniu rezistiv larg, de la 1 Ω la 10⁷ Ω .

- **Rezistoarele cu vid** sunt tuburi cu aer la presiune foarte mică; rezistența lor este dependentă de presiunea aerului din tub, de lungimea și secțiunea tubului. Rezistența lor e cuprinsă în intervalul 10¹¹ – 10²⁰ Ω .

- **Rezistoarele cu straturi subțiri** sunt constituite din straturi de grosime foarte mică, obținute prin tehnica de evaporare în vid, acoperite cu strat izolator protector. Sunt folosite în circuitele microminiaturizate.



Fig. 2.10, a.

Valoarea rezistenței se marchează direct pe rezistor sau se folosește un cod al culorilor (fig. 2.10, a).

Rezistoarele cu geometrie variabilă sunt construite astfel încât să se introducă în circuit conductoare diferite ca lungime sau secțiune. Cele mai întâlnite rezistoare de acest fel sunt reostatele cu cursor, cutia cu rezistoare cu valori etalon ale rezistenței (fig. 2.10, b), potențiometrul cu buton (pentru reglarea unei tensiuni la valorile dorite).

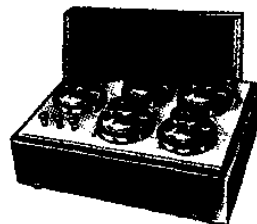


Fig. 2.10, b. Cutie cu rezistoare de rezistență etalon, de 11111 Ω , reglabilă în trepte de câte 0,1 Ω . Dispozitiv important în măsurări electrice precise.

Fotorezistoarele sunt rezistoare sensibile la acțiunea luminii.

Termistorii sunt confecționate din materiale semiconductoare (NiO, Mn₂O₃, CuO) a căror rezistență electrică scade puternic o dată cu creșterea temperaturii. Pot fi construiți în formă de disc sau cilindru. Cu ajutorul termistorilor poate fi detectată o variație a temperaturii de 0,0005 °C.



Fig. 2. Mașină de gătit electrică.

Simbolul grafic al rezistorului este: $\boxed{R}$, unde R reprezintă valoarea rezistenței sistemului fizic numit rezistor.

În sens mai larg, prin rezistoare se pot înțelege și elemente de circuit care servesc pentru încălzire în diferite aparate electrocasnice (mașini de spălat, ciocane de lipit, fiare de călcat, aeroterme, plite electrice (fig. 2.10, c)).

2.1.7. Variația rezistivității cu temperatura

Privind cele două secțiuni ale montajului din figura 2.11, ce fenomen se poate pune în evidență?

Rezistivitatea ρ a unui conductor variază cu natura metalului din care este făcut conductorul. Dar, pentru același corp conductor, ea poate varia și în funcție de alți factori, variația cu temperatura fiind cea mai importantă.



Fig. 2.11.

Rezistivitatea metalelor crește cu temperatura, deoarece, datorită agitației termice, crește amplitudinea de vibrație a ionilor din care este formată rețeaua cristalină și, ca urmare, crește și numărul de ciocniri în unitatea de timp (frecvența ciocnirilor) dintre electronii liberi și ionii pozitivi din nodurile rețelei. În intervalul de temperatură de ordinul a câteva sute de grade, rezistivitatea metalelor crește liniar cu temperatura după relația empirică:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha t].$$

După cum se vede în figura 2.12, curba variației rezistivității electrice cu temperatura pentru cupru permite aproximarea ei printr-o dreaptă; aceasta justifică relația de calcul a rezistivității conductoarelor funcție de temperatură, pentru un interval termic destul de larg (de aproximativ 600 °C, pentru cupru).

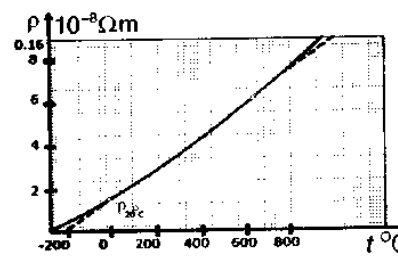


Fig. 2.12.

ρ_0 este rezistivitatea la temperatura de 0 °C, ρ este rezistivitatea la t °C, iar α este coeficientul de temperatură al rezistivității și se măsoară în grd^{-1} .

Uzual, rezistența unui conductor de lungime l , cu aria secțiunii transversale S_0 , constantă, se calculează folosind expresia:

$$R = R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20}(t - 20^\circ)], \quad (2.15)$$

cu $R_{20} = \rho_{20}(l/S_0)$.

În cazul cutiilor cu rezistoare de rezistență etalon se utilizează conductoare din aliaje, precum constantan, manganină sau nichelină.

Tabel 1

Materialul	Rezistivitatea ρ , ($\Omega \cdot m$), la 20 °C	Conductivitatea σ , [S/m , ($\Omega \cdot m$) ⁻¹]	Coefficientul de temperatură α (grd^{-1}), la 20 °C	Temperatura de topire (°C)
Argint	$1,59 \cdot 10^{-8}$	$6,29 \cdot 10^7$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	960
Aluminiu	$2,82 \cdot 10^{-8}$	$3,53 \cdot 10^7$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	660
Cupru pur	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$5,91 \cdot 10^7$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	1083
Cupru industrial	$1,72 \cdot 10^{-8}$	$5,8 \cdot 10^7$	—	—
Fier	$1,3 \cdot 10^{-8}$	$7,6 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{-3}$	1535
Aur	$2,43 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^7$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	1063
Platină	$1,06 \cdot 10^{-7}$	$9,4 \cdot 10^6$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	1771
Tantal	$1,25 \cdot 10^{-7}$	$6,4 \cdot 10^6$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	2990
Mercur	$9,58 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^7$	$0,9 \cdot 10^{-3}$	-39
Alamă	$7,8 \cdot 10^{-8}$	$(1,25 - 1,4) \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	900
Cadmiu	$7,6 \cdot 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^7$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	321
Zinc	$5,8 \cdot 10^{-8}$	$1,7 \cdot 10^7$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	419
Magneziu	$4,59 \cdot 10^{-8}$	$2,17 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^{-3}$	651
Cositor	$1,15 \cdot 10^{-8}$	$8,99 \cdot 10^7$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	232
Molibden	$5,67 \cdot 10^{-8}$	$1,76 \cdot 10^7$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	2630
Nichel	$1,0 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{-3}$	1455
Plumb	$2,2 \cdot 10^{-7}$	$4,5 \cdot 10^6$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	327
Wolfram (Tungsten)	$5,5 \cdot 10^{-8}$	$4,8 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{-3}$	3380
Nichelină (60% Cu, 25% Zn, 15% Ni)	$3 \cdot 10^{-7}$	$3,3 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^{-3}$	—
Manganină (84% Cu, 12% Mn, 4% Ni)	$4,2 \cdot 10^{-6}$	$2,38 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^{-6}$	910
Apă de mare	0,3	3,3	—	—
Apă distilată	$2,5 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{-6}$	—	—
Polistiren	10^{17}	10^{-17}	—	—
Chihlimbar	$5 \cdot 10^{16}$	$2 \cdot 10^{-16}$	—	—
Constantan (60% Cu, 40% Ni)	$(1 - 4,9) \cdot 10^{-7}$	$2,04 \cdot 10^6$	$-5 \cdot 10^{-6}$	1210
Cărbune pentru lampa electrică cu arc (grafit)	$6 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^4$	$-5 \cdot 10^{-4}$	—

Mărimile din tabel sunt mărimi de material, adică depind de natura conductorului.

Supraconductibilitatea*

La temperatura absolută 0 K, cuprul prezintă, prin extrapolarea curbei $\rho = f(T)$, o rezistivitate reziduală de $2 \cdot 10^{-10} \Omega m$. Pentru multe substanțe, însă, rezistența devine nulă când acestea se găsesc la o temperatură apropiată de 0 K (cazul mercurului) (fig. 2.13). Temperatura

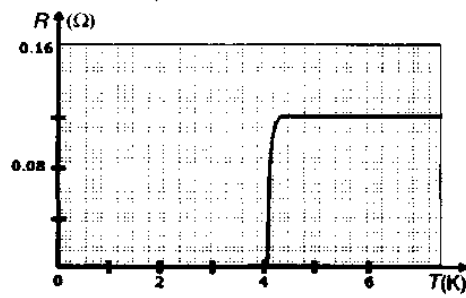


Fig. 2.13.

* extindere tematică

la care se produce acest fenomen, numit *supraconductibilitate* se numește *temperatură critică*. Supraconductibilitatea a fost descoperită de către fizicianul olandez Kamerling Onnes, în anul 1911. În cazul metalelor Nb, Pb, Al, temperatura critică are, respectiv, valorile: 8,4 K; 7,26 K; 1,14 K.

Interacțiunile complexe între electronii de conducție și rețeaua cristalină explică, în cadrul unei teorii încă neunitare, starea de supraconductibilitate.

În prezent, temperatura critică a ajuns să fie de 164 K (-109 °C) pentru unii compuși ceramici cu mercur, aflați sub presiune (laboratoarele Universității din Houston). Pentru viitor se prevede ca supraconductoarele să fie folosite pentru micșorarea pierderilor de energie la transmisia energiei electrice prin cabluri speciale. Economii care ar rezulta din aplicarea acestui fenomen ar conduce la eliberarea de fonduri financiare uriașe, folosite pentru alte direcții ale activității tehnologice de vârf.

Un bec, de 100 W și 220 V, are diametrul firului este de wolfram $d = 0,05$ mm. Știind că temperatura de regim a filamentului 1600 °C, rezistența electrică 484 Ω și $\rho_{20^\circ} = 5,5 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\alpha_{20^\circ} = 0,005$ grd^{-1} , să se determine:

- de câte ori este mai mare rezistența becului la cald decât rezistența la rece;
- intensitatea curentului electric la punerea în funcțiune și în starea de incandescentă;
- lungimea firului de wolfram dublu spiralat.

$$a) \frac{R}{R_{20^\circ}} = 1 + \alpha(t - 20^\circ) = 1 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1580 = 1 + 5 \cdot 1,58 = 8,9;$$

$$b) R_{20^\circ} = \frac{R}{1 + \alpha_{20^\circ}(t - 20^\circ)} = \frac{484}{1 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1580} = 54,5 \Omega;$$

$$I_{20^\circ} = \frac{U}{R_{20^\circ}} = \frac{220}{54,5} = 4,04 \text{ A};$$

$$I_{1600^\circ} = \frac{U}{R} = \frac{220}{484} = 0,455 \text{ A};$$

- lungimea filamentului se calculează din relația: $R_{20^\circ} = \rho_{20^\circ} \frac{l}{S_0}$, astfel că:

$$l = \frac{\pi R_{20^\circ} d^2}{4 \rho_{20^\circ}} = \frac{3,14 \cdot 54,5 \cdot 25 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 5,5 \cdot 10^{-8}} = 1,94 \text{ m}.$$

2.2. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

2.2.1. Bilanțul energiilor pentru un circuit electric simplu.

Tensiunea electromotoare

În interiorul sursei dintr-un circuit electric au loc procese care duc la separarea purtătorilor de sarcină de semne contrare din sursă, astfel încât să mențină permanent

încărcate cu sarcini de semne opuse bornelor + și – ale sursei. Aceste procese duc la apariția unor forțe, F_i , care compun un câmp de intensitate $\vec{E}_i$, de sens contrar intensității câmpului electrostatic, $\vec{E}$ (fig. 2.14).

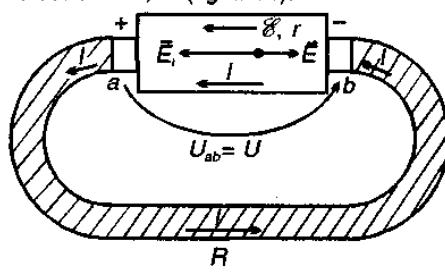


Fig. 2.14.

Energia W_{gen} furnizată de generator (sursă) se distribuie pe circuit corespunzător sumei din relația (2.16), numită bilanț energetic:

$$W_{\text{gen}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}} \quad (2.16)$$

adică: W_{ext} este energia necesară transportului purtătorilor de sarcină prin circuitul exterior sursei; W_{int} este energia necesară transportului de sarcină prin sursă.

Dar $W = L = qU$, unde L reprezintă lucrul mecanic efectuat de forțele câmpului electric pentru deplasarea, prin intermediul purtătorilor de sarcină, a sarcinii q între două puncte ale câmpului. Diferența de potențial dintre cele două puncte fiind tensiunea electrică U , se obține, din relația de bilanț energetic (2.16):

$$q\mathcal{E} = qU + qu,$$

sau, prin simplificare cu q , se obține bilanțul tensiunilor din circuitul electric simplu:

$$\mathcal{E} = U + u, \quad (2.17)$$

unde: $\mathcal{E} = \frac{W_{\text{gen}}}{q}$ este tensiunea electromotoare (t.e.m.) a sursei, numeric egală cu câtul

dintre energia W_{gen} furnizată de generator întregului circuit într-un interval de timp oarecare și sarcina q care trece prin circuit în acest interval de timp. T.e.m. se măsoară în volți;

$U = \frac{W_{\text{ext}}}{q}$ este tensiunea la bornele generatorului, egală cu câtul dintre energia

furnizată de generator circuitului exterior, într-un interval de timp oarecare și sarcina care trece prin circuit în același interval de timp;

u este tensiunea interioară (sau internă), egală cu câtul dintre energia W_{int} furnizată de generator circuitului interior, într-un interval de timp oarecare și sarcina care trece prin circuit în același interval de timp;

sarcina q este sarcina totală a purtătorilor de sarcină ce formează curentul de conducție și care trec în intervalul de timp considerat printr-o secțiune dreaptă S_0 a conductorului circuitului exterior.

Considerând că t.e.m. a unei baterii este de 9 V și lucrul mecanic de 0,8 mJ pentru deplasarea a 10^{16} electroni prin sursă, să se calculeze:

- căderea interioară de tensiune;
- tensiunea la bornele sursei;
- lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea electronilor prin circuitul exterior.

$$a) u = \frac{L_{\text{int}}}{Ne} = 0,5 \text{ V};$$

$$b) U = \mathcal{E} - rI = \mathcal{E} - \frac{L_{\text{int}}}{Ne} = 8,5 \text{ V};$$

$$c) L_{\text{ext}} = NeU = 13,6 \text{ mJ}.$$

Test de autoevaluare

Durata: la aprecierea profesorului

1) La capetele unui conductor metallic de lungime l și diametrul d se aplică o tensiune U . Cum se va modifica viteza de transport (de drift) v_d a electronilor de conducție dacă: a) se dublează tensiunea; b) se dublează lungimea; c) se dublează diametrul.

Indicație: se vor folosi relațiile (2.3), (2.10) și (2.12).

Răspuns: $2v_d$, v_d , $\frac{v_d}{2}$. Să se pună răspunsurile în ordinea întrebărilor.

2) Să se deducă, folosind diagrama din figura 2.5, b, din ce aliaj metalic este făcut firul conductor, cunoscând că $l = 1 \text{ m}$ și $S_0 = 0,03 \text{ mm}^2$.

3) Printr-un fier de călcat trece un curent cu intensitatea de 4 A care corespunde unei sarcini de 4800 C. Tensiunea de alimentare este de 220 V. Să se calculeze: a) rezistența firului încălzitor; b) cât timp a fost folosit fierul; c) câți electroni de conducție au trecut prin fierul de călcat; d) lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea electronilor prin fierul de călcat.

Răspuns: a) 55 Ω ; b) 20 min; c) $3 \cdot 10^{22}$; d) 1 MJ.

4) O sârmă de cupru are rezistența $R = 10 \Omega$ și masa $m = 0,4 \text{ kg}$. Cunoscând rezistivitatea cuprului $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ și densitatea cuprului $d = 8,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, să se calculeze pentru sârmă de cupru lungimea l , aria secțiunii transversale, S_0 , și diametrul, D .

Răspuns: 165,4 m; $S_0 = 0,28 \text{ mm}^2$; $D = 0,3 \text{ mm}$.

Fiecare subiect rezolvat valorează 2,5 puncte. Toate subiectele rezolvate înseamnă 10 puncte, adică o pregătire foarte bună.

2.2.2. Legea lui Ohm pentru un circuit simplu

Expresia legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit pasivă, $I = \frac{U}{R}$, poate fi extinsă și pentru un circuit electric simplu, închis (fig. 2.14).

Se știe că tensiunea electromotoare (t.e.m.) a generatorului determină curentul purtătorilor de sarcină liberi (electronii liberi din rețeaua metalică) atât prin circuitul exterior, de rezistență R , cât și prin cel interior, de rezistență r .

Acest curent determină căderile de tensiune U și, respectiv, u . Interpretarea de sens fizic al căderii de tensiune este energia, corespunzătoare unității de sarcină electrică, disipată de sistem prin ciocnirile în rețea.

Conform relației $I = \frac{U}{R}$, aceste căderi de tensiune pot fi scrise și sub forma:

$$U = RI \text{ și } u = rI.$$

(Produsele IR sau Ir se numesc, de fapt, căderi de tensiune. Tensiunea U devine cădere de tensiune numai dacă lipsește t.e.m. pe porțiunea reaspectivă de circuit, de rezistență R .)

Înlocuind aceste expresii, pentru U și u în relația $\mathcal{E} = U + u$, se obține:

$$\mathcal{E} = IR + Ir, \mathcal{E} = I(R + r),$$

sau:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

• Această relație exprimă *legea lui Ohm pentru un circuit simplu, închis*, care are următorul enunț:

Definiție
Intensitatea curentului de conducție într-un circuit electric simplu, închis, este egală cu raportul dintre t.e.m. a sursei din circuit și suma rezistenței interne a sursei cu rezistența elementului conductor exterior legat la bornele sursei.

Legea lui Ohm pentru un circuit simplu, închis, străbătut de curent continuu, se scrie și sub forma:

$$\mathcal{E} = U + rI, \quad (2.18)$$

în care mărimea $U = V_a - V_b = RI$ este numită *tensiune la borne*, iar produsul rI este cunoscut și sub denumirea de *cădere de tensiune internă* a sursei.

• $\mathcal{E}$ și U se măsoară în volți (V), r în ohmi (Ω) și I în amperi (A).

• Atunci când sursa nu debitează curent, deci circuitul este deschis, tensiunea la bornele sursei este egală cu t.e.m. a sursei $U = \mathcal{E}$. Când circuitul este închis, tensiunea la borne se micșorează cu căderea de tensiune internă a sursei, $U = \mathcal{E} - rI$, corespunzător relației (2.18).

În cazul opus, când $R \rightarrow 0$, $I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{r} = I_{sc}$, sursa debitează în scurtcircuit, $I_{sc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$, $U = 0$, sursa deteriorându-se.

2.2.3. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit activă

Din relația de bilanț a tensiunilor pentru un circuit electric simplu, $\mathcal{E} = U + u$, ațiile $U = IR$ și $u = Ir$, obținem expresiile:

$$\begin{aligned} U &= IR \text{ pentru circuitul exterior} \\ U &= \mathcal{E} - Ir \text{ pentru circuitul interior.} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Comparând aceste expresii cu relația algebrică $U_{ab} = \sum_k (R_k I_k - \mathcal{E}_k)_{a \rightarrow b}$ numită și *legea conducției electrice*, care dă tensiunea U_{ab} pentru o porțiune de circuit a, b dintr-o rețea complexă oarecare, cu relațiile de mai sus, observăm că: luând ca sens de referință sensul $a \rightarrow b$, atunci pentru circuitul electric simplu, închis, din figura 2.14, relația pentru U_{ab} scrisă pentru tensiunea la borne U este:

– pentru drumul a, b , prin circuitul exterior: $U_{ab} = U = IR$;

– pentru drumul a, b , prin circuitul interior: $U_{ab} = U = -rI - (-\mathcal{E}) = \mathcal{E} - rI$

(sensul curentului prin sursă este contrar sensului de scriere a formulei pentru U_{ab}).

Aceste ultime expresii, obținute prin aplicarea legii conducției electrice, coincid cu relațiile (2.19).

Formula pentru U_{ab} permite, după cum vom vedea, o rezolvare mai rapidă a problemelor privind rețelele de curent continuu.

• Așadar, expresia:

$$U_{ab} = \sum_k (R_k I_k - \mathcal{E}_k)_{a \rightarrow b}, \quad (2.20)$$

este *legea conducției electrice* sau *legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit activă*.

• De menționat, în încheiere, că legea lui Ohm se referă la materiale în care conducția electrică se comportă liniar, adică la metale. Există materiale sau dispozitive pentru care rezistența depinde de valoarea tensiunii aplicate (rezistențe neliniare).

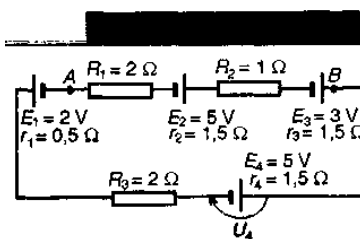


Fig. 2.15.

Să se calculeze:

- intensitatea curentului prin circuitul serie din figura 2.15;
- tensiunea dintre punctele A și B ale circuitului;
- tensiunea U_4 la bornele sursei 4.

a) Elementele de circuit (sursele și rezistoarele) care formează circuitul sunt legate unul în continuarea celuilalt, adică *în serie*. Considerând ca sens de referință pentru curent, de exemplu, sensul AE_2B , intensitatea curentului prin circuit va fi:

$$I = \frac{-E_1 + E_2 + E_3 - E_4}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + R_1 + R_2 + R_3} = 0,1 \text{ A.}$$

În relația de mai sus s-au luat cu semnul minus tensiunile electromotoare ale surselor care au t.e.m. de sens contrar cu sensul de referință, arbitrar ales, al curentului. Dacă rezultatul ar fi fost negativ, atunci sensul real ar fi fost contrar sensului de referință, deci semnul ar fi fost de la B spre A.

b) Pentru a afla tensiunea U_{AB} se va folosi expresia (2.20) a legii lui Ohm pentru o porțiune activă de circuit, scrisă la modul general:

$$U_{ab} = \sum_k (R_k I_k - \mathcal{E}_k)_{a \rightarrow b}.$$

* Până acum am notat t.e.m. cu $\mathcal{E}$ pentru a nu se confunda cu notația E folosită pentru intensitatea câmpului. Începând cu această problemă t.e.m. va fi notată așa cum se obișnuiește, adică cu litera E .

Relația fiind algebrică, se vor lua produsele care reprezintă căderile de tensiune $R_k I_k$ cu semnul minus, dacă sensul real al curentului prin porțiunea respectivă de circuit (AB, în cazul prezent) este contrar sensului tensiunii U_{AB} , de la A → B, și tot cu semnul minus, pentru tensiunile electromotoare de sens contrar sensului de referință A → B. Astfel, în acord cu cele afirmate:

$$U_{AB} = (R_1 + r_2 + R_2 + r_3)I - (E_2 + E_3) = (2 + 1,5 + 1 + 1,5) \cdot 0,1 - 8 = -7,4 \text{ V.}$$

Dacă se calculează tensiunea U_{AB} pe drumul $AE_1R_3E_4B$ vom avea, evident, aceeași valoare:

$$U_{AB} = -(r_1 + R_3 + r_4)I - (E_1 + E_2) = -(0,5 + 2 + 1,5) \cdot 0,1 - 7 = -7,4 \text{ V.}$$

$$c) U_4 = r_4 I - (-E_1) = 0,15 + 5 = 5,15 \text{ V.}$$

După cum se observă și din rezolvarea acestei probleme, relațiile pe care le folosim în rezolvarea problemelor conțin numai mărimi macroscopice. Mărimile macroscopice ca E , U , I , R sunt mărimile fundamentale atunci când rezolvăm probleme legate de funcționarea circuitelor sau când efectuăm măsurători electrice asupra conductoarelor reale. Acestea sunt mărimile ale căror valori le citim la instrumentele de măsură. Mărimile microscopice $\bar{E}$, $\bar{j}$, n , $\bar{E}_i$, $\bar{v}_e$ sunt importante atunci când se studiază (teoretic și experimental) aspectele fundamentale (fenomenologice) ale comportării materiei în condiții specifice, așa cum se întâmplă în domeniul fizicii corpului solid, de exemplu. Mărimile microscopice vor permite aprofundarea studiului fizicii în următorii ani de liceu.

Probleme propuse

1. Timp de 75 minute, printr-un fir de argint cu diametrul de 1 mm trece un curent care transportă o sarcină de 90 C printr-o secțiune transversală a firului. Argintul conține $5,8 \cdot 10^{28}$ electroni liberi pe metru cub (m^3). Cunoscând că $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, să se determine viteza medie de deplasare a electronilor prin firul de argint.

$$R: 0,47 \text{ mm/s.}$$

2. Un circuit simplu cu tensiunea la borne U are rezistența exterioră $R = 100 \Omega$. În circuit se introduce un ampermetru cu rezistența $R_A = 1 \Omega$, care indică un curent de 4 A. Care era intensitatea curentului prin circuit?

$$R: 4,04 \text{ A.}$$

3. Tensiunea electromotoare a unei surse este de 6 V. Conectată la un rezistor de $0,8 \Omega$, sursa debitează un curent de intensitate 3 A. Care este intensitatea de scurtcircuit a sursei?

$$R: I_{sc} = \frac{E}{r} = 0,5 \text{ A.}$$

4. Unui rezistor i se aplică tensiunea de 12 V. La o creștere a tensiunii cu 20%, intensitatea curentului prin rezistor crește cu 4 mA. Să se calculeze rezistența rezistorului.

$$R: 600 \Omega.$$

5. Două pile galvanice identice, având fiecare t.e.m. $E = 1,5 \text{ V}$ și rezistența interioară $r = 2 \Omega$, se leagă în serie, una lângă alta, astfel că rezistența firelor de legătură este neglijabilă ($\sim 10^{-6} \Omega$). Să se calculeze tensiunea la bornele fiecărei pile.

$$R: \text{zero.}$$

6. Un acumulator debitează în circuitul exterior un curent de intensitate 12 A. Dacă se mărește cu 50% rezistența circuitului exterior, intensitatea curentului se micșorează cu 25%. Care este intensitatea curentului dacă rezistența circuitului exterior scade cu 25% față de valoarea inițială?

$$R: 14,4 \text{ A.}$$

7. O sârmă de aluminiu ($\alpha = 0,0036 \text{ grad}^{-1}$) are la temperatura de 20°C rezistența electrică de $10^{-2} \Omega$. Să se determine: a) rezistența sârmei la 80°C ; b) creșterea relativă a rezistenței sârmei, exprimată în procente, când temperatura crește de la 20°C la 100°C .

$$R: \text{a) } 1,216 \cdot 10^{-2} \Omega; \text{ b) } 28,8\%.$$

8. Un generator cu t.e.m. $E = 100 \text{ V}$ și rezistența internă $0,6 \Omega$ este parcurs de un curent de intensitate 20 A în sens opus t.e.m. Să se calculeze tensiunea la bornele generatorului.

$$R: 112 \text{ V.}$$

9. O sursă cu t.e.m. $E = 24 \text{ V}$ are curentul de scurtcircuit de intensitate $I_{sc} = E/r = 60 \text{ A}$. Să se calculeze rezistența rezistorului care, legat la bornele sursei, face ca tensiunea la borne să fie de 20 V.

$$R: 2 \Omega.$$

10. Care este t.e.m. E a unei surse, dacă prin mărirea de trei ori a rezistenței rezistorului din circuitul exterior al sursei, tensiunea la bornele rezistorului crește cu 20%, având valoarea 3,6 V.

$$R: 4 \text{ V.}$$

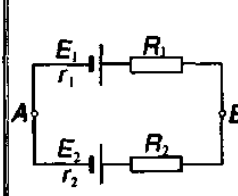


Fig. 1.

11. În rețeaua electrică din figura 1: $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 2E_1$, $r_1 = 0,5 \Omega$, $r_2 = 2r_1$, $R_1 = 0,5 \Omega$, $R_2 = 2R_1$. Să se calculeze intensitatea curentului prin circuit și tensiunea U_{AB} .

$$R: 5 \text{ A; } -15 \text{ V.}$$

12. Tensiunea de 10 V la bornele unei surse se dublează dacă rezistența circuitului exterior se mărește de 5 ori. Să se determine t.e.m. E a sursei.

$$R: 40 \text{ V.}$$

13. Două surse au t.e.m. egale de 2 V și rezistențele interioare de 1Ω , respectiv $0,5 \Omega$. Se dispun sursele în serie astfel că t.e.m. totală este de 4 V și rezistența interioară totală de $1,5 \Omega$. La bornele grupării se conectează un rezistor. Să se calculeze rezistența rezistorului și tensiunea U_i la bornele celei de-a doua surse, astfel ca tensiunea la bornele primei surse să fie nulă.

$$R: 0,5 \Omega; 1 \text{ V.}$$

14. O sursă are la borne tensiunea $U_1 = 4 \text{ V}$ când debitează pe un rezistor de rezistență $R_1 = 4 \Omega$ și tensiunea $U_2 = 4,5 \text{ V}$ când rezistorul legat la borne are rezistența $R_2 = 6 \Omega$. Să se calculeze rezistența interioară r și t.e.m. E ale sursei.

$$R: 2 \Omega; 6 \text{ V.}$$

15. Conectând un fir de lungime $l = 50 \text{ m}$ la bornele unei surse cu t.e.m. E , sursa cheltuiește un lucru mecanic $L = qE = 176 \text{ J}$, unde q este sarcina transportată de electronii de conducție în număr de $N = 10^{18}$, în lungul întregului circuit în timpul $t = 1,6 \text{ ms}$. Cunoscând că masa metalului din care este făcut cablul este $m = 0,88 \text{ kg}$,

densitatea $d = 8800 \text{ kg/m}^3$, rezistivitatea $\rho = 4,2 \cdot 10^{-7} \Omega \text{m}$ și $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, să se calculeze: a) intensitatea curentului prin circuit; b) tensiunea la bornele sursei; c) rezistența interioară a sursei.

$R: 100 \text{ A}; 1050 \text{ V}; 0,5 \Omega.$

16. De la o stație de alimentare electrică de curent continuu pleacă o linie lungă de 1 km formată din doi conductori de cupru ($\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$) cu aria secțiunii de 6 mm^2 . La capătul liniei se află un electromotor de funicular prin care curentul are intensitatea de 5 A. Tensiunea la bornele generatorului este $U_0 = 220 \text{ V}$. Să se calculeze: a) căderea de tensiune pe linie; b) tensiunea U la bornele electromotorului; c) randamentul în tensiune a liniei de transport ($\eta = U/U_0$).

$R: 28,66 \text{ V}; 191,33 \text{ V}; 87\%.$

2.3. Teoremele lui Kirchhoff*

Distribuția energiei electrice impune folosirea unor circuite cu mai multe ramificații, cunoscute sub numele de rețele electrice.

2.3.1. Terminologie

• Înțelegând, deci, printr-o rețea electrică plană un circuit cu ramificații, să considerăm o rețea completă (nu are borne de acces cu exteriorul), cu N noduri (puncte de ramificație), cu L laturi (porțiuni neramificate mărginite de două noduri succesive) și cu O ochiuri (succesiunile de laturi care formează câte o linie închisă). Laturile care conțin surse de energie electrică (caracterizate prin tensiune electromotoare și rezistență internă) se numesc laturi active, iar cele care nu au surse se numesc laturi pasive.

• În general, prin rezolvarea unei rețele înțelegem determinarea intensității și sensurilor curentilor continui care trec prin cele L laturi. Acest calcul de rețea se poate rezolva complet cu ajutorul celor două teoreme ale lui Kirchhoff, stabilite de acesta în anul 1847, care dau cele L ecuații liniare și independente necesare pentru aflarea intensităților și sensurilor curentilor. În cazul rețelelor de curent continuu, mărimile se notează cu litere mari: R (rezistența rezistoarelor), I (intensitatea curentului continuu), U (tensiunea), E (tensiunea electromotoare); excepție face r (rezistența internă a sursei). Aparatele care măsoară aceste mărimi sunt, respectiv, ohmmetrul, ampermetrul și voltmetrul.



Gustav Kirchhoff (1824–1887), fizician german (Cuvântul compus Kirchhoff înseamnă, în limba germană, „grădina bisericii”).

2.3.2. Prima teoremă a lui Kirchhoff

• Prima teoremă a lui Kirchhoff se scrie sub forma: $\sum_k I_k = 0$ (2.21) și are următorul enunț:

Suma algebrică a intensităților curentilor laturilor care se întâlnesc într-un nod este nulă, când se consideră cu un semn intensitatea curentilor care ies din nod și cu semnul contrar intensitatea curentilor care intră în nod.

Teoremă

* Lecțiile pot fi asistate de calculator folosind sistemul AEL (Asistent Educațional pentru Liceu).

Demonstrația teoremei este următoarea: dacă suma algebrică a intensității curentilor ar fi diferită de zero, ar însemna că, raportat la timp, în nod suma sarcinii electrice a purtătorilor de sarcină electrică (electroni) care intră nu este egală cu suma sarcinilor celor care ies din nod – potențialul nodului s-ar schimba, ceea ce ar însemna modificarea intensității și chiar a sensurilor curentilor din rețea. Rezultă că pentru a avea în rețea curenti continui de intensitate constantă este necesară îndeplinirea condiției (2.21).

• Prima teoremă a lui Kirchhoff, aplicată nodurilor unei rețele complete cu două noduri, dă o singură ecuație distinctă. Pentru o rețea cu N noduri rezultă, din prima teoremă a lui Kirchhoff (fig. 2.16, a), $(N - 1)$ ecuații independente.

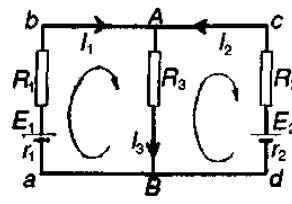


Fig. 2.16, a.

2.3.3. A doua teoremă a lui Kirchhoff

Considerăm, în rețeaua din figura (2.16, b), cu sensul curentilor arbitrar ales, ochiul de rețea AE_2BE_3A , sensul pozitiv de parcurgere a ochiului fiind cel indicat de săgeata curbată; aplicăm legea lui Ohm generalizată (2.20) pe porțiunile de circuit (laturile) AB și BA , se obține:

$$-I_2 R_2 - I_2 r_2 = V_A - V_B + E_2$$

$$I_3 R_3 + I_3 r_3 = V_B - V_A + E_3$$

Adunând aceste relații membru cu membru se obține relația care exprimă a doua teoremă a lui Kirchhoff aplicată ochiului doi al rețelei analizate:

$$\sum_k R_k I_k = \sum_j E_j, \quad (2.22)$$

cu următorul enunț:

Suma algebrică a căderilor de tensiune din laturile unui ochi este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare ale surselor din laturile ochiului.

La scrierea relației (2.22) semnul plus se pune în fața t.e.m. E_j respectiv a produsului $R_k I_k$ (prin produse $R_k I_k$ s-au notat și căderile de tensiune interne $r_k I_k$ a surselor E_j), dacă parcurgerea sursei este în sens direct (de la $-$ la $+$), respectiv, dacă sensurile de referință pentru curenti sunt îndreptate în sensul de scriere a teoremei, arbitrar ales, dat de săgeata curbată, și semnul minus în caz contrar. Numărul de ochiuri pentru care se pot scrie ecuații liniare și independente este:

$$O = L - N + 1$$

deci, în total, pentru o rețea se pot scrie, aplicând cele două teoreme:

$$(N - 1) + (L - N + 1) = L$$

ecuații liniare și independente, L fiind numărul de laturi ale rețelei, adică exact atâtea ecuații câte intensități de curenti necunoscute sunt.

• Teorema a doua a lui Kirchhoff se mai poate scrie cu ajutorul legii generalizate a lui Ohm pentru porțiuni active de circuit (2.20), unde $U_k = R_k I_k - E_k$ sunt tensiunile la bornele laturilor, adică tensiunea în lungul firului se poate înlocui cu tensiunea la borne (v. fig. 2.14), deoarece tensiunea între două puncte ale câmpului coulombian al rețelei nu depinde de forma drumului.

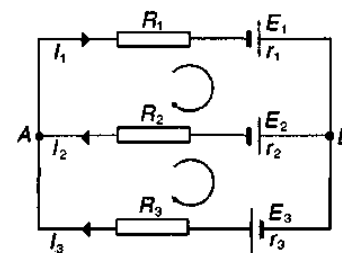


Fig. 2.16, b.

Lucrul mecanic $L = qU$ în câmpul coulombian al rețelei este nul pe orice drum închis. Astfel, pentru oricare dintre ochiurile rețelei avem $L = q_0 \sum_k U_k = 0$, de unde:

$$\sum_k U_k = 0 \quad (2.23)$$

care exprimă următoarele:

Suma algebrică a tensiunilor la bornele laturilor unui ochi de rețea este zero.

Definiție

1. Pentru rețeaua din figura (2.16, b) se cunosc: $R_1 = R_3 = 1,7 \, \Omega$, $R_2 = 3,6 \, \Omega$; $r_1 = r_3 = 0,3 \, \Omega$, $r_2 = 0,4 \, \Omega$; $E_1 = 4 \, \text{V}$, $E_2 = 3 \, \text{V}$, $E_3 = 2 \, \text{V}$.

a) Folosind teoremele lui Kirchhoff, să se determine intensitățile și sensurile curenților din laturile rețelei.

b) Să se calculeze tensiunea U_{AB} .

a) Utilizarea corectă a teoremelor Kirchhoff, drept metodă pentru rezolvarea rețelilor de curent continuu, presupune aplicarea următoarelor indicații practice:

- 1) Se atribuie curenților din laturi sensuri de referință. Dacă, prin rezolvarea sistemului de L ecuații liniare și independente provenit din aplicarea teoremelor lui Kirchhoff, apar intensități cu semne negative, sensul real este opus celui de referință.
- 2) Se aleg cele O ochiuri independente și sensurile de referință pe ele.
- 3) Se scriu apoi ecuațiile de noduri ($N - 1$) și de ochiuri ($L - N + 1$) și se rezolvă sistemul de ecuații liniare și independente astfel obținut.

Pentru rețeaua completă aleasă:

– ecuația de nod (A): $I_1 - I_2 - I_3 = 0$;

– ecuațiile de ochiuri:

$$\begin{aligned} 2I_1 + 4I_2 &= 1 \\ -4I_2 + 2I_3 &= 5 \end{aligned}$$

deci $L = 3$; rezultă $I_1 = 1,3 \, \text{A}$, $I_2 = -0,4 \, \text{A}$, $I_3 = 1,7 \, \text{A}$.

Pentru a obține sensul real al curentului prin latura 2 trebuie să schimbăm sensul inițial, cel de referință. Astfel, sensul real al curentului de intensitate $I_2 = -0,4 \, \text{A}$, din latura 2, va fi de la A la B .

• Cum verificăm aplicarea corectă a teoremelor lui Kirchhoff și calculul numeric efectuat:

– Prima variantă: se scrie teorema a doua a lui Kirchhoff pentru un ochi nou, nefolosit la scrierea ecuațiilor și relația trebuie să se verifice. Dacă ochiul ales (în cazul rețelei analizate, singurul care a mai rămas) este cel exterior:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + r_1 I_1 + R_3 I_3 + r_3 I_3 &= E_1 + E_3 \\ \text{sau} \quad (R_1 + r_1) I_1 + (R_3 + r_3) I_3 &= E_1 + E_3, \end{aligned}$$

$$\text{atunci: } 2 \cdot 1,3 + 2 \cdot 1,7 = 2,6 + 3,4 = 4 + 2.$$

– A doua variantă: se calculează tensiunea electrică între nodurile A și B pe mai multe drumuri și se verifică dacă rezultatele sunt aceleași:

$$U_{AB} = \sum_k (R_k I_k - E_k)_{A \rightarrow B}.$$

Pe drumul laturilor 1, 2 și 3 vom avea:

$$U_{AB}^{(1)} = (R_1 + r_1) I_1 - E_1 = 2 \cdot 1,3 - 4 = -1,4 \, \text{V}$$

$$U_{AB}^{(2)} = (R_2 + r_2) I_2 - E_2 = 4 \cdot 0,4 - 3 = -1,4 \, \text{V}$$

$$U_{AB}^{(3)} = -(R_3 + r_3) I_3 + E_3 = -2 \cdot 1,7 + 2 = -1,4 \, \text{V}.$$

Tensiunea $U_{AB} = -1,4 \, \text{V}$ constituie și răspunsul la punctul b).

– A treia posibilitate de verificare: cu teorema conservării puterilor care se va studia în subcapitolul 2.5.2:

$$\sum_{k=1}^L E_k I_k = \sum_{k=1}^L R_k I_k^2,$$

adică: $5,2 + 1,2 + 3,4 = 3,38 + 0,64 + 5,78$; $9,8 \, \text{W} = 9,8 \, \text{W}$.

2. Pentru schema din figura (2.16, c): $E_1 = 26 \, \text{V}$ și $E_2 = 25 \, \text{V}$, $r_1 = 0,5 \, \Omega$ și $r_2 = 0,2 \, \Omega$, $R = 2 \, \Omega$. Să se calculeze:

a) Intensitățile I_1 și I_2 , precum și U_R ;

b) Care ar trebui să fie valoarea pentru t.e.m. E_1 , pentru a se anula intensitatea curentului din latura 1? Dar pentru $I_1 = I_2$?

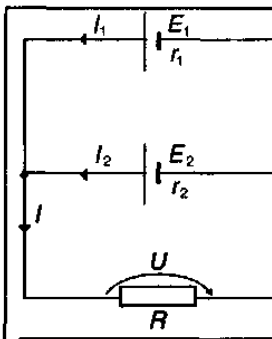


Fig. 2.16, c.

a) Sistemul de ecuații liniare și independente care rezultă din aplicarea legilor lui Kirchhoff pentru circuitul din figura (2.16, c) este:

$$I - I_1 - I_2 = 0 \quad (1);$$

$$I_1 r_1 + IR = E_1 \quad (2);$$

$$I_2 r_2 + IR = E_2 \quad (3).$$

Eliminând I , ecuațiile (2, 3) devin:

$$I_1(r_1 + R) = E_1 - I_2 R \quad (4); \quad I_2 r_2 + I_1 R + I_2 R = E_2 \quad (5).$$

$$\text{Din (4): } I_1 = \frac{E_1 - I_2 R}{r_1 + R} \quad (6) \text{ și introducând (6) în (5):}$$

$$I_2(r_2 + R) + \frac{R(E_1 - I_2 R)}{r_1 + R} = E_2,$$

$$\text{de unde: } I_2 = \frac{E_2 r_1 - R(E_1 - E_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = \frac{25 \cdot 0,5 - 2(26 - 25)}{0,5 \cdot 0,2 + 2(0,5 + 0,2)} = 7 \, \text{A};$$

$$\text{din (6): } I_1 = \frac{E_1 - I_2 R}{r_1 + R} = 4,8 \, \text{A}; \quad U_R = U = IR = (I_1 + I_2)R = (7 + 4,8)2 = 23,6 \, \text{V}.$$

b) Când $I_1 = 0$, ecuațiile (1, 2, 3) devin:

$$I_2 = I, \quad I_2 R = E_1 \quad \text{și} \quad I_2 r_2 + I_2 R = E_2.$$

Eliminând intensitatea I_2 , rezultă:

$$(R + r_2)E_1 = E_2 R,$$

$$\text{de unde } E_1 = \frac{E_2 R}{R + r_2} = \frac{25 \cdot 2}{2 + 0,2} = 22,73 \, \text{V}.$$

Analog, când $I_1 = I_2 = \frac{I}{2}$, ecuațiile (2, 3) devin:

$$I \left(R + \frac{r_1}{2} \right) = E_1 \quad \text{și} \quad I \left(R + \frac{r_2}{2} \right) = E_2.$$

Împărțind aceste relații membru cu membru, rezultă:

$$E_1 = \frac{2R + r_1}{2R + r_2} E_2 = \frac{2 \cdot 2 + 0,5}{2 \cdot 2 + 0,2} 25 = 26,78 \, \text{V}.$$

2.4. Gruparea rezistoarelor și a generatoarelor electrice

Mai multe rezistoare electrice pot fi conectate în serie, în paralel sau mixt, cu scopul de a se obține un rezistor de rezistență echivalentă R_e .

2.4.1. Legarea rezistoarelor în serie. Rezistența echivalentă serie

Să considerăm mai multe rezistoare $R_1, R_2, \dots, R_n$, legate în serie ca în figura 2.17, parcurse de același curent de intensitate I și având între bornele extreme tensiunea U . Să calculăm rezistența R_e a unui rezistor echivalent care, legat în locul acestor rezistoare și aplicându-i-se la borne aceeași tensiune U , va face ca prin circuit să treacă un curent de aceeași intensitate I ; acest curent are, conform legii lui Ohm expresia:

$$I = \frac{U}{R_e}.$$

Pentru situația din figura 2.17 se poate scrie: $U_1 = R_1 I$; $U_2 = R_2 I$; ...; $U_n = R_n I$; acestea, înlocuite în relația: $U_1 + U_2 + \dots + U_n = U$, conduc la:

$$R_e = \frac{U}{I} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k,$$

adică

$$R_e = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (2.24)$$

• Prin urmare, în cazul legării în serie a rezistoarelor, rezistența echivalentă este egală cu suma aritmetică a rezistențelor rezistoarelor componente.

Deoarece toți termenii sumei sunt mărimi pozitive ($R_k > 0$), rezultă că rezistența echivalentă la legarea în serie a mai multor rezistoare este mai mare decât oricare dintre rezistențele componente ($R_e > R_k$).

➤ **Divizorul de tensiune.** Dacă există două rezistoare conectate în serie R_1 și R_2 , cunoscând tensiunea aplicată la borne, U , se pot determina căderile de tensiune la bornele fiecărui rezistor în parte, U_1 și U_2 , fără a mai fi nevoie să se calculeze intensitatea curentului prin circuit, I . Într-adevăr, în figura 2.18 intensitatea curentului este:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2},$$

iar căderile de tensiune la bornele rezistoarelor vor fi:

$$U_1 = R_1 I = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \quad U_2 = R_2 I = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2.25)$$

Un asemenea circuit, pentru care se cunoaște tensiunea aplicată la borne și se poate determina căderea de tensiune pe fiecare rezistor, se numește *divizor de tensiune*.

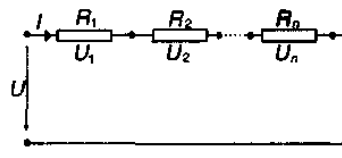


Fig. 2.17.

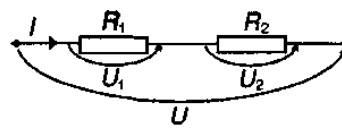


Fig. 2.18.

2.4.2. Legarea rezistoarelor în paralel. Rezistența echivalentă paralel

La conectarea în paralel (fig. 2.19), tensiunea la bornele rezistoarelor fiind aceeași (U), se pot scrie relațiile:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad \dots, \quad I_n = \frac{U}{R_n}.$$

Aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff unui nod, rezultă:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) U.$$

Rezistența echivalentă este deci:

$$R_e = \frac{U}{I} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)},$$

sau

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}. \quad (2.26)$$

• Așadar, în cazul legării în paralel (în derivație) a rezistoarelor, inversul rezistenței echivalente este egal cu suma inverselor rezistențelor rezistoarelor componente.

După cum știm, inversul rezistenței se numește conductanță și se notează cu $G = 1/R$, deci:

$$G_e = G_1 + G_2 + \dots + G_n,$$

adică în cazul legării în paralel conductanța echivalentă este egală cu suma aritmetică a conductanțelor rezistențelor rezistoarelor legate în paralel.

Deoarece $G_k > 0$, rezultă: conductanța echivalentă G_e este mai mare decât oricare dintre conductanțele componente ($G_e > G_k$).

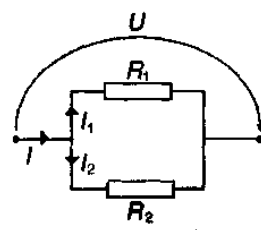


Fig. 2.20.

➤ **Divizorul de curent (fig. 2.20).** Rezistența echivalentă este:

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

iar tensiunea la borne:

$$U = R_e I = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I.$$

Intensitățile curentilor vor fi:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I. \quad (2.27)$$

Un asemenea circuit, pentru care se cunoaște intensitatea curentului total și se pot determina intensitățile curentilor prin cele două rezistoare, se numește *divizor de curent*.

Aplicație: **Legarea mixtă a rezistoarelor.** Rezistoarele din figura 2.21, de rezistențe R_2 și R_3 , sunt conectate în paralel, apoi în serie cu R_1 . Utilizând relațiile

anterioare, se obține rezistența echivalentă:

$$R_e = R_1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

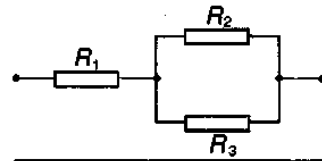


Fig. 2.21.

2.4.3. Relațiile de echivalență pentru legarea în serie și în paralel a surselor care au t.e.m. și rezistență internă diferite

În practică este necesar să se determine t.e.m. totală a unor baterii obținute prin gruparea surselor în serie, paralel și mixt.

➤ **Legarea în serie.** Aplicând legea lui Ohm generalizată pentru fiecare sursă în parte, se obțin relațiile (fig. 2.22, a):

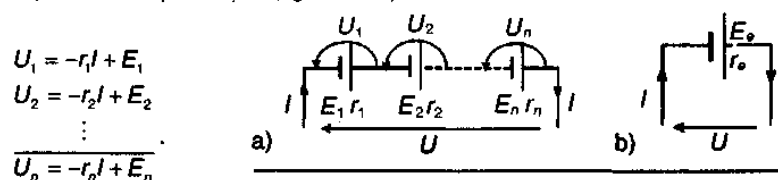


Fig. 2.22.

Ținând seama de egalitatea: $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$, prin însumarea relațiilor de mai sus, se obține:

$$U = -I \sum_{k=1}^n r_k + \sum_{k=1}^n E_k$$

Identificând această ultimă relație cu relația pentru schema echivalentă din fig. (2.22, b):

$$U = -I r_0 + E_0$$

se obțin relațiile de echivalență pentru sursele legate în serie:

$$E_0 = \sum_{k=1}^n E_k, \quad r_0 = \sum_{k=1}^n r_k \quad (2.28)$$

În prima relație însumarea se face algebric, luându-se cu semnul plus t.e.m. care au același sens cu sensul curentului, iar cu semnul minus cele care au sens contrar sensului curentului din circuit.

➤ **Legarea în paralel.** Prin aplicarea legii lui Ohm generalizate pentru fiecare latură a circuitului ($U = -r_k I_k + E_k$) din fig. (2.23, a), se obțin intensitățile curentilor din fiecare latură:

$$I_1 = \frac{E_1 - U}{r_1}; \quad I_2 = \frac{E_2 - U}{r_2}; \quad \dots \quad I_n = \frac{E_n - U}{r_n}$$

Din prima teoremă a lui Kirchhoff, $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$ și, însumând corespunzător relațiile de mai sus, rezultă:

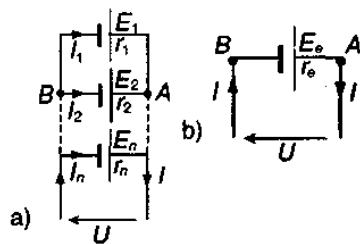


Fig. 2.23.

$$I = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \dots + \frac{E_n}{r_n} - U \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \right)$$

Introducând conductanța surselor ($g_k = 1/r_k$), relația de mai sus se va scrie sub forma:

$$U = \frac{\sum E_k g_k}{\sum g_k} - \frac{I}{\sum g_k} \quad (a)$$

Identificând această ultimă relație cu relația

$$U = E_0 - I r_0 \quad (b)$$

pentru schema din fig. 2.23, b, se obțin relațiile de echivalență ale legării în paralel a surselor electrice:

$$r_0 = \frac{1}{\sum_{k=1}^n g_k}; \quad E_0 = \frac{\sum_{k=1}^n E_k g_k}{\sum_{k=1}^n g_k} \quad (2.29)$$

Suma $\sum_{k=1}^n E_k g_k$ conține atât termeni pozitivi cât și termeni negativi. Sunt pozitivi cei pentru care sensul lui E_k coincide cu sensul lui E_0 . Dacă în relațiile de echivalență (a) și (b) se consideră $I = 0$, atunci $U = E_0$ și se poate scrie:

$$U_{AB} = \frac{\sum E_k}{\sum \frac{1}{R_k}} \quad (2.30)$$

relație care reprezintă teorema tensiunii dintre două noduri A și B pentru circuitele cu laturi paralele active, foarte cunoscută în electrotehnică sub denumirea de teorema lui Millman.

• Dacă N surse sunt identice, se observă că pentru legarea lor în serie $E_{ss} = NE$, $r_{ss} = Nr$, iar pentru legarea în paralel, $E_{op} = E$, $r_{op} = r/N$.

➤ **Legarea mixtă.** Se consideră n serii de câte q surse legate în serie, cele n serii fiind apoi legate în paralel. O astfel de grupare este echivalentă cu un generator de t.e.m. $E_0 = qE$, și de rezistență internă $r_0 = qr/n$. Dacă numărul total de generatoare al grupării mixte este $N = nq$, atunci:

$$I = \frac{qE}{\frac{qr}{n} + R} = \frac{NE}{qr + nR} \quad (2.31)$$

Relația de mai sus permite să se găsească, dacă N este dat, valorile pentru q și n , astfel încât să se obțină un curent de intensitate maximă în circuitul de utilizare a grupării mixte de surse, de rezistență R dată. Condiția teoretică este ca:

$$R = \frac{n}{q} r \quad (2.32)$$

Dacă se obține pentru q sau n un număr fracționar, se alege pentru q o valoare întreagă apropiată de cea obținută prin calcul, în așa fel încât n și $nq = N$ să fie numere întregi.

Aplicație

• Metoda tensiunii dintre două noduri (teorema Millman)

După cum știm, pentru circuitele formate numai din laturi paralele, teorema lui Millman ne spune:

$$U_{AB} = \frac{\sum_k \frac{E_k}{R_k}}{\sum_k \frac{1}{R_k}} \quad (2.33)$$

Suma de la numărătorul expresiei este algebrică, astfel că avem de stabilit ca orientare de referință pentru t.e.m. nodul A, iar sensul de referință pentru curenți, sensul spre nodul A (fig. 2.24 – cu aceste sensuri a fost demonstrată și teorema de echivalență din care provine teorema lui Millman).

Teorema lui Millman este o metodă foarte importantă și foarte folosită când se dorește determinarea tensiunii între bornele (nodurile) unui circuit paralel și a intensităților și sensurilor curenților din laturile circuitului paralel, fie de curent continuu, fie de curent alternativ sinusoidal, monofazat sau trifazat.

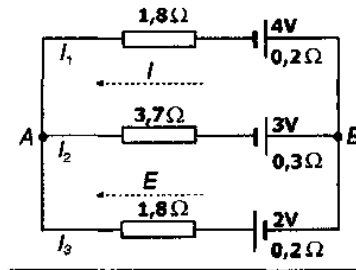


Fig. 2.24.

Considerând circuitul din figura 2.24, să se calculeze intensitățile și sensurile curenților din laturi.

Aplicând teorema lui Millman (2.33) (în figură, săgețile pentru I și E sunt sensurile de referință) se obține:

$$U_{AB} = \frac{-\frac{E_1}{R_1 + r_1} - \frac{E_2}{R_2 + r_2} + \frac{E_3}{R_3 + r_3}}{\frac{1}{R_1 + r_1} + \frac{1}{R_2 + r_2} + \frac{1}{R_3 + r_3}} = \frac{-\frac{4}{2} - \frac{3}{4} + \frac{2}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = -\frac{7}{5} = -1,4 \text{ V.}$$

Intensitățile $I_k = \frac{E_k - U_{AB}}{R_k + r_k}$ au valorile:

$$I_1 = \frac{-4 - (-1,4)}{1,8 + 0,2} = \frac{-2,6}{2} = -1,3 \text{ A (sensul real de la A spre B);}$$

$$I_2 = \frac{-3 - (-1,4)}{4} = \frac{-1,6}{4} = -0,4 \text{ A (sensul real de la A spre B);}$$

$$I_3 = \frac{2 - (-1,4)}{2} = \frac{3,4}{2} = 1,7 \text{ A (sensul real de la B spre A).}$$

2.4.5. Reostate. Montajul potențiometric

➤ **Reostatele** sunt aparate de măsură foarte des întrebuințate, mai ales în laboratoare. În multe montaje este necesară prezența unui rezistor a cărei rezistență poate fi variată, putând fi astfel limitată intensitatea curentului prin circuit la o valoare convenabilă.

Un reostat (fig. 2.25, a) se compune dintr-un tub de porțelan pe care este înfășurat un fir de manganină sau constantan. Un capăt al firului este legat la o bornă (a) și celălalt capăt la borna b a aparatului. Înfășurarea este strânsă, spirele se lipesc unele de altele; la trecerea unui curent intens ele se oxidează (tratament termic) și stratul de oxid obținut devine suficient de izolator pentru a împiedica curentul să treacă dintr-o spirală în spira vecină, evitându-se astfel scurtcircuitul.

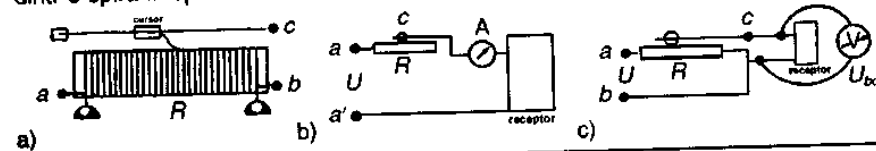


Fig. 2.25.

Pe acest tub de spire alunecă un cursor realizat din lamele suprapuse confecționate din material arcuit (bronz fosforos). Zona de contact dintre cursor și rezistor este curățată de oxid. Bara pe care culisează cursorul (în contact cu una din spire) este legată la a treia bornă (c).

Reostatul ca limitator de intensitate de curent se leagă în serie în circuit (fig. 2.25, b) prin borna de la bara pe care culisează cursorul și una dintre bornele fixate pe fir. Mișcând cursorul putem introduce mai multe sau mai puține spire în circuit și variem, astfel, intensitatea curentului prin circuitul receptor. Totdeauna trebuie să observăm pe plăcuța metalică de pe reostat care este valoarea maximă a intensității curentului suportat de firul reostatului, pentru a evita distrugerea reostatului prin supraîncălzire.

Reostatul ca divizor de tensiune. Dacă aplicăm o tensiune de la generator între bornele c și b, prin fir va trece un curent de o intensitate dată (fig. 2.25, c). Și acum trebuie să ne asigurăm ca tensiunea aplicată reostatului să nu fie prea mare, astfel încât intensitatea curentului să nu întrecă valoarea maximă suportată de reostat. Aparatul pe care îl utilizăm în acest caz se numește *potențiomtru* (sau *reostat divizor de tensiune*). Acesta nu este pus în serie, ca în cazul precedent; circuitul de utilizare este conectat, printr-un fir, la o bornă de la generator (b) și la borna c a cursorului. Se obține astfel o tensiune U_{bc} care poate fi reglată între zero și valoarea maximă, U , a tensiunii aplicate la bornele potențiometrului.

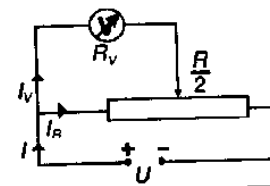


Fig. 2.26.

Unui potențiomtru cu rezistența de 4 kΩ i se aplică la borne tensiunea continuă de 24 V. Un voltmetru cu rezistența de 10 kΩ este legat între un capăt al potențiometrului și cursor. Ce tensiune indică voltmetrul dacă se așază cursorul la mijlocul potențiometrului?

Schema circuitului de măsurare este reprezentată în figura 2.26. Aplicând formula circuitului divizor de tensiune (2.25), se obține:

$$U_V = \frac{\frac{R_V \frac{R}{2}}{R_V + \frac{R}{2}}}{\frac{R_V \frac{R}{2}}{R_V + \frac{R}{2}} + \frac{R}{2}} \cdot U$$

sau, după simplificări: $U_V = \frac{R_V U}{2R_V + \frac{R}{2}} = \frac{10^4 \cdot 24}{2 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3} = 10,9 \text{ V.}$

! **Observație:** simplificând cu R_V ultima relație, se obține:

$$U_V = \frac{U}{2 + \frac{R}{2R_V}} \Big|_{R_V \rightarrow \infty} = \frac{U}{2} = 12 \text{ V.}$$

Cu cât rezistența voltmetrului este mai mare ($R_V \gg R$), cu atât indicația voltmetrului este mai aproape de valoarea reală a tensiunii măsurate.

2.4.6. Măsurări potențimetrice. Măsurarea tensiunii electromotoare a unei pile

De mare importanță în studiul fenomenelor electrice, ca și în etalonarea unor instrumente de măsură de mare precizie, este măsurarea tensiunii electromotoare.

Principiul și modul de aplicare ale metodei potențimetrice se pot înțelege urmărind figura 2.27.

Cu ajutorul reostatului R_V putem varia diferența de potențial între punctele A și B. Dacă E reprezintă t.e.m. a unei baterii și dacă e și e' sunt t.e.m. mai mici decât E, atunci putem găsi, pe rând, două puncte C și C' astfel încât căderile de tensiune între A și C, respectiv, A și C' să fie egale cu t.e.m. e, respectiv, e'. În aceste condiții, e și e' nu debitează, deci galvanometrul G indică un curent de intensitate zero. În acest caz:

$$e = IR_{AC}, \quad e' = IR_{AC'},$$

deci

$$\frac{e}{e'} = \frac{R_{AC}}{R_{AC'}}.$$

Dacă e este o t.e.m. cunoscută (a unei surse etalon), se poate afla valoarea t.e.m. e'. Dacă se folosește un reostat obișnuit montat potențimetric, variația cea mai mică de rezistență corespunde rezistenței unei spire de pe reostat.

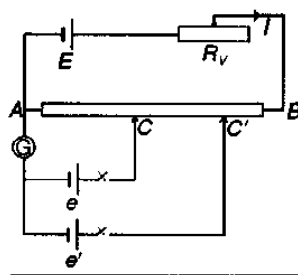


Fig. 2.27.

Potențimetrele bune au o precizie în măsurare până la 1/100 000 dintr-un volt, cu neputință de obținut cu un reostat obișnuit.

2.4.7. Extinderea domeniilor de măsurare la ampermetru și voltmetru

A. Șuntul ampermetrelor

Pentru extinderea domeniului de măsurare a unui ampermetru se folosește un rezistor numit șunt (în engleză *shunt* înseamnă deviație). Rezistorul șunt se leagă în paralel pe un instrument de măsurare a intensității curentului (fig. 2.28, a). Dacă rezistența internă a ampermetrului este R_A și se cere ca intensitatea curentului care traversează instrumentul, I_A , să fie de n ori mai mică decât cea a curentului total, I , care trebuie să fie valoarea rezistenței șuntului?

Prin aplicarea teoremelor lui Kirchhoff, se obține:

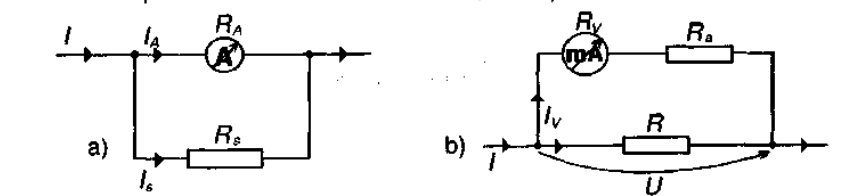


Fig. 2.28.

$$I = I_A + I_s \text{ și } R_A I_A = R_s I_s,$$

și deoarece $n = I/I_A$, rezultă:

$$R_s = \frac{R_A}{n-1}, \quad (2.34)$$

în care n se numește *putere multiplicatoare a șuntului*.

În mod curent, $n = 10; 50; 100$.

Prin șuntare, rezistența internă a aparatului R_A , ca și sensibilitatea sa, s , devin de $(n-1)$ ori mai mici față de cele ale instrumentului inițial.

Ampermetrul, care se leagă întotdeauna în serie, perturbă cu atât mai puțin regimul de funcționare al rețelei în care este conectat cu cât puterea electrică pe care o consumă, $P_A = R_A I_A^2$, este mai mică.

B. Rezistorul adițional

Rezistorul adițional este un rezistor, de rezistență R_a , legat în serie cu un mili-ampermetru, pentru a se obține un aparat cu ajutorul căruia să se poată măsura tensiuni, adică un voltmetru (fig. 2.28, b).

Voltmetrul se conectează întotdeauna în paralel pe porțiunea de circuit la capetele căreia se măsoară tensiunea. Rezistența R_a a rezistorului adițional fiind mare intensitatea curentului prin voltmetru, I_V , devine atât de mică încât se poate considera că atât U , cât și I în exterior nu se modifică prin conectarea voltmetrului.

Căderea de tensiune pe voltmetrul neadițional este $I_V R_V$, unde I_V reprezintă intensitatea maximă indicată de voltmetru. Pentru a extinde domeniul de măsurare a instrumentului, gradat în volți, de m ori, se introduce sub carcasa instrumentului, în serie cu instrumentul, un rezistor adițional de rezistență R_a , a cărei valoare va fi calculată conform relației:

de unde:

$$mR_V I_V = (R_V + R_s) I_V,$$

$$R_s = R_V(m - 1).$$

Voltmetrul perturbă cu atât mai puțin regimul de funcționare al rețelei în care este legat, cu cât puterea pe care o consumă este mai mică, cu alte cuvinte, cu cât rezistența lui, R_V , este mai mare: $P_V = \frac{U^2}{R_V}$.

Un ampermetru are scara de 100 diviziuni și rezistența internă $R_A = 0,8 \Omega$. Deviația maximă este obținută pentru un curent de intensitate $I_A = 50 \text{ mA}$.

a) Ce valoare trebuie să aibă șuntul ampermetrului, R_s , pentru a se măsura intensități până la $I = 1 \text{ A}$?

b) Care trebuie să fie valoarea R_s a rezistenței adiționale pentru ca la o tensiune $U = 5 \text{ V}$ acul ampermetrului să indice diviziunea 50?

c) Voltmetrul realizat la punctul b), legat la bornele unei surse cu t.e.m. E și rezistența internă r , indică diviziunea 76. Dacă se înseriază și un rezistor de rezistență $R = 200 \Omega$, voltmetrul indică diviziunea 39. Să se calculeze E și r .

$$\text{a) } R_s = \frac{R_A}{\frac{I}{I_A} - 1} = \frac{0,8}{\frac{1}{0,05} - 1} = 4,21 \cdot 10^{-2} \Omega;$$

$$\text{b) } R_s = R_A \left(\frac{2U}{R_A I_A} - 1 \right) = 0,8 \left(\frac{10}{0,8 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} - 1 \right) = 0,8 \left(\frac{10^3}{4} - 1 \right) = 0,8 \cdot 249 = 199,2 \Omega;$$

$$\text{c) } I_1 = \frac{E}{r + R_A + R_s} = kN_1; \quad I_2 = \frac{E}{r + R_A + R_s + R} = kN_2,$$

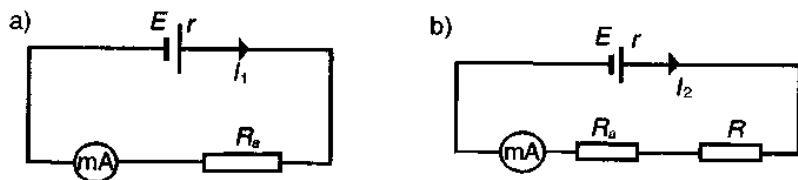


Fig. 2.28, bis.

unde k este constanta ampermetrului (fig. 2.28, bis, a și b) adică $I_A = kN_{\max}$:

$$k = \frac{I_A}{N_{\max}} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{100} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{A}}{\text{div}}.$$

Din I_1/I_2 rezultă $r = 10,8 \Omega$ și din expresia pentru I_1 , se obține $E = 8,01 \text{ V}$.

Probleme propuse

► TEOREMELE LUI KIRCHHOFF. GRUPAREA REZISTOARELOR ȘI A GENERATOARELOR ELECTRICE

1. Rezistorul R_1 al unui divizor de curent este parcurs de 60% din curentul principal. Să se calculeze raportul rezistențelor care formează divizorul de curent.

$$R: \frac{2}{3} \Omega.$$

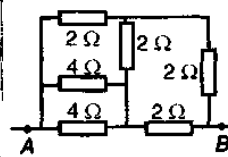


Fig. 2.

2. Să se calculeze rezistența R_{AB} a porțiunii de circuit reprezentată în figura 2.

$$R: 2 \Omega.$$

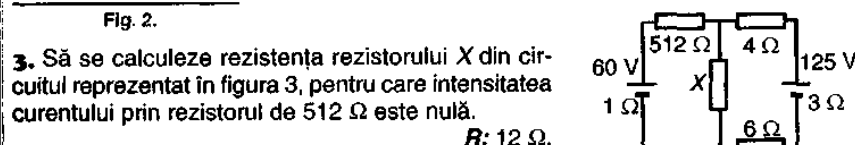


Fig. 3.

3. Să se calculeze rezistența rezistorului X din circuitul reprezentat în figura 3, pentru care intensitatea curentului prin rezistorul de 512Ω este nulă.

$$R: 12 \Omega.$$

4. Doi conductori au aceeași lungime și secțiune, rezistivitățile lor fiind ρ_{01} și ρ_{02} la 20°C . Să se determine coeficientul de temperatură al rezistivităților circuitelor formate din acești conductori prin: a) legarea lor în serie; b) legarea lor în paralel.

$$R: \text{a) } \alpha_s = \frac{\rho_{01}\alpha_1 + \rho_{02}\alpha_2}{\rho_{01} + \rho_{02}}; \text{ b) } \alpha_p = \frac{\rho_{01}\alpha_2 + \rho_{02}\alpha_1}{\rho_{01} + \rho_{02}}.$$

5. Doi rezistori au rezistențele R_{01} , respectiv, R_{02} egale, iar coeficienții de temperatură ai rezistivității α_1 , respectiv, α_2 . Se cere coeficientul de temperatură al rezistenței circuitelor formate din acești rezistori prin legarea lor în paralel și apoi în serie.

$$R: \alpha_s = \alpha_p = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

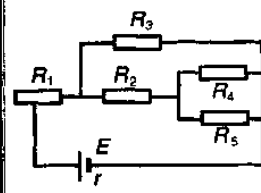


Fig. 4.

6. Se dă rețeaua din figura 4 în care se cunosc: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$, $R_3 = R_4 = 3 \Omega$, $R_5 = 6 \Omega$, $r = 0,5 \Omega$ și $E = 105 \text{ V}$. Să se calculeze intensitățile curentilor din laturi.

$$R: I_1 = 20 \text{ A}, I_2 = 15 \text{ A}, I_3 = 5 \text{ A}, I_4 = 10 \text{ A}, I_5 = 5 \text{ A}.$$

7. Două surse de tensiuni electromotoare $E_1 = 13 \text{ V}$ și $E_2 = 12,5 \text{ V}$, având rezistențele interioare $r_1 = 0,5 \Omega$, respectiv $r_2 = 0,2 \Omega$, sunt conectate în paralel pe un rezistor de rezistență $R = 2 \Omega$, ca în figura 5. Să se calculeze: a) tensiunea U ; b) cât ar trebui să fie valoarea t.e.m. E_1 pentru $I_1 = I_2$.

$$R: \text{a) } 11,8 \text{ V}; \text{ b) } 13,4 \text{ V}.$$

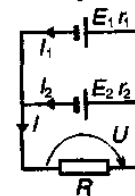


Fig. 5.

8. Două elemente galvanice sunt legate cu aceeași polaritate pe rezistorul de rezistență $R = 10 \Omega$ ($E_1 = 1,9 \text{ V}$; $r_1 = 0,1 \Omega$; $E_2 = 1,1 \text{ V}$; $r_2 = 0,8 \Omega$). Să se determine: a) sensurile și intensitățile curentilor prin laturile circuitului; b) tensiunea la bornele rezistorului.

$$R: \text{a) } 0,18 \text{ A}, 1,05 \text{ A}, 0,85 \text{ A, sensul curentului este opus sensului t.e.m. } E_2; \text{ b) } 1,8 \text{ V}$$

➤ ȘUNTUL. REZISTENȚA ADIȚIONALĂ. MONTAJUL POTENȚIOMETRIC

9. Un galvanometru cu rezistența interioară de $4,75 \Omega$ poate măsura intensități până la 50 mA . Scara galvanometrului are 50 diviziuni. Să se calculeze: a) rezistența șuntului necesar pentru a putea măsura cu galvanometrul intensități până la 1 A ; b) tensiunea la bornele galvanometrului când acul se află în dreptul diviziunii 25; c) rezistența rezistorului adăugat galvanometrului pentru a putea obține o tensiune de 30 V .

R: a) $0,25 \Omega$; b) $0,118 \text{ V}$; c) $295,3 \Omega$.

10. Pentru a mări domeniul de măsură al unui ampermetru, acesta se șuntează cu un rezistor având rezistența de 12 ori mai mică decât rezistența miliampermetrului. Miliampermetrul șuntat va măsura curenți cu intensități de x ori mai mari decât intensitatea maximă inițială. Care este valoarea lui x ?

R: 13.

11. Pentru a extinde domeniul de măsură al unui voltmetru de 5 ori, se adăunează acestuia un rezistor de $10 \text{ k}\Omega$. Să se determine rezistența inițială a rezistenței voltmetrului.

R: 2500Ω .

12. Un instrument de măsură are cadranul cu 100 diviziuni, o diviziune însemnând $5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$, rezistența fiind de 5Ω . Să se calculeze: a) rezistența rezistorului șunt necesar pentru ca instrumentul să măsoare intensități până la 500 mA ; b) rezistența rezistorului adăugat pentru tensiuni până la 10 V .

R: a) $5 \text{ m}\Omega$; b) $20 \text{ k}\Omega$.

13. Unui reostat de rezistență $R_h = 5 \text{ k}\Omega$ i se aplică la borne tensiunea $U = 120 \text{ V}$ (s-a folosit notația R_h pentru reostat, care vine din limba franceză – Rhéostat –, notație des întâlnită). Între o bornă de capăt și borna de cursor se conectează un voltmetru cu rezistența $R_v = 15 \text{ k}\Omega$. Ce tensiune indică voltmetrul când cursorul se află la mijlocul reostatului?

R: $55,38 \text{ V}$.

➤ MĂSURĂRI ELECTRICE

14. O metodă rapidă de măsurare a rezistenței interioare a unei pile galvanice este procedeul care are următoarele etape: 1) se determină mai întâi t.e.m. E a pilei conectând un voltmetru cu rezistență internă mare direct la bornele pilei; 2) se pune apoi pila să debiteze un curent pe un rezistor de rezistență R convenabil aleasă pentru ca intensitatea I a curentului să fie comparabilă cu valoarea nominală ($\sim 150 \text{ mA}$) și se măsoară tensiunea U la bornele rezistorului R . Să se calculeze rezistența X a unei pile cunoscând: $E = 1,5 \text{ V}$; $U = 1,45 \text{ V}$; $R = 10 \Omega$.

R: $0,34 \Omega$.

15. Pentru măsurarea rezistenței unui rezistor se utilizează montajul aval. Calculăm rezistența rezistorului prin raportul dintre indicația voltmetrului și indicația ampermetrului și obținem valoarea aproximativă de 300Ω . Să se determine valoarea exactă a rezistenței rezistorului, cunoscând că voltmetrul folosit are o rezistență de $10 \text{ k}\Omega$.

R: $309,278 \Omega$.

16. Cu un montaj amonte se obține, pentru un rezistor etalon de 100Ω , o valoare aproximativă de 102Ω , determinată prin raportul dintre indicația voltmetrului și a ampermetrului. Să se calculeze rezistența ampermetrului utilizat.

R: 2Ω .

➤ METODE DE REZOLVARE A REȚELOR DE CURENT CONTINUU

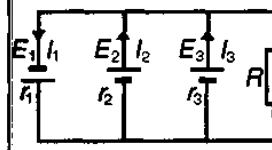


Fig. 6.

17. Să se calculeze intensitățile curenților prin laturile rețelei din figura 6 aplicând metoda curenților independenți (Maxwell) și teorema Millman. Se cunosc: $E_1 = 0,5 \text{ V}$, $E_2 = 2 \text{ V}$, $E_3 = 2,2 \text{ V}$, $r_1 = 2 \Omega$, $r_2 = 3 \Omega$, $r_3 = 4 \Omega$, $R = 5 \Omega$.

R: $0,62 \text{ A}$; $0,4 \text{ A}$; $0,36 \text{ A}$; $0,14 \text{ A}$.

18. Se consideră rețeaua din figura 7 în care: $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 5 \text{ V}$, $r_1 = 2 \Omega$, $r_2 = 1 \Omega$, $r_3 = 0,5 \Omega$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4,5 \Omega$. Să se calculeze: a) intensitățile și sensurile curenților prin laturile circuitului folosind pe rând: legile lui Kirchhoff, metoda curenților independenți, teorema lui Millman; b) tensiunea U_{AB} .

R: a) $4,09 \text{ A}$; $3,1818 \text{ A}$; $0,909 \text{ A}$; b) $-5/11 \text{ V}$.

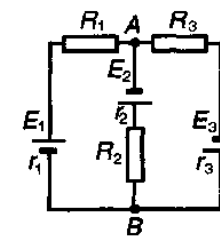


Fig. 7.

2.5. Energia și puterea electrică. Transferul optim de putere

2.5.1. Efectul Joule-Lenz

Conform legii transformării energiei în conductoarele parcurse de curent electric de conducție, dacă $q = -Ne$ reprezintă sarcina particulelor libere (electronii de conducție) care traversează sursa în timpul t , energia potențială câștigată în sursă, pe care o pierd purtătorii de sarcină parcurgând conductorul ab exterior al sursei, este de fapt căldura Q dezvoltată în acest conductor omogen (fig. 2.29):

$$Q = W = -Ne(V_a - V_b) = Ne(V_b - V_a).$$

Cum: $V_a - V_b = U_{ab}$, $U_{ab} = RI$, iar $Ne = It$, căldura dezvoltată ireversibil în conductorul legat la bornele a și b ale sursei are expresia:

$$Q = W = UIt = \frac{U^2}{R}t = RI^2t. \quad (2.35)$$

Șirul transformărilor energetice este format din energia potențială $W = Ne(V_a - V_b)$ câștigată de particule prin acțiunea pe care o exercită tipul de forță imprimată; parcursul prin conductor, întreținut de forța câmpului coulombian, permite transformarea energiei potențiale a particulelor libere în energie cinetică de vibrație a ionilor pozitivi din nodurile rețelei, care în final se va manifesta prin căldura disipată. Energia cinetică de transport a electronilor liberi nu se modifică între capetele a și b ($I = \text{const.} \rightarrow v_d = \text{const.}$, vezi relația (2.3)).

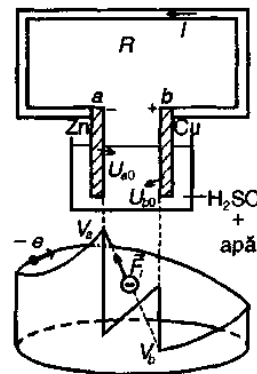


Fig. 2.29. În cazul pilei Volta, forțele imprimate deplasează electronii liberi în sens opus intensității câmpului electric, pentru a menține constantă diferența de potențial între punctele a și b ale circuitului.

Dacă receptorul nu este de tip pur rezistiv, atunci energia recepționată de acesta de la sursă, prin intermediul câmpului electric, este energia electrică:

$$W = Uit;$$

aceasta se transformă, în principal, în altă formă de energie (de exemplu, mecanică, dacă receptorul este un motor electric). Și în acest caz efectul termic nu poate fi evitat întru totul. Energia electrică nu este energia curentului electric, ci a câmpului electromagnetic din conductor. (În relația de mai sus se poate observa că energia poate varia chiar dacă intensitatea I este constantă.)

Experiment

Se consideră un conductor metallic omogen, de lungime l și arie a secțiunii transversale S_0 . Conductorul se introduce într-un calorimetru și se conectează în serie cu un ampermetru la bornele unei surse galvanice. Dacă se măsoară intensitatea curentului I și tensiunea U la bornele conductorului cu ajutorul unui electrometru, se constată: căldura disipată Q și măsurată de calorimetru este proporțională cu tensiunea U cu intensitatea curentului I și timpul t :

$$Q = U \cdot I \cdot t. \quad (2.36)$$

Experiențe efectuate cu conductoare de prima speță, din materiale diferite, arată că relația (2.36) este verificată.

Dacă tensiunea se măsoară în volți, intensitatea curentului în amperi și timpul în secunde, atunci căldura se exprimă în jouli.

• Fenomenul dezvoltării de căldură în conductoarele parcurse de curent electric de conducție se numește *efect Joule-Lenz* (sau *efect electrocaloric*).

Căldura dezvoltată în unitatea de timp prin efect Joule-Lenz reprezintă puterea P dezvoltată prin efect electrocaloric:

$$P = \frac{Q}{t} = UI = RI^2 > 0 \quad (2.37)$$

și se măsoară în wați (W). În electroenergetică se folosește și unitatea de măsură tolerată kilowatt-ora: $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$.

• În cazul mai general al conductoarelor neomogene, adică în prezența unui câmp imprimat de intensitate E , deci a unei surse, expresia $P = UI$ poate fi dezvoltată în doi termeni, observând că din legea conducției electrice $U = RI - E$ și se obține:

$$P = RI^2 - EI = P_R - P_g \quad (2.38)$$

Primul termen, singurul diferit de zero în conductoare fără câmp imprimat (adică cu t.e.m. nule), este *puterea disipată*, adică puterea dezvoltată ireversibil sub formă de căldură în conductoare, egală cu produsul dintre rezistența conductorului și pătratul intensității curentului (legea Joule-Lenz):

$$P_R = RI^2 > 0 \quad (2.39)$$

Al doilea termen:

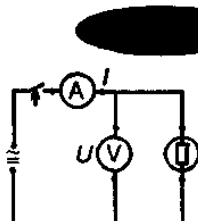
$$P_g = EI^2 \leq 0 \quad (2.40)$$

este puterea generată, adică puterea adusă în circuit de sursa de t.e.m. E , care debitează curentul de intensitate I , egală cu produsul acestor două mărimi. În ultima expresie, E se ia pozitivă când are sensul curentului și cu minus în sens contrar. Dacă



James P. Joule
(1818–1889)
fizician englez.

$P_g = E \cdot I > 0$, adică E și I au același sens efectiv, sursa produce energie; aceasta este, spre exemplu, cazul unei pile galvanice care alimentează un circuit fără alte surse. Dacă $P_g = E \cdot I < 0$ (adică E și I au sensuri opuse) sursa primește energie (cazul unui acumulator pus la încărcat, spre exemplu).



Cu ajutorul unui montaj asemănător celui din figura alăturată se pot determina puterile consumate de aparatele electrice. Măsurând, în montaj aval, intensitatea și tensiunea corespunzătoare aparatelor din tabel, observăm că puterile calculate corespund, practic, valorilor nominale. Datorită caracterului pur rezistiv al aparatelor, tensiunea de alimentare poate fi continuă, fie alternativă.

Aparat	Tensiune nominală (V)	Putere nominală (W)	Mărimi măsurate		calculate
			U (V)	I (A)	$P = UI$ (W)
Bec 1	220	25	219	0,11	24,0
Bec 2	220	40	219	0,18	39,4
Bec 3	220	75	219	0,34	74,4
Bec 4	220	100	219	0,45	98,8
Ciocan de lipit	220	80	222	0,36	79,9
Reșou	220	800	216	3,70	799

2.5.2. Teorema conservării puterii

Această teoremă se referă la bilanțul puterilor din rețelele de curent continuu. Are două moduri de enunțare:

1. Suma algebrică a puterilor primite de toate laturile rețelei, pe la bornele lor, este nulă pentru o rețea izolată:

$$\sum_{k=1}^L U_k I_k = 0. \quad (2.41)$$

2. Suma algebrică a puterilor debitate de sursele din rețea este egală cu suma puterilor disipate în partea rezistivă a laturilor:

$$\sum_k E_k I_k = \sum_j R_j I_j^2 > 0. \quad (2.42)$$

Teorema conservării puterilor sub formele (2.41), (2.42) este o consecință a teoremei a doua a lui Kirchhoff.

O aplicație directă a teoremei este verificarea bilanțului puterii ca mijloc de control al rezolvării corecte a rețelelor de curent continuu.

2.5.3. Teorema transferului optim de putere

Pentru demonstrarea teoremei să analizăm puterea cedată de o sursă unui receptor rezistiv cu rezistența reglabilă R , în sensul unei creșteri continue a acesteia (fig. 2.30).

Astfel, intensitatea curentului debitat de sursă este: $I = \frac{E}{R+r}$. Puterea transmisă de sursă circuitului exterior este:

$$P_e = RI^2 = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$$

sau $P_e R^2 + (2P_e r - E^2)R + P_e r^2 = 0, \quad (2.43)$
cu soluțiile:

$$R_{1,2} = \frac{(E^2 - 2P_e r) \mp E \sqrt{E^2 - 4P_e r}}{2P_e}$$

Se observă că R are sens fizic dacă $R \geq 0$ și

dacă $E^2 - 4P_e r \geq 0$ sau $P_e \leq \frac{E^2}{4r}$. Rezultă că $P_{e \max} = \frac{E^2}{4r}$.

Din prima și ultima relație, pentru ca $P_e = P_{e \max}$ trebuie să se verifice egalitatea

$$\frac{E^2 R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{4r}, \text{ ceea ce impune egalitatea } R = r.$$

• Astfel: $P_{e \max} = \frac{E^2}{4r}$ (teorema transferului maxim de putere), (2.44)

• Puterea debitată de sursă: $P_s = EI = \frac{E^2}{2r}$ pentru $R = r$.

• Randamentul în cazul transferului maxim de putere este:

$$\eta = \frac{P_{e \max}}{P_s} = 0,5.$$

În figura 2.31 este reprezentată funcția $P_e = f(R)$, care prezintă (așa cum știm) un maxim pentru $R = r$, adică, în conformitate cu teorema transferului maxim de putere, sursa transmite circuitului exterior (denumit și sarcină) R , puterea maximă atunci când rezistența de sarcină este egală cu rezistența internă a sursei.

• Randamentul transmisiei puterii de la sursă la consumator este:

$$\eta = \frac{P_e}{P_s} = \frac{RI^2}{(R+r)^2} = \frac{R}{R+r}.$$

În figura 2.31 mai sunt reprezentate dependențele $P_i = f(R)$ și $P_s = f(R)$.

Ecuatia (2.43) scrisă sub forma $R^2 - sR + r^2 = 0$, conduce la relațiile lui Viète, adică:

$$s = R_1 + R_2 = \left(\frac{E^2}{P_e} - 2r \right) \text{ și } r = \sqrt{R_1 R_2}.$$

! Observații practice:

1) Adaptarea consumatorului la generatorul de energie electrică corespunzătoare relației $R = r$ presupune, totuși, un randament de transfer mic, de 50%. O astfel de adaptare la randament este practică doar în circuitele de curenți cu intensitate relativ mică (telefonie, radioelectronică, receptoare TV).

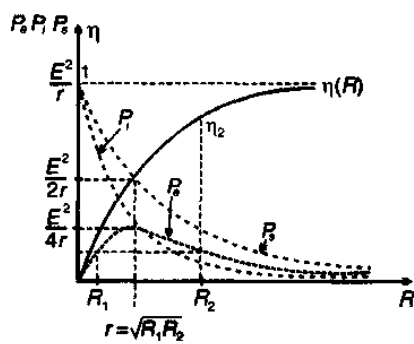


Fig. 2.31.

2) În cazul în care receptorul primește de la sursă o putere $P_e < P_{e \max}$, el poate fi realizat în două variante: cu rezistența $R_1 < r$ și, respectiv, $R_2 > r$.

Practic, este preferată varianta de randament η_2 , (pierderile de putere fiind mici), randament folosit în transportul și distribuția energiei electrice.

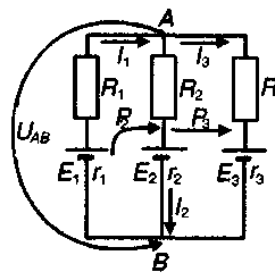


Fig. 2.32.

1. Pentru circuitul din fig. 2.32, considerând $E_1 = 300 \text{ V}$, $E_2 = 50 \text{ V}$, $E_3 = 40 \text{ V}$; $r_1 = r_2 = r_3 = 1 \Omega$ și $R_1 = 99 \Omega$, $R_2 = 49 \Omega$, $R_3 = 59 \Omega$, să se determine, folosind teorema lui Millman:

- tensiunea U_{AB} ;
- intensitățile și sensurile curenților din laturi;
- să se verifice cu rezultatele obținute, teorema conservării puterii, admitând convenția de alegere a sensului de referință a tensiunii la borne de la borna de intrare a curentului în porțiunea sau latura de circuit activă la borna de ieșire a acestuia.

a) $U_{AB} = \frac{\frac{300}{100} + \frac{50}{50} + \frac{40}{60}}{\frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60}} = \frac{1400}{14} = 100 \text{ V};$

b) $I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_{1t}} = \frac{300 - 100}{100} = 2 \text{ A}; I_2 = \frac{50 - 100}{50} = -1 \text{ A}; I_3 = -1 \text{ A}.$

Sensurile curenților reali sunt date în figura 2.32.

c) $P_1 = -U_{AB} I_1 = -200 \text{ W}$ (latură generatoare de energie); $P_2 = 100 \cdot 1 = 100 \text{ W}$; $P_3 = 100 \text{ W}$ (laturi receptoare de energie).

Așadar, $P = \sum_{k=1}^3 U_k I_k = -200 + 100 + 100 = 0.$

2. Două surse, cu rezistențele interne $r_1 = 1,2 \Omega$ și, respectiv, $r_2 = 0,3 \Omega$ transferă aceeași putere maximă circuitului exterior, fie că sunt legate în paralel, fie în serie. Să se determine valoarea t.e.m. E_2 , știind că $E_1 = 4 \text{ V}$.

Egalând cele două puteri maxime pentru circuitul serie și pentru circuitul paralel, avem:

$$\frac{E_{sp}^2}{4(r_1 + r_2)} = \frac{E_{sp}^2}{4 \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \text{ sau: } \frac{(E_1 + E_2)^2}{(r_1 + r_2)} = \frac{(r_1 + r_2)}{r_1 r_2} \left(\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} \right)^2.$$

După un calcul de ordonare, se obține: $E_1^2 r_2 (r_2 - r_1) = E_2^2 r_1 (r_2 - r_1)$, de unde, în final:

$$E_2 = E_1 \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} = 4 \sqrt{\frac{0,3}{1,2}} = 4 \sqrt{\frac{1}{4}} = 2 \text{ V}.$$

1. Să se calculeze rezistența electrică a unui cuptor care, conectat la tensiunea de 220 V, consumă într-o jumătate de oră o energie electrică de 4 kWh.

R: 6,05 Ω .

2. Cunoscând că o lanternă cu o baterie de 4,5 V și rezistența internă de 1 Ω are un randament de 95%, să se determine rezistența becului și intensitatea curentului debitat de baterie.

R: 19 Ω , 225 mA.

3. O sursă cu t.e.m. $E = 6$ V și rezistența internă $r = 1$ Ω , debitează pe un rezistor cu rezistența $R = 9$ Ω . Care este căldura degajată în circuitul exterior timp de 5 s și randamentul electric al circuitului?

R: 16,2 J, 90%.

4. Trei rezistoare identice sunt legate astfel: două în paralel și în serie cu al treilea, la tensiunea U . Fiecare rezistor conectat separat la tensiunea U funcționează normal consumând puterea $P = 30$ W. Care este căldura degajată într-o secundă în circuit?

R: 20 W.

5. Două elemente galvanice, având t.e.m. $E_1 = 9$ V, $E_2 = 6$ V și rezistențele interioare $r_1 = 0,4$ Ω , $r_2 = 0,1$ Ω sunt legate în paralel și alimentează o rețea electrică formată din mai multe rezistoare identice legate în paralel, fiecare având rezistența $R = 5,8$ Ω . Cunoscând că prin al doilea element intensitatea curentului este $I_2 = 2$ A, să se calculeze: a) intensitatea curentului prin rețea, I ; b) numărul de rezistoare legate în paralel, n ; c) căldura Q disipată în timpul $t = 1$ min. în rețea.

R: a) 10 A; b) 10; c) 3,48 kJ.

6. Două baterii electrice având t.e.m. de 60 V și 30 V și rezistențele electrice de 2 Ω și 1 Ω se leagă în paralel. Să se calculeze puterea electrică maximă pe care o poate furniza în exterior gruparea de baterii.

R: 600 W.

7. Tensiunea de mers în gol a unei surse electrice este de 10 V, iar intensitatea curentului de scurtcircuit este de 6 A. Să se determine puterea maximă pe care o poate debita în exterior această sursă.

R: 15 W.

8. Un circuit electric este format dintr-o sursă de c.c. cu t.e.m. $E = 24$ V și rezistența interioară $r = 0,5$ Ω , legată în serie cu un rezistor cu rezistența $R = 1,9$ Ω și cu două rezistoare R_1 și R_2 legate între ele în paralel. Cunoscând că cele două rezistoare absorb puterile $P_1 = 36$ W și $P_2 = 24$ W, să se determine: a) sarcina electrică care trece prin sursă în timp de 10 minute; b) tensiunea U_{12} la bornele rezistoarelor R_1 și R_2 ; c) intensitatea curentilor care trec prin rezistoarele R_1 și R_2 precum și rezistențele lor; d) tensiunea la bornele sursei.

R: a) 3000 C; b) 12 V; c) 2 A; 3 A; 6 Ω ; 4 Ω ; d) 21,5 V.

9. Se consideră două surse cu t.e.m. $E_1 = 3$ V și $E_2 = 6$ V și rezistențele interioare $r_1 = 0,6$ Ω , $r_2 = 0,3$ Ω . Cum trebuie legate sursele pentru a se transmite o putere maximă circuitului exterior de rezistență $R = 0,2$ Ω și care este valoarea puterii maxime?

R: în paralel; 31,25 W.

10. Rezistorul R_1 conectat la tensiunea U degajă căldura Q în 15 minute. Rezistorul R_2 degajă, în aceleași condiții, aceeași căldură în 30 minute. Să se calculeze: a) timpul t_p în care cei doi rezistori, legați în serie și conectați la tensiunea U , vor degaja împreună căldura Q pe care o degajă separat fiecare dintre ele; b) timpul t_p în care cei doi rezistori, legați în paralel și conectați la tensiunea U , vor degaja împreună aceeași căldură Q .

R: a) 45 minute; b) 10 minute.

11. Pe soclul a două becuri scrie: 110 V, 40 W, respectiv 110 V, 60 W. a) Să se calculeze rezistențele filamentelor și intensitățile curentilor prin becuri în regim de alimentare normală. b) Dacă cele două becuri se leagă în serie la o tensiune de 220 V, să se calculeze rezistența rezistorului care trebuie conectat (în serie, sau în paralel) astfel încât să se asigure funcționarea normală a becurilor. c) Care este randamentul în putere, definit ca raportul dintre puterea consumată de becuri și puterea totală absorbită de la sursă, în varianta montării de la punctul b).

R: a) 302,5 Ω ; 201,66 Ω ; 0,363 A; 0,545 A; b) 604,94 Ω ; c) 83%.

12. O sursă cu t.e.m. $E = 10$ V și rezistența interioară $r = 1$ Ω disipă pe un rezistor de rezistență R puterea $P = 9$ W. Să se calculeze tensiunea U la bornele sursei.

R: 9 V sau 1 V, după cum R este egal cu 9 Ω sau 1/9 Ω .

13. O sursă disipă în circuitul exterior aceeași putere, $P = 80$ W, când la borne este legat un rezistor cu rezistența $R_1 = 5$ Ω sau un rezistor cu rezistența $R_2 = 20$ Ω . Să se determine: a) rezistența interioară r și t.e.m. E ale sursei; b) randamentele transferului de putere η cu care funcționează sursa pentru R_1 , respectiv, R_2 și în ce caz și cu ce randament ar furniza sursa puterea maximă circuitului exterior.

R: a) 10 Ω ; 60 V; b) 33,3%; 66,6%; 50%.

14. De la o rețea de alimentare cu tensiunea la borne $U = 11$ kV trebuie să se transmită la distanța $l = 2$ km puterea $P = 500$ kW, cu o pierdere de tensiune U' pe linia bifilară de transport a energiei, egală cu 1% din tensiunea U . Să se calculeze diametrul minim D al sârmei de cupru ($\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) pentru realizarea liniei de transport.

R: ≈ 6 mm.

2.6. Efectele curentului electric. Aplicații

Așa cum am arătat, experimental se constată că în orice conductor parcurs de curent electric se dezvoltă căldură. În condiții particulare, de exemplu în pile și acumulatori, se mai constată că trecerea curentului electric prin conductoare e însoțită și de alte transformări energetice (de dezvoltarea sau absorbția energiei unor reacții chimice). În toate cazurile, trecerea curentului de conducție prin conductoare determină transformarea energiei electrice, $W = UIt$, în energie de alte forme, și invers.

2.6.1. Efectul termic

Efectul termic al curentului electric constă în încălzirea conductoarelor prin care trece curentul electric, are numeroase aplicații practice.

Lămpi electrice cu incandescență. Firele metalice prin care circulă curent electric pot deveni incandescente, adică surse emițătoare de lumină și căldură. Filamentele becurilor electrice, de exemplu, se fac din metale cu temperatura de topire

foarte ridicată, peste 2800 °C, ca tungsten, tantal, osmiu (v. tabelul 1). Tubul de sticlă în care se găsește filamentul este umplut cu un gaz inert la o presiune joasă. Randamentul becului crește dacă filamentul este foarte subțire, câteva sutimi de milimetru, dublu spiralat. Tot curentul electric este folosit și în funcționarea unor lămpi speciale, cele cu halogeni.

Aparate de încălzit electrice. Aceste aparate au variate forme și multiple întrebuințări: reșou, aerotermă, ciocan de lipit, ceainic electric etc. Sursa lor de căldură este un rezistor cu rezistivitate mare care, parcurs de un curent, se încălzește. Aparatele electrocasnice funcționează la temperaturi sub 1000 °C; de aceea rezistorul lor e făcut din fir de crom-nichel. În tehnică, pentru instalații cu temperaturi de funcționare mai mari (uscătoarele din unele instalații de vopsire, de exemplu), se folosesc rezistoare făcute din molibden sau din tungsten, care permit temperaturi de lucru la 2500 °C.

Cuptoare electrice. Pentru tratarea (călirea) unor piese metalice, superior aliate, folosite în tehnologii moderne (industria aviației) se folosesc și „cuptoarele cu rezistentă”. Sunt performante în unele tehnologii avansate și pentru că temperatura lor de încălzire poate fi precis stabilită și controlată (800–1200 °C). Creuzetul, format din material refractar, înconjurat de rezistoare prin care trece curentul intens, este folosit și în industria sticlei, pentru topirea și fasonarea acestora.

Siguranța fuzibilă acționează tot pe baza efectului termic; acest dispozitiv întrerupe, în caz de avarie (de supracurenți), un circuit prin topirea unui conductor metalic. Poate fi folosit ca siguranță electrică fuzibilă și firul de liță, care suportă un curent de intensitate maximă de 6 amperi.

Electrocăuterul este un instrument care servește la arderea unor țesuturi bolnave sau a unor răni. Este alcătuit dintr-o tijă metalică, prevăzută la una dintre extremități cu un fir de platină care se încălzește la roșu cu ajutorul curentului electric.

2.6.2. Efectul fiziologic

Efectul fiziologic al curentului electric denumește efectul curentului electric asupra corpului uman; acesta poate acționa în rău sau în bine asupra corpului uman. Procesul de propagare a impulsurilor nervoase fiind de natură electrică, corpul uman este foarte sensibil la acțiunea curenților provocați din exterior. Un curent de intensitate 10 mA poate provoca contracții musculare dureroase. Pentru o intensitate de 20 mA apar dificultăți de respirație (risc de asfixiere) și accidentatul nu mai poate da drumul conductorului sub tensiune care a produs șocul. Un curent de intensitate de peste 50 mA provoacă fibrilația inimii, adică spasme necontrolate și necontrolate ale mușchilor inimii. Pomparea sângelui este complet dezorganizată. Apare stopul cardiac, moartea, dacă nu se acordă un prim ajutor. Din motive de securitate, pragul de tensiune periculoasă a fost stabilit la 50 V pentru medii uscate și la 25 V pentru medii umede.

Electrocardiograma (ECG) este reprezentarea grafică a variației în timp a tensiunii electrice generate de activitatea inimii; aparatul care realizează această reprezentare este electrocardiograful. Acesta este alcătuit din electrozi aplicați pe corp în locuri precise, un amplificator electronic și un oscilograf. Electrocardiografia constituie una din metodele cele mai folosite în stabilirea diagnosticului în bolile de inimă (infarct cardiac, insuficiență cardiacă, hipertensiune arterială etc.). Înregistrarea grafică a tensiunilor electrice care apar ca efect al activității creierului uman este cunoscută sub denumirea de electroencefalogramă (EEG). A fost prima oară realizată de psihiatrul german Hans Berger, în anul 1924, iar în România, în anul 1934, de profesorul neurolog Gh. Marinescu.

2.6.3. Efectul magnetic al curentului electric

Cum s-a mai arătat, purtătorii de sarcină în mișcarea de antrenare care formează curentul electric produc diferite efecte: termic, chimic, fiziologic, magnetic.

Cel mai caracteristic dintre efecte este, fără îndoială, *impul magnetic*. Curentul electric poate trece prin conductoare fără a produce efecte chimice, de pildă, în conductoarele metalice, sau poate trece prin unele corpuri a căror temperatură este cuprinsă între 0 și 10 grade, pe scara Kelvin a temperaturilor, fără a produce efect Joule. Niciodată, însă, purtătorii de sarcină nu pot fi în mișcare relativă față de un observator fără ca acesta să nu constate existența câmpului magnetic.

• Două mari descoperiri au marcat începutul studiului câmpului magnetic, al stărilor de magnetizare, al electromagnetismului în general.

În anul 1820, savantul danez Christian Oersted (1777–1851) a descoperit existența câmpului magnetic al curentului electric, punându-l în evidență prin rotirea acului magnetic față de direcția nord-sud, acul fiind suspendat de un fir cu torsiunea practic nulă. Savantul francez André Ampère (1775–1836), aprofundând acest fenomen, a enunțat, în același an, 1820, regula care leagă sensul rotației acului magnetic de sensul curentului din firul conductor metalic.

Ampère este inițiatorul teoriei numite *electromagnetism*. El a imaginat și principiul de funcționare a galvanometrului, a construit primul telegraf electric și, împreună cu Arago, *electromagnetul*.*

Capitolul al fizicii, electromagnetismul se ocupă cu studiul fenomenelor electrice și magnetice, având la bază *teoria câmpului electromagnetic* elaborată de James Clerk Maxwell (1831–1879).

În cele ce urmează vom arăta importanța acestui vast domeniu de cercetare și aplicare practică, a ceea ce înseamnă electromagnetismul ca atare.

2.6.4. Câmpul magnetic. Magnetizarea corpurilor

Este cunoscută încă din antichitate proprietatea pe care o au unele minerale ce conțin fier de a atrage pilitura de fier. Astfel, se cunoaște mineralul numit magnetit (oxid feroferic $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$) sau cel constituit din sulfură feroferică ($6\text{FeS} \cdot \text{Fe}_2\text{S}_3$). Se spune că aceste minerale sunt *magneți naturali*. Toate aceste corpuri poartă numele de *magneți naturali*. Un asemenea magnet pus într-o cutie cu pilitură de fier va reține numai în unele zone pilitura. La suprafața unui magnet mineral, de dimensiuni mai mari, există perechi de zone care atrag pilitura. Spunem că la suprafața pietrei magnetice există perechi de poli magnetici.

Se pot obține și magneți artificiali frecând o bară de oțel în lungul ei cu un magnet natural, astfel: punem bara de oțel în contact cu regiunea magnetului natural unde se găsește un pol și plimbăm magnetul, ținându-l cu polul în contact cu bara, de mai multe ori în același sens în lungul barei.

Experimental se constată următoarele: corpurile magnetizate, precum și conductoarele parcurse de curent electric, modifică unele proprietăți ale spațiului din jurul

*Electromagnet – magnet artificial, magnetizat sub acțiunea curenților electrici continui, numiți curenți de excitație.



André Ampère
(1775–1836).

lor, făcând să apară, în acest spațiu, un *câmp magnetic*. Acest câmp, o formă de existență a materiei, se manifestă prin forțe și cupluri care acționează asupra unor conductoare parcurse de curent sau asupra unor corpuri magnetizate.

Magnetul este, deci, un corp aflat în stare de magnetizare, care produce în spațiul înconjurător un câmp magnetic. Prezintă doi poli magnetici, nord și sud, în care câmpul magnetic are acțiune maximă. După cum au fost obținuți, pot fi *naturali* sau *artificiali*.

Tot experiența arată că, într-o regiune a spațiului în care există un câmp electric variabil în timp, apare și un câmp magnetic, după cum se mai constată și existența unui câmp electric produs de variația în timp a câmpului magnetic (fenomenul de inducție electromagnetice).

Aceasta înseamnă că cele două câmpuri, electric și magnetic, variabile în timp, se condiționează reciproc, constituind împreună un *sistem fizic* denumit *câmp electromagnetic*. [Sistemele fizice sunt concepute ca părți univoc definite ale materiei, în care aceasta se prezintă fie sub formă de substanță, fie sub formă de câmp.]

Câmpul electrostatic este o stare limită a câmpului electromagnetic, corespunzătoare situației în care sarcina electrică este distribuită invariabil în timp și aparține corpurilor în stare de repaus față de sistemul de referință. În această stare, mărimile electrice ale câmpului electromagnetic sunt constante în timp, iar cele magnetice sunt nule.

Câmpul magnetostatic este o altă stare limită a câmpului electromagnetic, fiind produs de magnetii permanenți în stare de repaus. În această stare, mărimile electrice ale câmpului sunt nule, iar cele magnetice sunt invariabile în timp.

Câmpul magnetic produs de corpurile magnetice se datorează curenților determinați de electronii în mișcarea lor orbitală sau de spin (mișcare de rotație în jurul propriei axe). Acești electroni fac parte din atomi moleculari (sau numai atomi) din care este constituit magnetul la nivel microscopic. Curenții moleculari (atomici) sunt denumiți *curenți legați*. Curenții formați de mișcarea ordonată a purtătorilor de sarcină, curenții de conducție, denumiți și *curenți liberi*, produc – atât în interiorul conductoarelor, cât și în exteriorul lor – câmp magnetic. Curenții de conducție de intensitate constantă (curenți continui) care străbat conductoare în repaus, generează *câmpul magnetic staționar*.

• Așadar, câmpul magnetic este generat (1) de curenți electrici liberi, (2) de curenți electrici legați, precum și (3) de câmpul electric variabil în timp.

Mărimea fizică vectorială ce caracterizează local sistemul fizic câmp magnetic este *inducția câmpului magnetic*, notată cu $\vec{B}$.

În cele ce urmează, ne vom referi la început la câmpul magnetic produs în vid de curenți continui care străbat conductori în stare de repaus, adică la câmpul magnetic staționar (câmpul magnetostatic) în vid.

2.6.5. Inducția magnetică. Forța electromagnetică

Experiment

Se apropie un magnet în formă de potcoavă de un tub catodic. Deviația fasciculului subțire de electroni, echivalent cu un curent continuu de sens contrar mișcării electronilor, se datorează acțiunii unei forțe magnetice. Dacă dreapta care unește poli magnetului, nord (N) cu sud (S), este verticală, orientată N (sus) → S (jos), la apropierea laterală de tub a magnetului, spotul de pe ecran va devia spre stânga. Rotind magnetul în plan vertical cu $\pi/2$, spotul nu deviază. Acest experiment permite

definirea mărimii de stare ce caracterizează sistemul fizic câmp magnetic, adică vectorul inducție magnetică $\vec{B}$.

Astfel, modulul inducției magnetice, B , este egal cu limita următorului raport: forța ΔF exercitată de câmpul magnetic asupra unui element de curent $I \cdot \Delta l$ împărțită la produsul dintre intensitatea I a curentului și lungimea Δl a elementului de curent; limita este luată pentru Δl foarte mic și cu elementul de curent astfel poziționat în câmp, încât acest raport limită să aibă valoarea maximă:

$$B = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{1}{I} \left(\frac{\Delta F}{\Delta l} \right)_{\max} = \frac{1}{I} \left(\frac{dF}{dl} \right)_{\max}; \quad (2.45)$$

dF și dl sunt mărimile ΔF și Δl corespunzătoare lui Δl foarte mic, adică $\Delta l \rightarrow 0$. Vectorul inducție magnetică $\vec{B}$ este perpendicular pe $d\vec{l}$ și pe $d\vec{F}$, astfel încât prin generalizarea rezultatelor experimentale:

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}).$$

Expresia obținută este cunoscută sub denumirea de *forță electromagnetică* sau *forță Laplace*.

• Pentru un conductor filiform rectiliniu și un câmp magnetic uniform ($\vec{B} = \text{const.}$), forța electromagnetică se scrie sub forma:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (2.46)$$

Modulul forței $\vec{F}$ pentru orice orientare a conductorului liniar în câmpul magnetic este:

$$F = B l \sin \alpha,$$

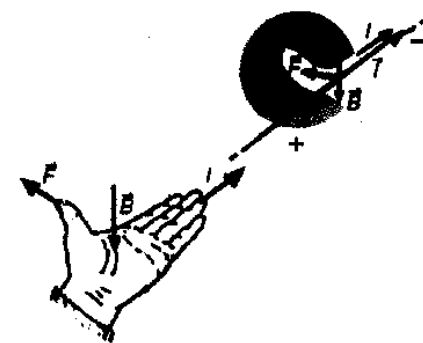


Fig. 2.33.

unde α este unghiul dintre vectorii $d\vec{l}$ și $\vec{B}$, $d\vec{l}$ având sensul curentului electric continuu de intensitate I care trece prin conductorul liniar filiform.

Spre deosebire de câmpul electric, unde forța este orientată pe direcția intensității câmpului electric, $\vec{E}$, în câmpul magnetic direcția forței este perpendiculară pe $\vec{B}$. În figura 2.33 se arată cum poate fi găsită orientarea lui $\vec{B}$ cu ajutorul regulii mâinii stângi.

• Unitatea de măsură pentru inducția magnetică este tesla (simbol T), după numele inginerului fizician croat Nikola Tesla (1856–1943).

$$[B] = \frac{[F]}{[I] \cdot [l]} = \frac{N}{A \cdot m} = T.$$

• Un câmp magnetic uniform are inducția de 1 T, dacă exercită o forță de 1 N asupra fiecărui metru din lungimea unui conductor, perpendicular pe liniile de câmp, parcurs de un curent cu intensitatea de 1 A.

2.6.6. Intensitatea câmpului magnetic

Intensitatea câmpului magnetic H în vid se definește prin relația:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (2.47)$$

unde μ_0 este constanta fizică universală numită *permeabilitatea vidului*, a cărei valoare este:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H (henry)}}{\text{m (metru)}}$$

Unitatea de măsură a intensității, H , este amperspira/metru (Asp/m).

2.6.7. Comparatie între câmpul electrostatic și câmpul magnetic

Asemănările și deosebirile dintre aceste două câmpuri sunt mai bine puse în evidență din următorul tabel de comparație:

	Câmpul electrostatic	Câmpul magnetic
Produs de	Distribuțiile de sarcină electrică în echilibru	Miscarea particulelor cu sarcină electrică
Linii de câmp	Încep pe distribuții de sarcină pozitivă și sfârșesc pe distribuții de sarcină negativă	Sunt linii închise: nu există sarcini magnetice
Câmp uniform	Între armăturile condensatorului plan	În interiorul bobinei
Intensitatea	$E = \frac{F}{q}$	Inducția $B \sim \frac{F}{I}$
Orientarea lui $\vec{E}$ și $\vec{B}$	$\vec{E}$ tangent la linia de câmp și de același sens	$\vec{B}$ tangentă la linia de câmp și de același sens
Poziția forței față de $\vec{E}$ și $\vec{B}$	$\vec{F}$ și $\vec{E}$ au aceeași direcție	$\vec{F}$ este perpendiculară pe $\vec{B}$ și pe direcția conductorului parcurs de curent
Substanța în câmp este caracterizată prin	ϵ_r	μ_r

Experimental s-a dovedit că inducția $\vec{B}$ depinde de natura mediului în care există câmpul magnetic, adică de proprietatea mediului de a se magnetiza (proprietate caracterizată printr-un vector $\vec{M}$, numit *magnetizare*), redată prin constanta fizică de material denumită *permeabilitate magnetică* $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, unde μ_r reprezintă *permeabilitatea magnetică relativă*, care arată de câte ori este mai mare inducția în mediul respectiv în comparație cu inducția magnetică în același punct, dar în lipsa mediului magnetic, adică în vid.

Legătura dintre vectorii $\vec{B}$, $\vec{H}$ și $\vec{M}$ este dată de relația:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad (2.48)$$

Pentru vid ($\mu_r = 1$), magnetizarea este nulă ($M = 0$) și $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, adică relația (2.47).

Cu alte cuvinte, în cazul câmpului magnetic staționar, inducția magnetică $\vec{B}$ depinde de curenții legați (dependență exprimată prin mărimea $\vec{M}$) și de curenții liberi, $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$, în timp ce intensitatea câmpului magnetic $\vec{H}$ depinde numai de curenții liberi (de conducție) și nu depinde de proprietățile magnetice ale mediului.

Liniiile câmpului magnetic

Prin *linie de câmp magnetic* se înțelege acea linie fictivă din spațiu tangentă în fiecare punct la direcția locală a vectorului inducție a câmpului magnetic, $\vec{B}$.

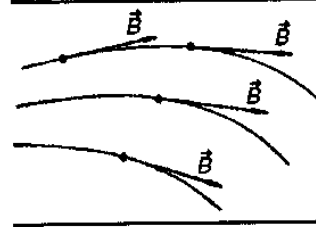


Fig. 2.34.

Liniiile câmpului magnetic sunt închise, deci fără un început și un sfârșit ca la liniile câmpului electrostatic, care pornesc de pe corpuri electrizate pozitiv și ajung pe corpuri electrizate negativ.

Ansamblul liniilor de câmp dintr-un plan se numește *spectru al câmpului magnetic* în acel plan (fig. 2.34).

2.6.8. Inducția câmpului magnetic al unor curenți electrici staționari

➤ Inducția câmpului magnetic generat în jurul unui conductor liniar foarte lung parcurs de curent electric continuu

Liniiile de câmp magnetic sunt cercuri concentrice față de conductor, sensul acestor linii fiind asociat sensului curentului după regula burghiului drept, așa cum se arată în figura 2.35, a și b.

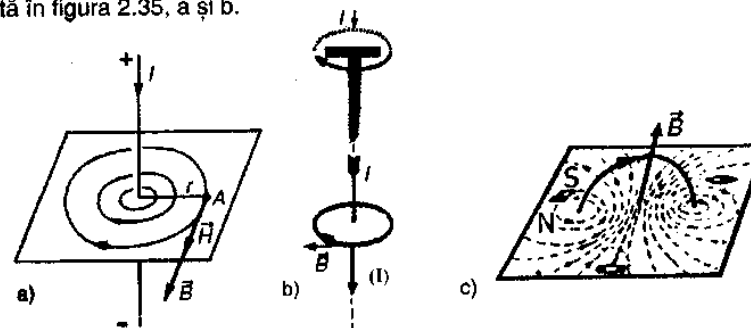


Fig. 2.35.

Experimental s-a stabilit că inducția câmpului magnetic, B , generat de un curent electric continuu, care străbate un conductor rectiliniu foarte lung, într-un punct este dată de relația numită *legea Biot-Savart*, după numele celor care au descoperit-o, în anul 1820:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (2.49)$$

unde r este distanța de la punctul respectiv la conductorul parcurs de curent electric, iar μ este permeabilitatea magnetică a mediului în care se produce câmpul magnetic.

➤ **Inducția câmpului magnetic generat în centrul unei spire circulare plane parcurse de curent electric continuu**

Liniile de câmp ale câmpului magnetic sunt curbe închise care înlănțuie spira.

Pe un carton orizontal, străbătut de o spirală din sârmă de cupru cu diametrul de 4–5 mm în două puncte (spira aflându-se într-un plan perpendicular pe planul cartonului), se presară pilitură de fier. Se stabilește prin spira de rază aproximativ 10 cm, un curent de intensitate 10–12 A. Repartizarea piliturii de fier dă un desen care sugerează spectrul liniilor de câmp ale câmpului magnetic generat de curentul circular. Sensul liniilor de câmp poate fi indicat de ace magnetice puse în câteva puncte ale spectrului, așa cum se arată în figura 2.35, c.

Liniile de câmp ies printr-o față a spirei (fața nord) și intră prin fața sud.

În centrul spirei, de rază R și străbătută de curentul de intensitate I , inducția B se calculează cu expresia:

$$B = \frac{\mu I}{2R} \quad (2.50)$$

Sensul vectorului inducție $\vec{B}$ este asociat, după regula burghiului, sensului curentului de intensitate I care parcurge spira circulară plană.

• O bobină-cadru este formată din N spire alăturate parcurse de curentul de intensitate I și care produce în centrul său un câmp de N ori mai intens:

$$B = \frac{\mu NI}{2R} \quad (2.51)$$

Bobina-cadru se mai numește *multiplicator*.

➤ **Inducția câmpului magnetic din interiorul unei bobine parcurse de curent electric**

Bobina este un element de circuit la fel de important ca și rezistorul și condensatorul. Prin bobină înțelegem un conductor filiform izolat, înfășurat elicoidal, spirală lângă spirală, pe un cilindru cu lungimea l , mare în comparație cu diametrul D al spirelor ($l \gg D$).

În exterior, câmpul magnetic al curentului solenoidal are aceeași structură de spectru ca cel al unui magnet-bară (fig. 2.36).

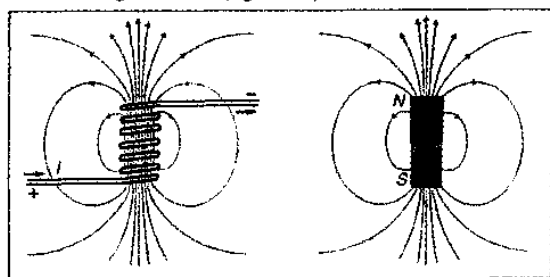


Fig. 2.36.

Asemănările între bobină și magnetul-bară nu se opresc aici: în interiorul bobinei câmpul este uniform, adică inducția are aceeași valoare în orice punct; un capăt al bobinei se numește Nord – cel prin care ies liniile pe câmp, iar cel prin care intră liniile de câmp se numește Sud. În interiorul unei bobine liniile de câmp magnetic sunt paralele și echidistante. Sensul liniilor de câmp se determină aplicând ori regula burghiului asociată sensului curentului, ori punând palma dreaptă pe spirele bobinei, în sensul curentului, degetul mare depărtat de palmă indicând orientarea vectorului inducție a câmpului magnetic, $\vec{B}$. Neuniformitatea câmpului la capetele bobinei se explică prin faptul că în această zonă un număr de linii de câmp magnetic ies printre spirele de la capete.

Inducția magnetică, B , în punctele din zona axială a unei bobine foarte lungi, parcurse de curentul continuu de intensitate I , se calculează folosind relația:

$$B = \frac{\mu NI}{l} \quad (2.52)$$

Produsul NI se numește *solenatie*.

Dacă notăm $\frac{N}{l} = n$, unde n reprezintă *densitatea liniară a spirelor*, atunci:

$$B = \mu n I \quad (2.53)$$

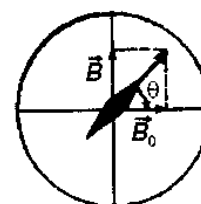
Această expresie pentru calculul inducției B este valabilă și în zona centrală a bobinei toroidale (formate dintr-o bobină cu capetele unite, astfel încât axa acesteia să formeze un cerc).

Solvat

Se consideră o bobină-cadru cu $N = 24$ spire, dispusă cu planul spirelor vertical. În centru bobinei-cadru (multiplicatorului) și în planul median al acesteia se află așezat, pe un vârf metalic, un ac magnetic. Acesta se poate roti în plan orizontal în fața unui sector circular, orizontal, gradat, care permite citirea unghiului pe care-l poate face acul cu planul median al multiplicatorului. Acul magnetic se află în planul meridianului magnetic (planul vertical indicat de direcția acului magnetic) având axa polilor Nord-Sud paralelă cu componenta orizontală a câmpului magnetic terestru, B_0 . Se trece un curent de intensitate $I = 245$ mA prin multiplicator, care are o rază medie $R = 16$ cm. Acul magnetic se va roti cu un unghi $\theta = 45^\circ$ față de planul median al multiplicatorului. Să se calculeze valoarea componentei orizontale a câmpului magnetic terestru în locul unde se face experimentul.

Prin trecerea curentului de intensitate $I = 0,245$ A apare un câmp magnetic a cărui inducție în centrul multiplicatorului este dată de legea Biot-Sovart:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2R}$$



Acul magnetic este supus acțiunii simultane a două câmpuri magnetice: cel generat de curentul de intensitate I (de inducție B) și cel terestru, prin componenta sa orizontală B_0 , ca în figura alăturată. În consecință, acul magnetic se va orienta după rezultanta celor doi vectori inducție, $\vec{B}$ și $\vec{B}_0$, făcând un unghi θ cu planul cadrului (planul meridianului magnetic pământesc).

Din figura alăturată se vede că:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{B}{B_0} = \mu_0 \frac{NI}{2RB_0},$$

de unde:

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{2R \operatorname{tg} \theta} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{24 \cdot 0,245}{2 \cdot 16 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 0,23 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

Aparatul care folosește multiplicatorul pentru determinarea componentei orizontale a inducției câmpului magnetic terestru se numește *busolă de tangentă*.

În țara noastră, componenta orizontală a inducției magnetice terestre B_0 are valori variind între $0,23 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ în sud-est și $0,21 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ în Nord. Pentru București, $B_0 = 22\,644,0 \text{ nT}$.

Radiația corpusculară a Soarelui, care ajunge în atmosfera pământească mai intensă când au loc exploziile solare, ia parte la rotația Pământului, formând curenți electrici. Acești curenți dau naștere la câmpuri magnetice, care se suprapun câmpului magnetic pământesc. Această ipoteză este confirmată și de faptul că ori de câte ori Soarele prezintă activitate neobișnuită, se înregistrează pe Pământ *furtuni magnetice*, iar propagarea undelor electromagnetice, care se reflectă pe straturi de concentrație electronică diferită ale ionosferei, este și ea perturbată. Relația, în termeni geofizici și medicali, Soare–Pământ, are o deosebită importanță pentru starea de sănătate a ființei umane.

De-a lungul existenței Pământului, axa magnetică pământească nord-sud și-a schimbat de câteva sute de ori orientarea cu 180° , date indubitabile stând mărturie.

Existența magnetismului terestru, ca și existența magnetismului celorlalți aștri, rămâne o enigmă. Diversele ipoteze nu sunt confirmate prin calitatea de a fi unitare și nici prin observațiile experimentale, condiții fundamentale în validarea ipotezelor și a teoriilor științifice.

2.6.9. Forța electrodinamică. Interacțiunea magnetică a curenților electrici continui, rectilinii

Prin *forțe electrodinamice* înțelegem forțele magnetice care apar între conductoare străbătute de curenți electrici. Acest tip de interacțiune magnetică a fost descoperit de către Ampère.

Astfel, două circuite parcurse de curent electric interacționează prin câmpurile magnetice din jurul lor. Experimental se constată că, dacă două conductoare paralele sunt parcurse de curenți de același sens, ele se atrag (așa cum se arată schematic în figura 2.37), iar dacă sunt parcurse de curenți electrici de sensuri opuse, se resping.

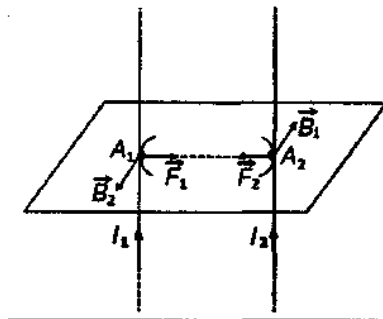


Fig. 2.37.

va reprezenta forța care se exercită pe o lungime l a conductorului 1, parcurs de curent de intensitate I_1 .

Dacă se consideră conductoarele foarte lungi, atunci câmpul magnetic produs de conductorul parcurs de curent de intensitate I_2 la distanța r , unde se află conductorul 1, are inducția:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r},$$

unde μ_0 este permeabilitatea mediului

Introducând ultima relație în expresia forței F_1 , rezultă:

$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \quad (2.54)$$

Forța F_2 care acționează asupra unei porțiuni de lungime l din conductorul parcurs de curent de intensitate I_2 va avea aceeași expresie, dar va fi de sens opus, conform principiului acțiunii și reacțiunii, totdeauna valabil în regim staționar.

• Așadar, forța electromagnetică exercitată de un conductor rectiliniu, parcurs de curent electric, asupra unei porțiuni de lungime l dintr-un alt conductor rectiliniu, parcurs de curent electric, depinde direct proporțional de intensitățile curenților prin cele două conductoare, de lungimea l și invers proporțional de distanța r dintre conductoare, factorul de proporționalitate fiind permeabilitatea magnetică a mediului în care sunt dispuse conductoarele.

➤ Unitatea de măsură pentru intensitatea curentului. Amperul

Pe baza interacțiunii dintre două conductoare lungi, paralele, aflate în stare electrocinetică staționară, se definește unitatea de măsură a intensității curentului în SI, amperul, cu simbolul A. Amperul este unitate fundamentală în SI:

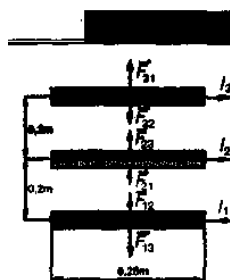
Din relația forței electromagnetice (2.46), considerând cele două conductoare situate în vid ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$), la distanța $r = 1 \text{ m}$ unul de altul, străbătute de curenți de aceeași intensitate $I_1 = I_2 = I$, rezultă:

$$F = \frac{(2\pi)(1 \text{ m})}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2} \cdot \frac{F}{l} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-7}} \left(\frac{\text{A}^2 \cdot \text{m}}{\text{N}} \right) \cdot \frac{F}{l}.$$

Cățul F/l trebuie să aibă valoarea $2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}$ pentru a se obține $I = 1 \text{ A}$.

Definiție

Prin definiție, un *amper* este intensitatea unui curent electric constant, care se stabilește prin două conductoare rectilinii, paralele, foarte lungi, situate în vid, la distanța de 1 m unul de altul, între care se exercită o forță de $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ pe fiecare metru lungime de conductor.



1. Separatorul este un aparat electric folosit pentru conectarea și deconectarea de sub tensiune a unui circuit electric de mare putere.

Să se calculeze forțele electrodinamice care solicită, în aer, cuțitele unui separator tripolar la apariția unor curenți de scurtcircuit având intensitățile: $I_1 = 20 \text{ kA}$, $I_2 = 10 \text{ kA}$, $I_3 = 10 \text{ kA}$. Cotele geometrice sunt trecute în figura 2.38.

Fig. 2.38.

Forțele care acționează asupra cuțitelor separatorului tripolar sunt:

$$F_{13} = \mu_0 \frac{2I_1 I_2}{4\pi(2r)} l = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,28}{4\pi \cdot 0,4} = 28 \text{ N};$$

$$F_{12} = \mu_0 \frac{2I_1 I_2}{4\pi r} l = 56 \text{ N}; F_{23} = \mu_0 \frac{2I_2 I_3}{4\pi r} l = 28 \text{ N}.$$

Forțele rezultante care solicită cuțitele separatorului sunt:

$$F_1 = F_{12} + F_{13} = 56 + 28 = 84 \text{ N}; F_2 = F_{21} + F_{23} = 84 \text{ N}; F_3 = F_{31} - F_{32} = 28 - 28 = 0 \text{ N}.$$

2. Principiul de funcționare a aparatului de măsură magneto-electric constă în acțiunea unui câmp magnetic, produs de un magnet permanent, asupra unei bobine-cadru mobile parcurse de un curent de măsurat, de intensitate I . În aceste condiții ia naștere un cuplu de forțe de moment M , care imprimă o mișcare de rotație bobinei-cadru și, prin aceasta, unui ac indicator, care se deplasează în fața unui cadran etalon. Câmpul magnetic dintre poli (întrefierul) magnetului are inducția $\vec{B}$ orientată radial, astfel încât forța electromagnetică exercitată asupra unei laturi a bobinei-cadru paralele cu axul de rotație (*latura activă*) este orientată tangențial. La echilibru, momentul cuplului M produs de forțele electromagnetice este egal cu momentul cuplului rezistiv (antagonist) $M_x = k\alpha$ produs de două arcuri spirale. Rezultă că indicația α este proporțională cu intensitatea curentului de măsurat, $\alpha = sI$, unde constanta de proporționalitate s reprezintă sensibilitatea aparatului. Constanta aparatului magneto-electric C este egală cu intensitatea curentului corespunzătoare unei deviații de o diviziune a acului indicator.

Aparatul magneto-electric de măsură, reprezentat schematic în figura 2.39, are o bobină-cadru cu $N = 500$ spire și dimensiunile $a = 20$ cm și $b = 30$ cm, unde b este lungimea laturii active a cadrului bobinei. Inducția câmpului magnetic în întrefier este $B = 0,1$ T. Cuplul antagonist este produs de două arcuri spirale având, împreună, constanta elastică de torsiune $k = 5 \cdot 10^{-5}$ N·m/grd.

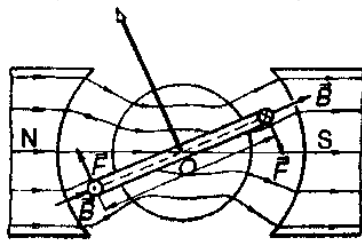


Fig. 2.39.

Să se calculeze:

- unghiul α cu care se rotește acul indicator când bobina-cadru este parcursă de un curent continuu cu intensitatea $I = 1$ mA;
- constantă C a aparatului, dacă intervalul dintre două diviziuni de pe cadranul aparatului este de 2° .

a) Forța electromagnetică care acționează asupra fiecărei laturi active este $F = BNIb$, iar momentul cuplului electromagnetic $M = Fa$. La echilibru $M = M_x$,

de unde: $\alpha = \frac{BNiba}{k} = 60^\circ$.

b) Sensibilitatea aparatului este: $s = \frac{NBba}{k} = 6 \cdot 10^4 \text{ grd/A} = 3 \cdot 10^4 \text{ div/A}$.

Constanta aparatului este: $C = \frac{1}{s} = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ A/div}$.

Probleme propuse

1. Ce forță acționează asupra unui conductor cu lungimea de 20 cm parcurs de un curent de intensitate 15 A, situat într-un câmp magnetic uniform de inducție 0,2 T, dacă unghiul dintre inducție și conductor este de 45° ?

R: 0,42 N.

2. Într-un câmp magnetic uniform, vertical, este suspendat orizontal, de două bare subțiri, un conductor rectiliniu, de lungime 20 cm și masă 53 g. Inducția magnetică este de 0,15 T. Ce unghi fac față de verticală firele, dacă prin conductor trece un curent de intensitate 10 A?

R: 30° .

3. Două conductoare rectilinii, foarte lungi, paralele, situate în aer la distanța $r = 40$ cm unul de celălalt, sunt parcurse de curenți de intensități $I_1 = -I_2 = 100$ A. Care este forța de interacțiune electrodinamică pe unitatea de lungime dintre conductoare, F_l ?

R: $5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Recapitulare

Revederea unor noțiuni învățate în clasa a VIII-a este necesară pentru înțelegerea electromagnetismului, care se studiază în continuare.

2.6.10. Fluxul magnetic

Fluxul magnetic Φ exprimă legătura între vectorul inducție magnetică $\vec{B}$ și aria S_0 a suprafețelor intersectate de liniile de câmp magnetic.

Pentru un câmp magnetic uniform ale cărui linii de câmp străbat perpendicular o suprafață, se definește *fluxul magnetic*, Φ , prin produsul dintre modulul vectorului inducție, B , și aria suprafeței plane normale, S_0 :

$$\Phi = B \cdot S_0.$$

Unitatea de măsură pentru fluxul magnetic se numește Weber, cu simbolul Wb, în cinstea fizicianului german Wilhelm Weber (1804–1891), cunoscut prin studiile sale privind fenomenul inducției electromagnetice.

Un *weber* este fluxul unui câmp magnetic uniform de inducție egală cu 1 tesla printr-o suprafață de 1 metru pătrat, situată normal pe vectorul inducție:

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

Dacă suprafața S prin care se calculează fluxul este o suprafață plană, care face unghiul α cu suprafața de arie S_0 , atunci fluxul magnetic prin suprafața de arie S este:

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Pentru a scrie relația pentru flux sub formă de produs scalar trebuie să-l considerăm pe S ca modulul ariei suprafeței orientate $\vec{S} = S\vec{n}$, unde $\vec{n}$ este un vector unitar, adică de modul unitate, care face unghiul α cu vectorul inducție $\vec{B}$, astfel încât este normal pe suprafața S .

• Așadar, fluxul Φ al unui câmp magnetic uniform se definește prin produsul scalar dintre vectorul inducție magnetică, $\vec{B}$, și vectorul suprafață orientată, $\vec{S}$:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}. \quad (2.55)$$

În cazul unui câmp magnetic neuniform, relația (2.55) este valabilă pentru o suprafață ΔS foarte mică, unde modulul vectorului $\vec{B}$ poate fi considerat constant; pentru determinarea lui Φ se însumează termenii corespunzători elementelor ΔS .

În cele ce urmează vom constata importanța noțiunii de flux magnetic în electromagnetism.

2.6.11. Legea inducției electromagnetice a lui Faraday. Autoinducția

Pentru stabilirea expresiei de calcul a t.e.m. induse, e , trebuie găsită relația dintre t.e.m. e și variația fluxului magnetic inductor. O asemenea relație este:

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \quad (2.56)$$

Această relație se verifică în toate cazurile experimentale, indiferent de felul în care s-a obținut variația fluxului magnetic. Raportul $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ se numește viteză de variație a fluxului magnetic, $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$.

Legea inducției electromagnetice (legea Faraday), reprezentată de ecuația (2.56) are următorul enunț:

Definiție
Tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este egală cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața aceluia circuit, luată cu semn schimbat.

Pentru a afla sensul real al t.e.m. induse, e , dintr-un circuit, calculată din relația (2.56) și implicit cel al curentului indus, de intensitate I , trebuie admisă următoarea convenție de sens de referință pentru t.e.m. e :

• Sensul de referință s al t.e.m. e induse într-un circuit de contur C este asociat după regula burghiului drept sensului normalei unitare $\vec{n}$ la suprafața orientată $\vec{S}$, care se sprijină pe conturul C , în raport cu care se calculează variația de flux $\Delta \Phi = \Phi_f - \Phi_i$, unde $\Phi = BS \cos \alpha$.

Astfel, dacă $\Delta \Phi > 0$, atunci $e < 0$, iar sensul real pentru t.e.m., e , este contrar sensului de referință s (fig. 2.40, a) și dacă $\Delta \Phi < 0$, atunci $e > 0$, iar sensul real pentru t.e.m., e , este același cu cel de referință (fig. 2.40, b).

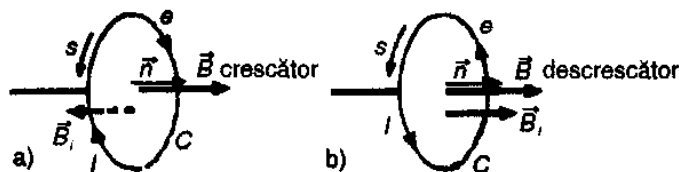


Fig. 2.40.

• T.e.m. indusă într-o bobină cu N spire este de N ori mai mare decât cea indusă într-o singură spirală:

$$e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \quad (2.57)$$

Calculul lui e presupune, conform relațiilor (2.56, 2.57), o variație liniară pentru fluxul magnetic, Φ ; dacă această condiție nu este îndeplinită, atunci t.e.m. indusă, e , reprezintă o valoare medie a ei. Expresia t.e.m. induse în conductorul deplasat perpendicular pe liniile de câmp magnetic uniform, cu viteză constantă, este:

$$e = Blv. \quad (2.58)$$

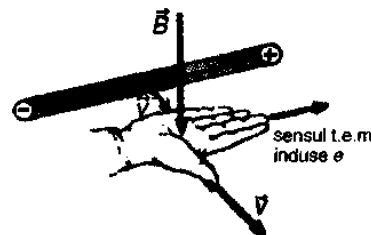


Fig. 2.41.

Sensul t.e.m. induse într-un conductor rectiliniu poate fi stabilit cu ajutorul unei reguli, numită *regula mâinii drepte* (fig. 2.41). Conform acestei reguli, se așază palma mâinii drepte în lungul conductorului, astfel încât vectorul inducție $\vec{B}$ să intre în palmă, iar degetul mare să fie în sensul vectorului viteză de deplasare a conductorului, celelalte degete unite vor indica sensul t.e.m. induse, e , care întreține o tensiune U între capetele conductorului. Pentru un conductor rectiliniu perpendicular pe liniile

$$e = BLv \sin \alpha. \quad (2.59)$$

Problema rezolvată

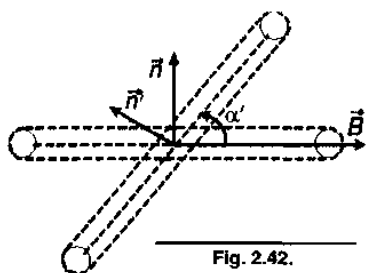


Fig. 2.42.

O spirală circulară cu raza $r = 20$ cm și rezistență $R = 0,04 \Omega$ este plasată într-un câmp magnetic uniform de inducție $B = 2 \cdot 10^{-3}$ T. Poziția inițială a planului spiralei este paralelă cu liniile câmpului magnetic (fig. 2.42). Care este sarcina electrică care străbate spira la rotirea ei cu 60° în jurul diametrului perpendicular pe vectorul inducție, $\vec{B}$?

Din relațiile: $e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, $I = \frac{e}{R}$, $I = \frac{q}{\Delta t}$ și $\Phi = BS \cos \alpha$, unde normala unitară $\vec{n}$ este orientată ca în figura 2.42, se obține:

$$q = - \frac{\Phi_f}{R} = - \frac{BS \cos(90^\circ + 60^\circ)}{R} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \pi (20)^2 10^{-4} \sqrt{3}}{4 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 5,44 \text{ mC}.$$

Principala aplicație a fenomenului de inducție electromagnetice o constituie mașinile electrice. Vom explica funcționarea unui generator și a unui motor, realizate (pentru simplificare) cu magneti permanenți și o spirală care se poate roti. În figura 2.43, a, o spirală primește energie mecanică din exterior și este pusă în rotație. Suprafața spiralei va fi străbătută de flux magnetic variabil și în laturile acesteia se va induce o t.e.m. Capetele spiralei sunt legate la două inele pe care calcă două lamele, P_1 și P_2 . Dacă la bornele A și B este conectat un consumator, prin circuit va apărea un curent electric. Energia mecanică primită de spirală într-un interval de timp Δt s-a transformat în energie electrică, deci mașina

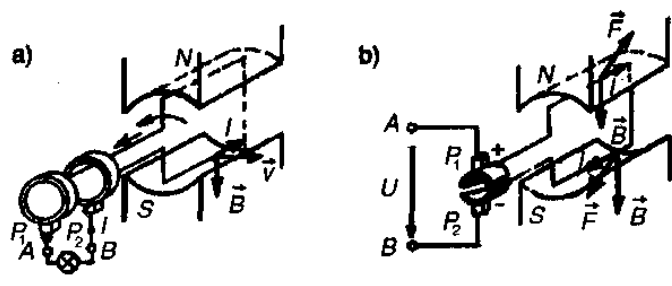


Fig. 2.43.

reprezintă un generator de curent continuu. În figura 2.43, b, spira este alimentată cu o tensiune continuă U , fiind parcursă de curentul de intensitate I . Câmpul magnetic va acționa cu forțele $\vec{F}$ care, formând un cuplu, o pun în mișcare de rotație. Acesta este principiul de funcționare a unui motor electric de curent continuu. Și aici, în laturile spirei, se induce o tensiune, de sens contrar sensului curentului, numită tensiune contraelectromotoare (t.c.e.m.).

Din aplicațiile multiple ale fenomenului de inducție electromagnetică, mai amintim câteva aplicații neconvenționale și convenționale: mașina circulară de accelerat electroni numită betatron, descărcarea electrică în gaze (numită „descărcare inductivă”), instalația specifică de crescut monocristale prin efect termic controlat, bobina de inducție folosită la pornirea autovehiculelor, transformatorul, diferite tipuri de relee ș.a. Se pare că este fenomenul cu cea mai mare aplicabilitate tehnologică și științifică, în sensul de cercetare-proiectare.

2.6.12. Autoinducția. Inductanța. Legea autoinductanței

Într-o spira (indus), spre exemplu, ia naștere un curent indus atunci când variază fluxul magnetic prin suprafața delimitată de spira. Fluxul magnetic variabil poate fi produs fie prin mișcarea unui magnet față de spira, considerată fixă, fie prin variația intensității curentului dintr-un circuit învecinat (inductor). Mai poate fi produs prin variația intensității curentului electric din însăși spira indusă, care este, astfel, în același timp și circuit inductor. De aici și denumirea de *autoinducție*, caz particular al fenomenului de inducție electromagnetică.

Autoinducția este fenomenul de inducție electromagnetică generat într-un circuit datorită variației intensității curentului din acel circuit.

Definiție

Inductanța unui circuit

Inducția magnetică, B , este direct proporțională cu intensitatea curentului, I , care generează câmpul magnetic, $B \sim I$; rezultă că fluxul magnetic propriu este direct proporțional cu intensitatea curentului I din acel circuit:

$$\Phi = LI, \quad (2.60)$$

unde L este o constantă de proporționalitate, specifică fiecărui circuit, numită *inductanță a circuitului*.

Inductanța unui circuit este mărimea fizică egală cu raportul dintre fluxul magnetic propriu prin suprafața acelui circuit și intensitatea curentului care trece prin circuit:

$$L = \frac{\Phi}{I} > 0. \quad (2.61)$$

Unitatea de măsură pentru inductanță se numește henry (simbolul H) după numele fizicianului american Joseph Henry (1797–1878), descoperitorul fenomenului de autoinducție, în anul 1832. În tinerețe a fost ceasornicar; la maturitate a fost președinte al Academiei Naționale de Științe din SUA.

Henry-ul se obține din relația de definiție (2.61):

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1 \text{ H}.$$

Un henry este inductanța unei spire prin a cărei suprafață fluxul magnetic propriu este 1 Wb, când spira e parcursă de un curent de intensitate 1 A.

Definiție

Legea autoinducției

Deoarece autoinducția este un fenomen de inducție electromagnetică, legea

ei se va deduce din: $e_a = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$, de unde:

$$e_a = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (2.62)$$

adică:

Tensiunea electromotoare autoindusă într-un circuit este egală cu produsul dintre inducția circuitului și viteza de variație a intensității curentului din acel circuit, luat cu semnul minus.

Definiție

Se poate calcula, de exemplu, expresia inductanței unei bobine lungi, ținând seama că variația fluxului propriu printr-o spira a bobinei este:

$$\Delta(BS) = S_0 \Delta B = \frac{S_0 \mu N \Delta I}{l}$$

și că t.e.m. indusă în bobina cu N spire este:

$$e_a = -NS_0 \frac{\mu N \Delta I}{l \Delta t} = -\frac{\mu N^2 S_0}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

prin comparare cu relația (2.59), rezultă că factorul de proporționalitate din expresia de mai sus este chiar inductanța L a bobinei:

$$L = \frac{\mu N^2 S_0}{l}. \quad (2.63)$$

Se observă că inductanța bobinei poate fi mult mărită dacă i se introduce un miez de fier, permeabilitatea magnetică a fierului fiind de sute sau chiar mii de ori mai mare decât a aerului.

§ 2.2, pag. 95

$$1. I = \frac{q}{t} = nev_d S_0 \rightarrow v_d = \frac{q}{neS_0 t} = 0,47 \text{ mm/s. } 2. I = \frac{U}{R}, I' = \frac{U}{R+R_A} \Rightarrow I = I' \frac{R+R_A}{R} = 4,04 \text{ A. } 3. I = \frac{E}{R+r} = 3 \text{ A} \Rightarrow r = 1,2 \Omega; I_{sc} = \frac{E}{r} = 5 \text{ A. } 4. I = \frac{U}{R}, U + \Delta U = R \frac{U}{R} + R \Delta I \Rightarrow R = \frac{\Delta U}{\Delta I} = 600 \Omega. 8. U = Ir + E = 112 \text{ V. } 11. I = \frac{E_2 - E_1}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2} = \frac{10}{3} \text{ A, } U_{AB} = -I(r_1 + R_1) - E_1 = I(r_2 + R_2) - E_2 = -\frac{40}{3} = -13,3(3) \text{ V. } 13. U_1 = -r_1 I + E_1 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1}{r_1} = 2 \text{ A; } I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow R = 0,5 \Omega; U_2 = -r_2 I_2 + E_2 = 1 \text{ V. } 15. I = \frac{Ne}{t} = 100 \text{ A; } U = RI = \rho \frac{l^2}{V} I = 1050 \text{ V; } r = \frac{E - U}{I} = \frac{Ne}{I} - \frac{U}{I} = 0,5 \Omega. 16. \Delta U = RI = \rho \frac{l}{S_0} I = 28,66 \text{ V; } U = U_0 - \Delta U = 191,34 \text{ V; } \eta = \frac{U}{U_0} = 86,97 \text{ \%.}$$

§ 2.3 și 2.4, pag. 110

$$1. I_3 = I_1 + I_2, R_1 I_1 - X I_2 = -E_1, X I_2 + R_3 I_3 = E_3; I_1 = 0, I_2 = I_3 = I; X I = E_1, X I + I R_3 = E_3, I = \frac{E_1}{X}, E_1 + \frac{E_1}{X} R_3 = E_3 \Rightarrow X = \frac{E_1}{E_3 - E_1} R_3 = 12 \Omega. I_X = ?, I_X = \frac{E_1}{X} = 5 \text{ A. } 7. U = \frac{E r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{R}} = 11,8 \text{ V; } 2I = I_0, I r_1 - I r_2 = E_1' - E_2, 2IR + I r_2 = E_2 \Rightarrow E_1' = E_2 \frac{2R + r_1}{2R + r_2} = 13,39 \text{ V. } 10. R_s = \frac{R_A}{12}; R_s = \frac{12R_s}{x-1} \Rightarrow x = 13. 14. \text{ Din relațiile } I = \frac{E}{R+r} \text{ și } I = \frac{U}{R} \text{ se obține } X = R \frac{E-U}{U} = 0,345 \Omega. 16. R_A = \frac{U}{I} - R = 2 \Omega.$$

§ 2.5, pag. 117

$$1. I = \frac{U}{R} = \frac{W_0}{Ut} \Rightarrow R = \frac{U^2 t}{W_0} = 6,05 \Omega. 2. I = \frac{E}{R+r} = \frac{U}{R}; U = \eta E \Rightarrow R = \frac{\eta E}{E - \eta E} r = 19 \Omega; I = \frac{U}{R} = \frac{\eta E}{R}, I = 222 \text{ mA. } 3. Q = RI^2 t; I = \frac{E}{R+r} = 0,6 \text{ A, } Q = 16,2 \text{ J; } \eta = \frac{U}{E} = \frac{R}{R+r} = 90 \text{ \%. } 4. I = \frac{U}{\frac{R}{2} + R} = \frac{2U}{3R}, R = \frac{U^2}{P} \Rightarrow I = \frac{2P}{3U}; \frac{Q}{t} = RI^2 = \frac{2}{3} P = 20 \text{ W. } 5. U = -r_2 I_2 + E_2,$$

$$U = -r_1 I_1 + E_1, I_1 = \frac{E_1 - U}{r_1} = 8 \text{ A} \Rightarrow \text{a) } I = I_1 + I_2 = 10 \text{ A; b) } P = UI = nR \left(\frac{I}{n} \right)^2 t, nU = IR, n = \frac{RI}{U} = 10 \text{ rezistori; c) } P = UI = 3,48 \text{ kJ. T. Millman: } E = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 40 \text{ V, } P_{\max} = \frac{E^2}{4r} = 600 \text{ W. S. } EI = (R + r)I^2 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I^2, (R + r)I + EI + (P_1 + P_2) = 0 \Rightarrow I = 5 \text{ A; a) } q = It = 3000 \text{ C; b) } U_{12} = E - (r + R)I = 12 \text{ V. } 10. Q = \frac{U^2}{R_1} t_1, Q = \frac{U^2}{R_2} t_2; Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_s, Q = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} t_p. \text{ Înlocuind pe } R_1 \text{ și } R_2 \text{ din primele două ecuații în ultimele două, se obține } t_s = t_1 + t_2 = 45 \text{ min și } t_p = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 10 \text{ min. } R_1 = \frac{U}{P_1} = 302,5 \Omega, R_2 = \frac{U}{P_2} = 201,66 \Omega; I_1 = \frac{P_1}{U} = 0,363 \text{ A, } I_2 = \frac{P_2}{U} = 0,545 \text{ A; } \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2 = U \Rightarrow R = 606,5 \Omega; \eta = \frac{P_1 + P_2}{2UI_2} = 83,4 \text{ \%. } P = UI, U = E - Ir, I = \frac{E - U}{r} \Rightarrow P = \frac{EU - U^2}{r}, U = (5 \pm 4) \text{ V. Aceeași putere poate fi deci disipată pentru rezistori având rezistențe diferite: pentru } U_1 = 9 \text{ V} \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A și } R_1 = \frac{P}{I_1^2} = 9 \Omega, \text{ pentru } U_2 = 1 \text{ V} \Rightarrow I_2 = 9 \text{ A și } R_2 = \frac{1}{9} \Omega. 13. \text{ a) Din egalitatea puterilor, } r = \sqrt{R_1 R_2} = 10 \Omega \text{ și } E = (\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) \sqrt{P} = 60 \text{ V; b) } \eta_1 = \frac{R_1}{R_1 + r} = 33,3 \text{ \%, } \eta_2 = 66,6 \text{ \%; } \eta_{R=r} = 50 \text{ \%. } 14. U - U' = U(1 - n) = \frac{P}{I},$$

$$nU = RI = R \frac{P}{U(1-n)}, nU = \frac{1}{\sigma} \frac{8I}{\pi d^2} \frac{P}{U(1-n)} \Rightarrow d = \frac{1}{U} \left[\frac{8PI}{n(1-n)\pi\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} = 6 \text{ mm.}$$

§ 2.6, pag. 130

$$1. F = BI \sin \alpha = 0,42 \text{ N. } 2. \alpha = \arctg \frac{BI}{mg} \approx 30^\circ.$$

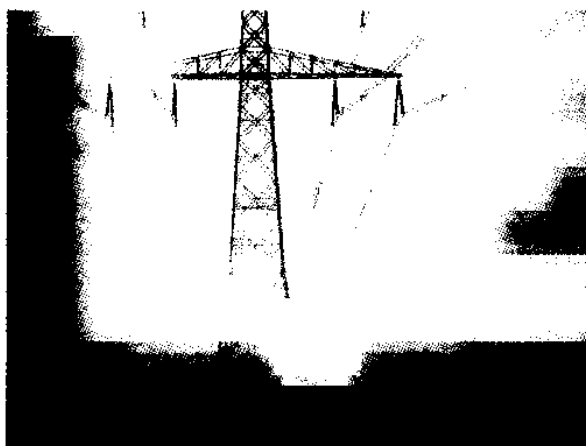
Capitolul

3

PRODUCEREA ȘI UTILIZAREA CURENTULUI ALTERNATIV

CUPRINS:

- 3.1. Generarea tensiunii electromotoare alternative și intensitatea curentului alternativ
- 3.2. Circuite de curent alternativ
- 3.3. Puterea în curent alternativ
- 3.4. Transformatorul și aplicațiile lui
- 3.5. Motoare electrice rotative
- 3.6. Aparate electrocasnice



3.1. Generarea tensiunii electromotoare alternative și intensitatea curentului alternativ

În electrotehnică, cea mai mare întrebuințare o are curentul alternativ sinusoidal prin faptul că poate fi produs, transmis și utilizat în condiții mult mai avantajoase decât curentul continuu. La baza producerii t.e.m. alternative stă fenomenul inducției electrice magnetice. Rotirea uniformă a unei spire conductoare electric într-un câmp magnetic uniform, sau invers, rotirea uniformă a unui câmp magnetic în fața unei bobine fixe permite obținerea unei t.e.m. alternative sinusoidale.

Experiment

1. Un cadru metalic dreptunghiular este rotit uniform în jurul axei de simetrie OO' într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe OO' , produs de un electromagnet SN (fig. 3.1, a). Capetele cadrului sunt prinse rigid la două inele b și b' . Ei pot aluneca sub două lamele, P și P' , la care sunt legate bornele unui galvanometru

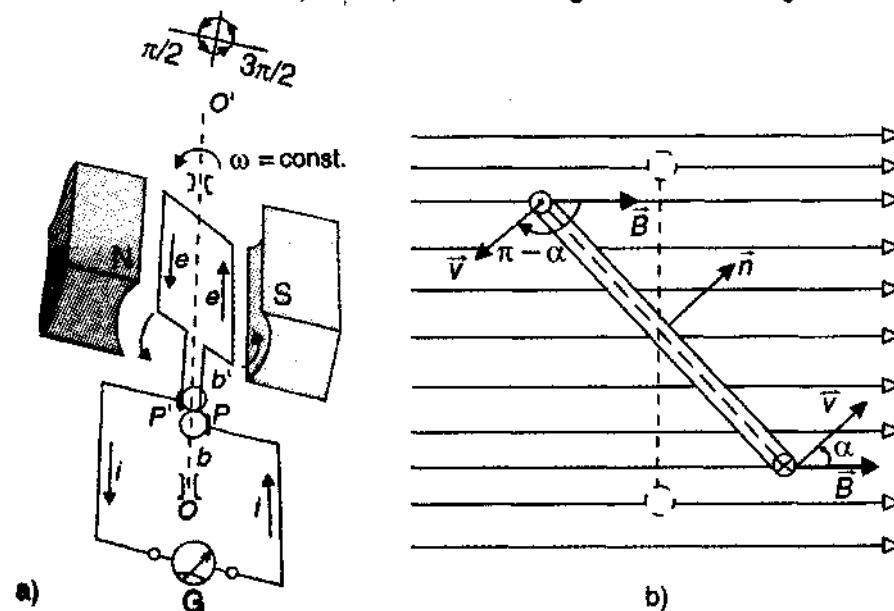


Fig. 3.1. Generarea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui cadru metalic în câmp magnetic uniform.

G ce formează circuitul exterior al dispozitivului, circuit cu caracter rezistiv. În laturile $AB = l$ și $CD = l$ ale cadrului (fig. 3.2), laturi care taie liniile de câmp magnetic, se va induce o t.e.m. care, conform regulii mâinii drepte (burghiului drept) are în fiecare latură, în poziția cadrului (fig. 3.2) în care normala $\vec{n}$ formează unghiul α cu liniile de câmp, sensul arătat în figurile 3.1, b și 3.2. T.e.m. indusă în cadru este suma dintre t.e.m. indusă în latura AB , $e_{AB} = vB\sin\alpha$ și t.e.m. indusă în latura CD , $e_{CD} = vB\sin(\pi - \alpha)$, adică $e_{AD} = e_{AB} + e_{CD} = 2vB\sin\alpha$, α fiind totodată și unghiul dintre viteza conductorului liniei AB și liniile câmpului

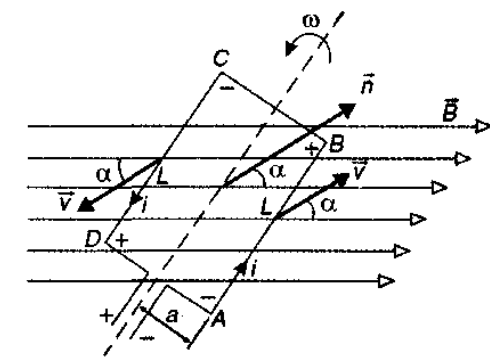


Fig. 3.2. Generarea unei t.e.m. alternative. Prin rotirea cadrului, laturile AB și CD intersectează liniile de câmp magnetic; în ele se induce t.e.m. e . Laturile AB și CD se numesc laturi active.

magnetic de inducție $\vec{B}$. Pentru mișcarea de rotație uniformă, $\alpha = \omega t$, iar $v = a\omega$. Aria cadrului este $S = 2al$ (fig. 3.2). Fluxul maxim (când $\alpha = 0$) prin suprafața cadrului este $\Phi_m = BS$. Cu aceste precizări, valoarea instantanee a t.e.m. induse poate fi scrisă sub forma:

$$e = \Phi_m \omega \sin \omega t$$

$$e = E_m \sin \omega t.$$

sau:

Rotația uniformă în jurul axei de simetrie a unui cadru metalic într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe axa de rotație, generează în cadru o t.e.m. alternativă sinusoidală.

Definiție

Mărimea $E_m = \omega \Phi_m$ se numește valoarea maximă a t.e.m. alternative sinusoidale, $\omega = 2\pi\nu$ – pulsația t.e.m., $\nu = 1/T$ – frecvența; T – perioada t.e.m. T.e.m. alternativă indusă în cadru menține un curent alternativ sinusoidal prin circuitul electric al dispozitivului, curent pus în evidență*, prin deviațiile alternative, la stânga și la dreapta poziției de zero a acului indicator al galvanometrului. Trecurile acului prin zero și prin deviația maximă au loc în momentele când e ia valoarea zero, respectiv cea extremă, corespunzător pozițiilor cadrului. Rezultă că printr-un circuit pur rezistiv, cum este cel din figura 3.1, a, intensitatea curentului alternativ i este în concordanță de fază cu t.e.m. e . Valoarea intensității instantanee va fi, deci, de forma:

$$i = I_m \sin \omega t,$$

unde I_m este valoarea maximă (amplitudinea) a intensității curentului alternativ sinusoidal.

Experimentul realizat cu dispozitivul din figura 3.1, a) arată că valorile extreme $+E_m$, $-E_m$ și $+I_m$, $-I_m$ se obțin în pozițiile în care fluxul $\Phi = \Phi_m \cos \alpha$ este egal cu zero pentru $\alpha = (2k + 1) \cdot \pi/2$, unde $k = 0, 1, 2, \dots$. În aceste poziții, viteza de variație a fluxului magnetic $\Delta\Phi/\Delta t$ este maximă, deoarece laturile „active” AB și CD ale cadrului taie cele mai multe linii de câmp în unitatea de timp. În pozițiile în care fluxul are valori extreme ($\alpha = k\pi$), t.e.m. și intensitatea curentului sunt egale cu zero; în aceste poziții ale cadrului, laturile active nu taie liniile câmpului și viteza de variație a fluxului $\Delta\Phi/\Delta t$ este egală cu zero. Aceasta înseamnă că, în prima jumătate a rotației, prin cadru

* Pentru viteze de rotație a cadrului mici; din cauza inerției sistemului mecanic al acului indicator, acesta nu poate urmări variația intensității curentului i pentru $\nu > 2$ Hz.

circulă un curent indus i care creează un câmp magnetic cu $\vec{B}$ paralel și având același sens cu normala $\vec{n}$ la cadru, iar în a doua jumătate a rotației, curentul indus creează un câmp magnetic cu $\vec{B}$ îndreptat în sens opus normalei $\vec{n}$, așa cum rezultă și din aplicarea legii lui Lenz.

• Deci, într-o singură rotație, t.e.m., e , și curentul indus, de intensitate i , își schimbă sensul (deci și semnul) de două ori, luând simultan valori extreme sau nule. În figura 3.3 sunt date graficele variației fluxului magnetic Φ (linia întreruptă), a t.e.m. e și a intensității curentului i în funcție de unghiul de rotație α .

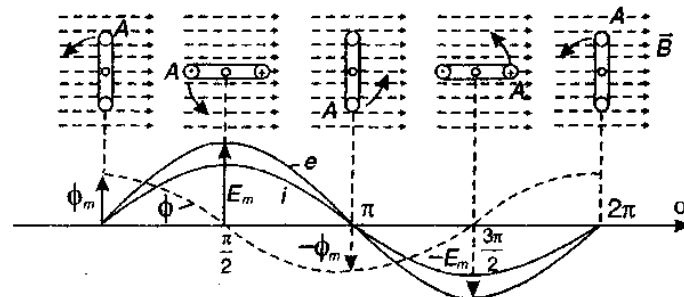


Fig. 3.3. Variația mărimilor oscilatorii armonice e , i și Φ în dependență de unghiul de rotație $\alpha = \omega t$.

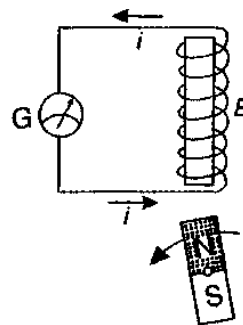


Fig. 3.4. Generarea unei t.e.m. alternative prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier.

2. O tensiune electromotoare alternativă sinusoidală se poate obține și prin rotirea uniformă a unui magnet bară în jurul unui ax orizontal sub o bobină cu miez de fier (fig. 3.4). Bobina este străbătută în fiecare moment de un flux magnetic variabil, care induce în bobină o t.e.m. alternativă sinusoidală. Curentul sinusoidal care se stabilește prin circuitul montajului experimental din figura 3.4 este pus în evidență prin deviațiile alternativ stânga-dreapta ale acului indicator ale galvanometrului (ampermetrului).

❖ Dispozitivul descris, numit și *alternator*, stă la baza principiului de funcționare a generatorului de curent alternativ din centralele electrice (vezi pag. 201).

3.1.1. Interpretare electronică

Sub acțiunea t.e.m. sinusoidale, electronii liberi din conductorul metalic care formează circuitul electric al dispozitivelor din experimentele descrise vor căpăta o mișcare de ansamblu oscilatorie, sincronă tensiunii electromotoare induse, e .

Mărimea numită intensitate instantanee a curentului electric, i , reprezintă intensitatea curentului electric la momentul de timp considerat. Ea este proporțională cu viteza de oscilație a electronilor. Pentru un circuit de dimensiuni obișnuite, fără deviații, intensitatea instantanee va fi aceeași în toate punctele circuitului. Tensiunea instantanee

de la bornele rezistorului din circuitul exterior al alternatorului va fi, ca și în curentul continuu, dată de relația $u = Ri = R I_m \sin \omega t$. Deci u și i vor fi două funcții sinusoidale în concordanță de fază. După cum se va vedea în paragrafele următoare, pentru porțiuni ale circuitului care conțin bobine sau condensatoare, i și u pot să nu fie în fază. Deși mărimile u și i sunt definite ca în curentul continuu, ele au în curentul alternativ caracteristici noi legate direct de procesele oscilatorii.

La analiza experimentelor de inducție electromagnetică, care stau la baza explicării producerii t.e.m. alternative sinusoidale, pot fi făcute următoarele precizări:

a) Energia mecanică necesară rotirii uniforme (ω constant) a cadrului sau a magnetului se transformă, în sistemul fizic reprezentat de cadrul electric conductor (fig. 3.1) sau de bobină (fig. 3.4), în energie a câmpului electric alternativ (sinusoidal) indus. Cadrul metalic (sau bobina) constituie un sistem fizic în care se produc oscilații forțate ale electronilor de conducție sub acțiunea t.e.m. alternative induse. Factorul excitator este fluxul de inducție magnetică cu variație cosinusoidală prin suprafața delimitată de cadru $\Phi_c = B S \cos \omega t$ sau prin spirele bobinei $\Phi = N B S \cos \omega t$, unde N reprezintă numărul de spire, S – aria unei spire, spirele fiind dispuse în serie.

b) Datorită variației fluxului magnetic:

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t, \quad (3.1.a)$$

în cadru se induce o tensiune electromotoare:

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \omega \Phi_m \sin \omega t;$$

din această egalitate se obține:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\omega \Phi_m \sin \omega t = \omega \Phi_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (3.1.b)$$

Prin compararea relațiilor din setul de mai jos, obținut din expresiile (3.1, a și b)

pentru fluxul Φ și viteza de variație a fluxului magnetic $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, se obține:

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_m \cos \omega t \\ \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \omega \Phi_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right); \end{cases} \quad (3.2)$$

generalizând, rezultă două importante proprietăți ale mărimilor oscilatorii armonice:

a) Viteza de variație $\Delta A / \Delta t$ a unei mărimi oscilatorii armonice $A = A_m \cos \omega t$ este tot o mărime oscilatorie armonică, de aceeași pulsație, având amplitudinea (valoarea maximă) $A'_m = \omega A_m$, iar argumentul (faza) crescut cu $\pi/2$ rad; $\Delta A / \Delta t = A'_m \cos(\omega t + \pi/2)$. Diferența dintre faza mărimii oscilatorii armonice și faza vitezei ei de variație este $\varphi = \omega t - (\omega t + \pi/2) = -\pi/2$, deci, mărimea $\Delta A / \Delta t$ este defazată înainte față de A cu $\pi/2$.

b) Invers, dacă viteza de variație $\frac{\Delta A}{\Delta t} = A'_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ a unei mărimi A reprezintă o mărime oscilatorie armonică, atunci mărimea A reprezintă tot o mărime oscilatorie armonică de aceeași pulsație, cu amplitudinea A'_m / ω , iar argumentul mai mic cu $\pi/2$ radiani. Mărimea A este, deci, defazată în urmă cu $\pi/2$ rad față de mărimea $\Delta A / \Delta t$, care reprezintă viteza ei de variație*.

* Pentru a fi în deplin acord cu rigurozitatea matematică a calculelor, se consideră că raportul care exprimă viteza de variație a unei mărimi oscilatorii armonice corespunde lui Δt foarte mic ($\Delta t \rightarrow 0$).

Aceste două importante proprietăți (reguli) ale mărimilor oscilatorii armonice vor fi folosite la stabilirea mărimilor caracteristice ale circuitelor de curent alternativ.

Aplicație

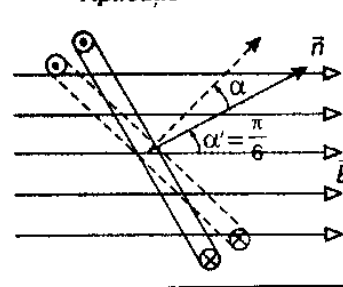


Fig. 3.5.

O bobină cadru, dreptunghiulară, având $N = 200$ spire, cu secțiunea $S = 50 \text{ cm}^2$, se rotește uniform în sens trigonometric cu turația $n = 3000 \text{ rot/min}$ într-un câmp magnetic uniform de inducție $B = 0,2 \text{ T}$, în jurul unei axe perpendiculare pe direcția câmpului. Se consideră ca origine a timpului momentul când normala la suprafața spirei face unghiul $\alpha' = \pi/6$ cu vectorul inducției magnetice $\vec{B}$ (fig. 3.5).

Să se calculeze frecvența tensiunii electromotoare induse în bobină și să se scrie expresia valorii instantanee a acestei tensiuni.

T.e.m. indusă în bobină este:

$$e = -N \frac{\Delta}{\Delta t} [BS \cos(\omega t + \pi/6)] = -NBS\omega \cdot \cos(\omega t + \pi/6 + \pi/2) = NBS\omega \sin(\omega t + \pi/6),$$

$$\text{sau } e = E_m \sin(\omega t + \pi/6). \text{ Dar } \omega = 2\pi\nu = 100\pi \text{ rad/s, de unde } \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{n}{60} = 50 \text{ Hz.}$$

Cum $E_m = NBS\omega = 200 \cdot 0,2 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 100\pi = 62,83 \text{ V}$, pentru expresia t.e.m. alternative induse se obține: $e = 62,83 \sin(100\pi t + \pi/6) \text{ [V]}$.

3.1.2. Valoarea efectivă a intensității curentului și a tensiunii alternative

Până acum, am considerat în studiul circuitelor de curent alternativ numai tensiunea electromotoare și intensitatea instantanee de curent cu valorile lor extreme, pozitive și negative. Vom introduce o noțiune nouă, aceea de *valoare efectivă* a intensității curentului și a tensiunii alternative. Pentru aceasta pornim de la *căldura disipată* în prezența curentului alternativ într-un rezistor de rezistență R .

Dacă i este intensitatea instantanee a curentului alternativ care străbate rezistorul R , atunci căldura disipată în unitate de timp Δt , foarte mic față de perioada T a intensității $i = I_m \sin \omega t$, este egală cu $Ri^2 \Delta t$.

În diagramele din figura 3.6, curba sinusoidală reprezintă variația în funcție de timp a intensității instantanee i . Curba trasată cu o linie mai groasă reprezintă variația produsului Ri^2 , proporțional cu căldura disipată în rezistor, în funcție de timp. Pentru o perioadă T sau un multiplu întreg de perioade nT , suprafețele hașurate situate deasupra liniei $Ri_m^2/2$ acoperă complet suprafețele nehașurate dintre abscisă și această linie.

Pentru un interval de timp egal cu o perioadă T , căldura produsă în rezistor este egală cu aria dreptunghiului $ABTO$, adică:

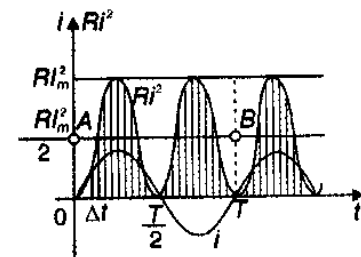


Fig. 3.6. Interpretarea geometrică a valorii efective a intensității curentului alternativ.

$$Q_r = \frac{R I_m^2}{2} T.$$

Rezistorul poate fi parcurs și de un curent continuu de intensitate I care să producă în timpul T aceeași căldură: $Q = R I^2 T$. Din egalarea relațiilor rezultă:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m.$$

✧ Mărimea I se numește *intensitate efectivă* a curentului alternativ și are valoarea egală cu 0,707 din intensitatea maximă a curentului alternativ considerat.

Valoarea efectivă a intensității curentului alternativ, i , este egală cu cea valoare a intensității unui curent continuu I care, străbătând același rezistor ca și curentul alternativ, produce aceeași căldură Q într-un timp egal cu perioada intensității curentului alternativ, T .

Definim valoarea efectivă a tensiunii curentului alternativ prin relația $U = IR$; rezultă:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m.$$

Instrumentele de măsură a intensității curentului și tensiunii alternative indică valori efective.

Exemplu: Un ampermetru conectat într-un circuit de curent alternativ indică 20 A. Cu cât este egală valoarea maximă a intensității curentului în circuit?

$$I_m = \sqrt{2} I = 1,41 \cdot 20 = 28,2 \text{ A}.$$

Definiție

Probleme propuse

1. Un cadru metalic dreptunghic se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe axul de rotație. În ce poziții ale cadrului, față de liniile de câmp, se anulează t.e.m. alternativă indusă?
2. Care este frecvența industrială standard a curentului alternativ în țara noastră? De câte ori se schimbă, într-o secundă, polaritatea unei borne la o priză de tensiune din rețeaua de alimentare cu energie electrică a locuințelor?
3. Ce se înțelege prin valoarea efectivă a tensiunii sinusoidale?
4. O spiră circulară cu raza de 0,1 m și rezistența electrică 0,01 Ω se rotește uniform cu turația de 6000 rot/min într-un câmp uniform de inducție magnetică perpendiculară pe diametrul în jurul căruia are loc rotația. Știind că inductanța spirei este egală cu cea a unui solenoid fără miez magnetic de lungime 0,2 m și având aria secțiunii transversale de 12,7 mm² și 50 spire, iar inducția magnetică este egală cu cea atinsă în solenoid, în cazul în care acesta este parcurs de un curent continuu de 1 A, să se determine:

a) inductanța spirei; b) inducția magnetică; c) amplitudinea t.e.m. induse.

(Olimpiada de Fizică, Etapa județeană, 1979)

R: a) 0,2 μH ; b) $3,14 \cdot 10^{-4} \text{ T}$; c) 6,25 mV.

5. Doi curenți sinusoidali de frecvență $\nu = 400 \text{ Hz}$ prezintă o diferență de $\pi \text{ rad}$. Ce interval de timp separă momentele în care cei doi curenți trec prin valoarea extremă pozitivă?

R: 1,25 ms.

3.2. Circuite de curent alternativ

3.2.1. Comparație cu circuitul de curent continuu

Se numesc *circuite de curent alternativ* circuitele electrice alimentate cu tensiuni electromotoare alternative. Aceste circuite prezintă o importanță deosebită în producerea, transmiterea și utilizarea energiei electromagnetice, în electrocomunicații și automatizări.

Cele mai simple și mai robuste mașini electrice, generatoare sau motoare sunt acelea de curent alternativ. Transmiterea optimă la distanță a energiei electromagnetice impune transformarea tensiunii, ceea ce se poate obține cu ajutorul transformatoarelor numai în curent alternativ. Semnalele corespunzătoare vorbirii, muzicii etc., care fac obiectul transmisiilor în telecomunicații, sunt, practic, suprapuneri de semnale alternative. Aceste exemple explică importanța practică a studiului circuitelor în regim permanent sinusoidal (numit și regim permanent armonic), adică a acelor circuite care, dacă sunt alimentate cu tensiuni alternative sinusoidale, atunci și intensitățile curenților din toate laturile circuitului reprezintă mărimi sinusoidale de aceeași frecvență.

Circuitele (rețelele) electrice pentru producerea, transmiterea și distribuția energiei sunt circuite de curent alternativ sinusoidal cu frecvența standard de 50 Hz (în America de Nord și Australia, 60 Hz), numită frecvență industrială. Această valoare a frecvenței a fost aleasă cât mai joasă, pentru că dificultățile producerii și transmisiei energiei sunt cu atât mai mari, cu cât frecvența este mai înaltă, dar suficient de mare pentru ca variațiile intensității luminoase a lămpilor cu incandescență folosite la iluminat să nu fie sesizabile vederii.

✧ Prin comparație cu circuitul în curent continuu, procesele care se desfășoară în circuitul de curent alternativ prezintă unele aspecte noi:

1. dacă într-un circuit de curent continuu condensatorul întrerupe circuitul, într-un circuit de curent alternativ condensatorul se încarcă și se descarcă, rând pe rând, neîmpiedicând mișcarea oscilatorie de ansamblu a electronilor de conducție, deci stabilirea curentului alternativ în circuitul care îl conține;
2. prezența unei bobine într-un circuit de curent alternativ face să apară fenomenul de autoinducție care contribuie la modificarea intensității curentului alternativ;
3. rezistorul are, în curent alternativ, același efect ca și în curent continuu: absoarbe energie electrică pe care o transformă în căldură. Deci rezistorul opune curentului alternativ aceeași rezistență ca și curentului continuu.

Studiul experimental și teoretic al legii lui Ohm în curentul alternativ se va face pentru circuite în care generatorul de alimentare constituie o sursă de energie electromagnetică. Sursa între ale cărei borne căderea de tensiune interioară este *neglijabilă* introduce în circuitul din care face parte o t.e.m. alternativă e_g independentă de structura rețelei în care este conectată, adică $e_g = u = U\sqrt{2} \sin \omega t$, U fiind tensiunea efectivă.

În studiul variației cu timpul a tensiunii și a intensității curentului, a comparației fazelor și amplitudinilor mărimilor periodice, o largă utilizare o are osciloscopul electronic.

Osciloscopul electronic folosit în studiul circuitelor de curent alternativ

Este aparatul care permite – după cum știm – vizualizarea fenomenelor periodice electrice, transformând semnalele electrice în semnale optice care pot fi observate pe un ecran sau pot fi fotografiate sub forma unor imagini numite *oscilograme*.

Elementul mobil al osciloscopului este un fascicul foarte subțire de electroni, practic, lipsit de inerție, ceea ce permite studierea proceselor oscilatorii cu frecvențe de la câțiva hertzi până la sute de megahertzi (10^8 Hz).

Partea principală a osciloscopului o reprezintă tubul catodic (fig. 3.7), cu următoarele componente:

- a) un tun electronic, alcătuit dintr-un termocatotod (C) pentru emisia electronilor și un sistem de electrozi cilindrici (W, A_1 și A_2) puși la diferite potențiale, cu ajutorul cărora se accelerează electronii și se formează fasciculul electronic foarte subțire;
- b) două perechi de plăci de deflexie, pe verticală (P_y) și pe orizontală (P_x), care deviază fasciculul corespunzător tensiunilor aplicate;
- c) ecranul E, format dintr-un strat de substanță luminescentă (luminofor), deșus pe peretele interior al ecranului de sticlă al tubului. Luminoforul (sulfură de zinc sau sulfură de cadmiu) are proprietatea de a emite lumina când este bombardat cu electroni. Fasciculul electronic formează pe ecran, în absența unei tensiuni pe plăcile de deflexie P_y și P_x , un punct luminos (numit *spot*) în centrul ecranului.

Pentru vizualizarea formei curbei mărimilor de studiat în funcție de timp, pe plăcile verticale, P_y , se aplică tensiunea de studiu u_y , adică variabila dependentă, iar pe plăcile de deviere orizontală, P_x , o tensiune u_x , care are o variație liniară în timp, în formă de dinți de fierăstrău, tensiune care constituie variabila independentă.

Sub acțiunea câmpului electric produs de tensiunea u_x (fig. 3.8, a) în absența semnalului studiat, u_y , în intervalul de timp t , corespunzător porțiunii ascendente a curbei în formă de fierăstrău, fasciculul de electroni se deplasează pe ecran din punctul 1 în punctul 2 cu o viteză constantă. În intervalul de timp t , foarte scurt, corespunzător porțiunii descendente a tensiunii bazei de timp, u_x , fasciculul de electroni se întoarce din punctul 1 spre punctul 2.

Dacă, simultan cu tensiunea u_x , se aplică și semnalul de cercetat, u_y (fig. 3.8, b) atunci fasciculul de electroni, sub acțiunea câmpurilor produse de cele două tensiuni, descrie curba luminoasă a variației în timp a tensiunii de cercetat, $u_y = f(t)$. Dacă frecvența tensiunii de cercetat ν_y este egală cu frecvența tensiunii u_x , adică $\nu_y = \nu_x$, pe ecran apare curba corespunzătoare unei perioade de oscilație. Dacă $\nu_y = n\nu_x$, curba cuprinde n perioade pe ecran. Pentru a putea studia simultan două semnale pe ecranul unui tub catodic cu un singur spot, se utilizează un

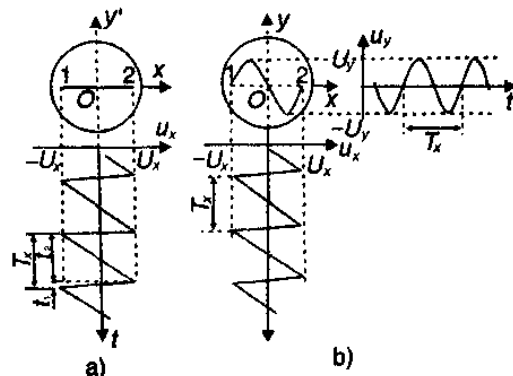


Fig. 3.8. Formarea imaginilor pe ecranul osciloscopului: a) imagini în absența semnalului de analizat, $u_y = 0$; b) imagine pentru $\nu_y = \nu_x$.

dispozitiv special, numit comutator electronic, care permite aplicarea pe plăcile de deviere verticală, P_y , pe rând, a tensiunilor de cercetat. Curbele luminoase ale celor două tensiuni apar în același timp pe ecran datorită persistenței luminoase

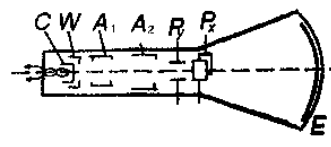


Fig. 3.7. Schema tubului catodic la osciloscopul electronic.

(postluminescentă) a ecranului. Un asemenea osciloscop se numește cu *spot multiplu* și se va folosi în cele ce urmează la experimentele legate de studiul circuitului în curent alternativ.

Pe plăcile P_y ale unui osciloscop se aplică o tensiune alternativă u . Spotul luminos oscilând numai pe verticală, va da pe ecran o linie luminoasă având lungimea $l = 50$ mm. Cunoscând că devierea spotului luminos este de 1 mm pentru o tensiune aplicată plăcilor egală cu 1 V, adică sensibilitatea tubului catodic este $S = 1$ mm/V, să se calculeze valoarea tensiunii efective aplicată plăcilor P_y .

Lungimea liniei verticale fiind proporțională cu dublul amplitudinii tensiunii aplicate, cunoscând și sensibilitatea tubului catodic, rezultă că:

$$2U_m = l/S = 50 \text{ V, sau } U_m = 25 \text{ V,}$$

de unde: $U = 0,707 \cdot U_m = 17,675 \text{ V.}$

3.2.2. Rezistor în curent alternativ

Circuitele care nu conțin bobine sau condensatoare opun curentilor alternativi (de frecvență joasă) practic aceeași rezistență ca și curentului continuu. Căderea de tensiune produsă la trecerea curentului alternativ printr-un rezistor este, conform legii lui Ohm, $u = i \cdot R$. Valorile instantanee u și i trec simultan prin valori maxime și nule (fig. 3.9), adică sunt în concordanță de fază. Scrisă pentru valori efective, legea lui

Ohm pentru circuitul cu rezistor este $I = \frac{U}{R}$. În curent alternativ, rezistenței rezistorului i se spune *rezistență activă*, întrucât la trecerea curentului electric se disipă căldură.

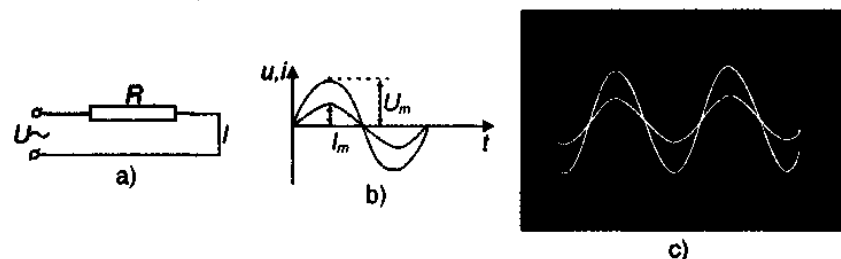


Fig. 3.9. a) Circuit cu rezistor ohmic; b) Variația tensiunii și intensității curentului alternativ într-un circuit cu rezistor; c) Fotografie de pe ecranul osciloscopului.

3.2.3. Circuit serie cu rezistor și bobină în curent alternativ

Experimente

1. Un circuit serie format dintr-o bobină cu multe spire în care se poate introduce un miez de fier, dintr-un rezistor și dintr-un ampermetru de curent alternativ, este alimentat sub tensiunea alternativă u cu valoarea efectivă U constantă (fig. 3.10).

Prin introducerea miezului de fier, M , în bobină inductanța crește, iar ampermetrul indică scăderea intensității curentului alternativ prin circuitul serie, bobină-rezistor. Bobina introduce, deci, în circuit, o rezistență aparentă cu atât mai mare cu cât inductanța ei, L , este mai mare.

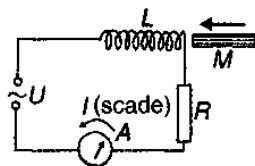


Fig. 3.10. Circuit serie RLC . Inductanța bobinei crește, intensitatea curentului scade.

z. Cu un montaj a cărui schemă este prezentă în figura 3.11 se poate studia variația tensiunii u și a intensității i pentru un circuit serie RL .

Cu ajutorul comutatorului electronic CE se aplică pe rând, pe plăcile P , tensiunea u și tensiunea $u_R = Ri$ de la bornele rezistorului, tensiune care corespunde variației intensității instantanee i . Figura 3.12 indică poziția curbelor corespunzătoare lui u și i pe ecranul osciloscopului. Atâta timp cât inductanța bobinei este neglijabilă sau foarte mică, adică bara de fier care constituie miezul bobinei nu este introdusă în bobină, curbele pentru u și i intersectează axa timpului în aceleași puncte; u și i sunt în fază. O dată cu creșterea inductanței bobinei, curba pentru i , notată acum cu i_L , care păstrează aceeași perioadă ca și u , se decalează înainte cu δ pe axa timpului față de curba sinusoidală pentru u .

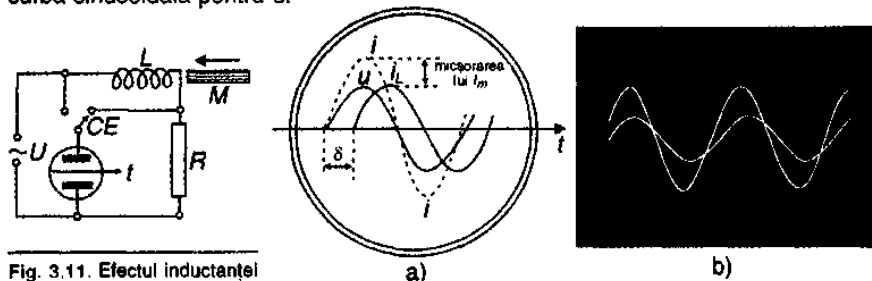


Fig. 3.11. Efectul inductanței bobinei în circuitul serie RLC studiat cu ajutorul osciloscopului; CE - comutator electronic.

Fig. 3.12. a) defazarea în urmă a intensității curentului față de tensiune în circuitul serie RL ; b) Fotografie de pe ecranul osciloscopului.

Se observă, de asemenea, că valoarea maximă I_m pentru i_L este mai mică decât valoarea maximă I_m pentru curba i . Pe măsură ce inductanța bobinei crește, curba sinusoidală pentru i_L se aplatizează, adică I_m scade, iar decalajul lui i_L , δ , pe axa timpului, în raport cu curba pentru u , care rămâne fixă pe ecranul osciloscopului, crește. Decalajul arată faptul că i_L trece prin valoarea zero după ce tensiunea a luat această valoare, ceea ce arată că, în prezența bobinei, intensitatea curentului este defazată în urmă față de tensiune.

În concluzie:

O bobină aflată într-un circuit de curent alternativ introduce o rezistență aparentă și o defazare în urmă a intensității curentului față de tensiunea aplicată circuitului.

Aplicând legea a II-a a lui Kirchhoff în mărimi instantanee, pentru circuitul serie RL , se obține ecuația:

$$u + \left(-L \frac{\Delta i}{\Delta t}\right) = Ri,$$

adică suma dintre tensiunea de alimentare, u , și tensiunea electromotoare de auto-inducție, $-L \frac{\Delta i}{\Delta t}$, trebuie să fie egală cu căderea de tensiune Ri pe rezistorul R .

Cunoscând că:

$$u = \sqrt{2}U \sin \omega t,$$

atunci:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi),$$

exprimă intensitatea curentului, defazată cu unghiul φ în urma tensiunii aplicate u , iar:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \sqrt{2}\omega I \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

reprezintă viteza de variație a intensității curentului.

Trecând în membrul drept al egalității termenii în i , ecuația circuitului RL devine:

$$U \sin \omega t = Ri \sin(\omega t - \varphi) + \omega LI \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Folosind reprezentarea fazorială*, relațiile între i , U , R , ω , L se pot imediat determina.

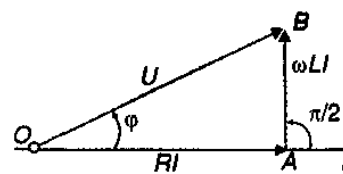


Fig. 3.13. Defazarea fazorială a circuitului RL serie.

Fazorul $\vec{OA}$ (fig. 3.13), de modul Ri , reprezintă termenul: $Ri \sin(\omega t - \varphi)$.

Fazorul $\vec{AB}$, de modul ωLI , reprezintă termenul:

$\omega LI \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, defazat înainte cu $\frac{\pi}{2}$ față de fazorul $\vec{OA}$.

Suma $\vec{OA} + \vec{AB}$ dă fazorul $\vec{OB}$, care reprezintă termenul $U \sin \omega t$ de modul U . În triunghiul dreptunghic OAB , unghiul $\varphi = (\vec{OA}, \vec{OB})$ reprezintă unghiul de defazare în urmă a intensității curentului față de tensiune.

Pentru triunghiul dreptunghic OAB se pot scrie relațiile:

$$U = I\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \text{ și } \tan \varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Se numește **impedanță**, Z , a unui circuit de curent alternativ raportul dintre valorile maxime sau efective ale tensiunii aplicate la borne și intensității curentului prin circuit:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = Z > 0.$$

Pentru circuitul analizat, impedanța este $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$.

Mărima $X_L = L$ se numește **reactanță inductivă**.

* Precizare: În reprezentarea fazorială, fazorul asociat mărimii sinusoidale este un vector fix, de modul egal cu valoarea efectivă a mărimii sinusoidale și de argument egal cu faza inițială a mărimii. Fazorul conservă din mărima sinusoidală elemente care îl individualizează în raport cu ceilalți fazori de aceeași frecvență: valoarea efectivă și faza inițială.

Atât impedanța cât și reactanța inductivă se măsoară în ohmi (Ω), ca și rezistența.

Relația: $U = I \sqrt{R^2 + X_L^2}$, exprimă legea lui Ohm, în mărimi efective, pentru circuitul serie RL . Dacă bobina ar avea rezistență neglijabilă (bobina ideală), atunci ea ar defaza intensitatea curentului, i , cu $\varphi = \pi/2$ rad în urma tensiunii u . Legea lui Ohm pentru circuitul cu bobină ideală ar fi $U = I \cdot X_L$.

1. Să se calculeze intensitatea curentului printr-o bobină cu inductanță $L = 0,5$ H și rezistența $R = 5 \Omega$, aflată, pe rând: a) sub tensiunea efectivă $U = 100$ V cu $\nu = 50$ Hz; b) sub tensiunea continuă având aceeași valoare, $U = 100$ V.

a) Reactanța inductivă este $X_L = 2\pi\nu L = 157 \Omega$, iar:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{100}{\sqrt{25 + 24649}}, \text{ deci } I = \frac{100}{157} \approx 0,64 \text{ A};$$

$$b) I = \frac{U}{R} = \frac{100}{5} = 20 \text{ A}.$$

Pentru frecvențe mari reactanța bobinelor poate căpăta valori mari, ceea ce duce la blocarea trecerii curentului; pentru frecvențe mici bobina se comportă ca un scurtcircuit – proprietăți folosite în proiectarea circuitelor electronice.

2. Pentru a se determina inductanța, L , și rezistența, R , ale unei bobine, se măsoară valorile efective ale tensiunii U la bornele bobinei și intensității curentului, I , care o străbate, pentru două frecvențe diferite ν_1 și ν_2 ale tensiunii sinusoidale aplicate, u , și anume:

$$U_1 = 60 \text{ V}; \quad I_1 = 10 \text{ A}; \quad \nu_1 = 50 \text{ Hz};$$

$$U_2 = 60 \text{ V}; \quad I_2 = 6 \text{ A}; \quad \nu_2 = 100 \text{ Hz}.$$

Să se calculeze inductanța L și rezistența R a bobinei.

Impedanța bobinei este, în cele două cazuri:

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu_1)^2 L^2}; \quad Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu_2)^2 L^2}.$$

$$\text{Se obține sistemul: } \begin{cases} R^2 + 10^4 \pi^2 L^2 = 36 \\ R^2 + 4 \cdot 10^4 \pi^2 L^2 = 100 \end{cases};$$

$$\text{rezultă: } L = 14,7 \cdot 10^{-2} \text{ H} = 147 \text{ mH}, R = 3,84 \Omega.$$

3.2.4. Circuit serie cu rezistor și condensator în curent alternativ

Experimente

1. Se consideră un circuit serie format dintr-un sistem de trei condensatoare legate în paralel, un rezistor și un ampermetru (fig. 3.14). La bornele circuitului se aplică tensiunea alternativă u (cu valoarea efectivă, U , constantă). Deși condensatoarele constituie întreruperi pentru șirul de conductoare care formează circuitul,

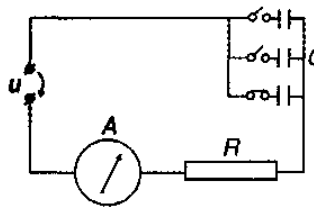


Fig. 3.14. Circuitul serie RC . Crește capacitatea bateriei de condensatoare, crește intensitatea curentului prin circuit.

ampermetrul indică prezența unui curent alternativ prin circuitul în care s-a introdus unul dintre condensatoare. Deci condensatorul nu se opune trecerii curentului alternativ. Cu atât mai mult, dacă se mărește capacitatea bateriei de condensatoare prin introducerea, pe rând, a celorlalte două condensatoare (prin închiderea întrerupătoarelor), ampermetrul indică succesiv creșterea intensității curentului alternativ prin circuit. Modul în care un condensator este „traversat” de curentul alternativ devine ușor de înțeles dacă se consideră curentul

alternativ drept o mișcare oscilatorie a electronilor liberi din circuitul conductor. Fiecare dintre amăturile condensatoarelor are, în decursul unei perioade, succesiv, o sarcină nulă, o sarcină pozitivă (lipsă de electroni), o sarcină negativă (exces de electroni), o sarcină nulă.

2. Cu un montaj a cărui schemă este prezentată în figura 3.15 se poate analiza variația tensiunii u și a intensității i în cazul circuitului serie RC . Prin intermediul comutatorului electronic CE se aplică, pe rând, pe plăcile P_i ale osciloscopului tensiunea u și tensiunea $u_R = Ri$ de la bornele rezistorului de rezistență R , tensiune care corespunde variației intensității instantanee, i . Figura 3.16 indică poziția curbelor corespunzătoare lui u și i pe ecranul osciloscopului. Curba pentru i și curba pentru u sunt

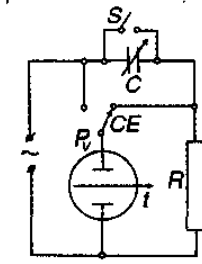


Fig. 3.15. Montaj pentru studiul circuitului RC serie cu ajutorul osciloscopului.

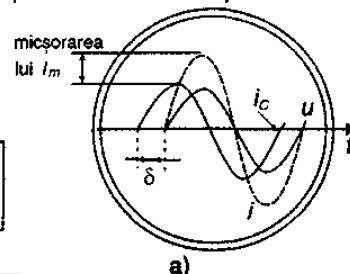
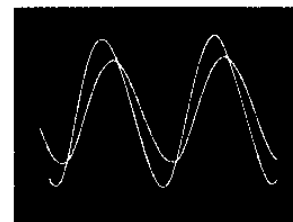


Fig. 3.16. a) Defazarea înainte a intensității curentului față de tensiune în circuitul RC serie; b) Fotografie de pe ecranul osciloscopului.



în fază atâta timp cât întrerupătorul, S , scurtcircuitază condensatorul variabil, C . Introducând condensatorul în circuit prin deschiderea întrerupătorului, S , curba sinusoidală i (notată cu i_c), care păstrează aceeași perioadă ca și u , se decalează în urmă cu δ pe axa timpului față de curba sinusoidală pentru u . Se observă, de asemenea, că valoarea maximă I_m pentru i_c este mai mică decât I_m pentru curba i ; I_m și δ scad pe măsură ce capacitatea condensatorului variabil C crește. Decalajul δ arată că intensitatea, i , trece prin valoarea 0 înainte ca tensiunea să ia această valoare; în prezența condensatorului, intensitatea curentului este în avans de fază față de tensiune.

În concluzie:

Un condensator aflat într-un circuit de curent alternativ introduce o rezistență aparentă și o defazare înainte a intensității curentului față de tensiunea aplicată circuitului.

Legea lui Ohm în mărimi instantanee, pentru circuitul serie RC, este dată de ecuația:

$$u = \frac{q}{C} + Ri, \quad (3.3)$$

unde u este tensiunea sursei, $\frac{q}{C}$ – tensiunea la bornele condensatorului și Ri – căderea de tensiune pe rezistor.

Să exprimăm relația de mai sus prin scrierea explicită a dependenței de timp a mărimilor u , i și q . Astfel:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{2}U \sin \omega t \\ i &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi), \end{aligned} \quad (3.4)$$

unghiul φ , care exprimă diferența de fază dintre fazele mărimilor i și u , este negativ ($\varphi < 0$), fapt stabilit în experiment.

Valoarea instantanee a intensității curentului fiind dată de relația $i = \Delta q / \Delta t$, se poate scrie:

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi),$$

de unde, folosind relația (3.2, cazul b) rezultă:

$$q = \frac{\sqrt{2}I}{\omega} \sin(\omega t - \varphi - \pi/2) = -\frac{\sqrt{2}I}{\omega} \sin(\omega t - \varphi + \pi/2).$$

Ecuația, care exprimă legea lui Ohm pentru circuitul serie RC, devine:

$$\sqrt{2}U \sin \omega t = -\frac{\sqrt{2}I}{\omega C} \sin(\omega t - \varphi + \pi/2) + R\sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi).$$

Folosind reprezentarea fazorială (vezi figura 3.17) se observă că:

Fazorul $\vec{OA}$, de modul Ri , reprezintă termenul $Ri \sin(\omega t - \varphi)$.

Fazorul $\vec{AB}$, de modul $I/\omega C$, reprezintă termenul $-\frac{I}{\omega C} \sin(\omega t - \varphi + \pi/2)$.

Fazorul $\vec{OB}$, de modul U , reprezintă termenul $U \sin \omega t$.

Din figura 3.17 se deduc valorile pentru I și $\tan \varphi$ în funcție de U , R , C , ω ; astfel, în triunghiul dreptunghic OAB se pot scrie relațiile:

$$U = I \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \text{ și } \tan \varphi = \frac{-1}{\omega CR}. \quad (3.5)$$

Termenul $X_C = \frac{1}{\omega C}$ se numește **reactanță capacitivă**. Mărimea $Z = \sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}$ se numește **impedanță circuitului serie RC**.

Relația: $U = I \sqrt{R^2 + X_C^2} = I \cdot Z$, exprimă legea lui Ohm, în mărimi efective, pentru circuitul serie RC.

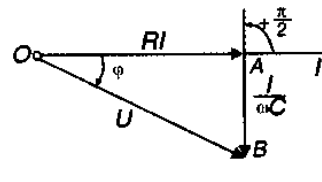


Fig. 3.17. Reprezentarea prin fazori a circuitului RC serie.

Cazul particular al unui circuit care conține numai condensator ideal. În acest caz, $R = 0$ și $I = \omega CU$, iar $\tan \varphi = -\infty$.

⌘ Așadar:

Regula

Intensitatea curentului printr-un circuit care conține un condensator ideal este defazată înaintea tensiunii aplicate cu $\pi/2$ și are valoarea efectivă: $I = \omega CU = U/X_C$ (relație care exprimă legea lui Ohm pentru circuitul cu condensator ideal).

Cazul circuitului cu condensator ideal este întâlnit mai des în practică, deoarece se pot construi asemenea condensatoare folosind dielectrice, ceea ce este echivalent cu a considera rezistența activă a condensatorului nulă. Rezistența firelor de legătură cu sursa se neglijează și ea, fiind de ordinul zecimilor de miimi de ohmi.

Spre deosebire de cazul circuitului cu condensator ideal, un circuit cu bobină ideală nu este, practic, realizabil deoarece sârma spirelor bobinei nu are rezistența neglijabilă. Se admite, totuși, că o bobină poate fi considerată ideală dacă reactanța ei este mult mai mare decât rezistența sârmei care o compune.

! Observație. Pentru tensiuni de frecvențe mici reactanța unui condensator poate căpăta valori mari, ceea ce duce, practic, la blocarea trecerii curentului; pentru tensiuni de frecvență înaltă, însă, condensatorul constituie un scurtcircuit. Aceste proprietăți ale condensatorului sunt folosite în montajele electronice.

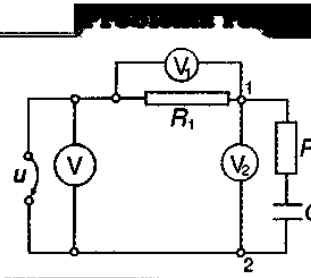


Fig. 3.18.

Voltmetrele din figura 3.18 indică tensiunile efective $U = 193$ V, $U_1 = 60$ V și $U_2 = 180$ V, frecvența tensiunii aplicate fiind $\nu = 50$ Hz. Cunoscând $R_1 = 20 \Omega$, să se calculeze valorile pentru R și C .

Impedanța porțiunii de circuit 1-2 este $Z_{12} = \sqrt{R^2 + 1/C^2 \omega^2} = U_2/I$, unde intensitatea curentului este $I = U_1/R_1 = 60/20 = 3$ A. Din triunghiul OAB al diagramei fazoriale din figura 3.19 rezultă:

$$U_2^2 = U_1^2 + U^2 - 2U_1U \cos \varphi,$$

$$\text{de unde: } \cos \varphi = \frac{U_1^2 + U^2 - U_2^2}{2U_1U} = \frac{60^2 + 193^2 - 180^2}{2 \cdot 193 \cdot 60} = 0,365.$$

Din figura 3.19 rezultă $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC}$, sau $U \cos \varphi = U_1 + Ri$. Se obține $R = 3,48 \Omega$. Introducând valoarea lui R în relația impedanței, se obține $C = 53,3 \mu F$. În cazul unui condensator cu pierderi, rezistența rezistorului, R , poate fi considerată chiar rezistența echivalentă pierderilor prin disipare de căldură la trecerea

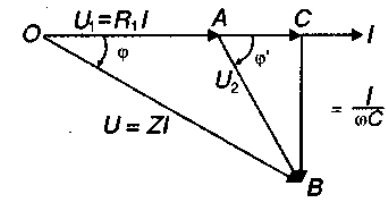


Fig. 3.19.

curentului alternativ printr-un condensator ($Q = RI^2\eta$). Cu un montaj cum este cel din figura 3.18 se pot măsura, deci, mărimile R și C ale unui condensator cu pierderi.

3.2.5. Circuit serie cu rezistor, bobină și condensator în curent alternativ (circuit RLC serie)

Studiul comportării unui circuit serie RLC în curent alternativ se poate face cu ajutorul unui montaj a cărui schemă este prezentată în figura 3.20, bobina și condensatorul având inductanța, respectiv, capacitatea variabile. Conectând circuitul la sursa de tensiune alternativă, se poate observa, cu ajutorul ampermetrului, că:

– variația capacității condensatorului pe un anume interval, menținând o valoare constantă pentru L , duce la o creștere a intensității curentului prin circuit, trecerea acesteia printr-un maxim, după care intensitatea curentului începe să scadă (fig. 3.21);

– menținând C constant, variația inductanței L pe un anume interval corespunde unei creșteri a intensității efective a curentului prin circuit, a trecerii prin maxim, urmată de o descreștere (fig. 3.22).

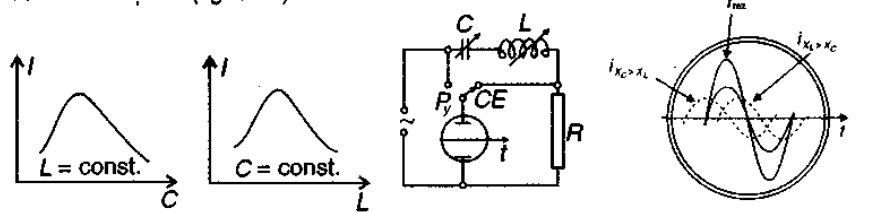


Fig. 3.21. Variația lui I pentru $L = \text{const.}$ și C variabil. Fig. 3.22. Variația lui I pentru $C = \text{const.}$ și L variabil. Fig. 3.23. Schema montajului pentru studiul osciloscopic al circuitului RLC. Fig. 3.24. Regimurile capacitiv, inductiv și de rezonanță în circuitul RLC serie.

Studiul osciloscopic asupra circuitului serie RLC (fig. 3.23) arată că, pentru valori convenabile alese pentru L și C , efectul inductiv (i defazat în urmă față de u) poate să predomină sau, invers, i să prezinte o defazare înainte față de u , ceea ce înseamnă că în circuit predomină efectul capacitiv (fig. 3.24). Deci, în ceea ce privește defazajul dintre u și i , bobina are un efect antagonist față de acela al condensatorului.

Studiul teoretic al comportării circuitului RLC în curent alternativ confirmă rezultatele experimentale.

Ecuția tensiunilor instantanee pentru circuitul serie RLC este dată de legea lui Ohm:

$$u + \left(-L \frac{\Delta i}{\Delta t}\right) = \frac{q}{C} + R \cdot i,$$

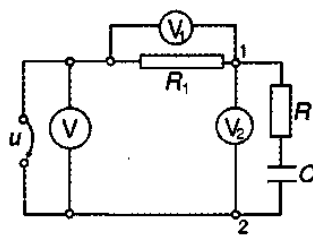


Fig. 3.20. Circuit pentru stabilirea regimului de rezonanță a circuitului RLC serie.

unde: u – tensiunea sursei de alimentare; $\left(-L \frac{\Delta i}{\Delta t}\right)$ – t.e.m. de autoinducție; $\frac{q}{C}$ – tensiunea

la bornele condensatorului; $R \cdot i$ – căderea de tensiune pe rezistor.

Știind că defazajul dintre u și i este exprimat prin unghiul φ , intensitatea instantanee a curentului prin circuitul cu elementele reactive, bobină și condensator, poate fi scrisă sub forma: $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$, cu $\varphi > 0$ dacă predomină aspectul inductiv și $\varphi < 0$ dacă predomină aspectul capacitiv. Sarcina electrică instantanee, q , a suprafeței armăturii condensatorului poate fi exprimată cu ajutorul lui i plecând de

la expresia: $i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$, de unde:

$$q = \frac{\sqrt{2}I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Cu această expresie pentru q și cunoscând că $\Delta i / \Delta t = \sqrt{2}\omega I \sin(\omega t - \varphi + \pi/2)$, ecuația tensiunilor poate fi scrisă sub forma:

$$U \sin \omega t = \omega L I \sin(\omega t - \varphi + \pi/2) - \frac{I}{\omega C} \sin(\omega t - \varphi + \pi/2) + R I \sin(\omega t - \varphi).$$

Construcția fazorială* dă pentru fazori modulele (fig. 3.27, a, b, c):

- pentru $\overline{OA}$: $RI = U_R$;
- pentru $\overline{AB}$: $\omega LI = U_L$;
- pentru $\overline{BC}$: $\frac{1}{\omega C} I = U_C$;
- pentru $\overline{OC}$: U .

În figura 3.25, a, b, c se observă că sunt posibile trei cazuri:

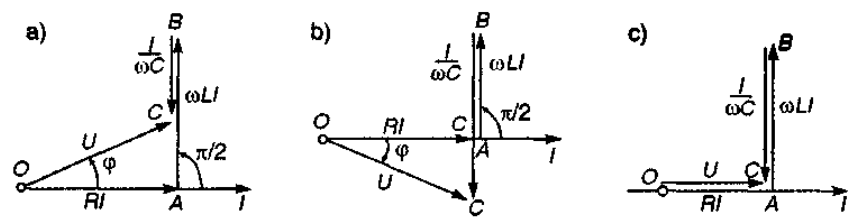


Fig. 3.25. Diagramele fazoriale ale circuitului RLC serie.

- a) dacă $U_L > U_C$, adică $\omega L > 1/\omega C$, efectul inductiv predomină față de cel capacitiv; intensitatea curentului este defazată în urmă față de tensiune, deci $\varphi > 0$;
- b) dacă $U_L < U_C$, adică $\omega L < 1/\omega C$, efectul capacitiv predomină față de cel inductiv; intensitatea curentului este defazată înainte față de tensiune, deci $\varphi < 0$;
- c) dacă $U_L = U_C$, adică $\omega L = 1/\omega C$, cele două efecte se compensează, $\varphi = 0$; este cazul numit *rezonanță*, care va fi analizat separat.

* În cele ce vor urma, la circuitele de curent alternativ, unghiul φ va reprezenta defazajul fazei tensiunii u înaintea intensității curentului i , mărime algebrică satisfăcând condiția $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Corespunzător, arcul de cerc care va indica unghiul φ va fi orientat spre fazorul tensiunii u .

Pentru $U_L \neq U_C$ (fig. 3.25, a, b) din triunghiul OAC rezultă:

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \text{ și } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \text{ sau:}$$

$$U = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \cdot Z \text{ și } \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}, \text{ } Z \text{ fiind impedanța circuitului serie RLC.}$$

Formula $U(V) = I(A) \cdot Z(\Omega)$ exprimă legea lui Ohm, în mărimi efective, pentru circuitul RLC serie.

3.2.6. Rezonanța circuitului serie RLC. Rezonanța tensiunilor

Dacă pentru un circuit serie RLC alimentat de la o sursă de tensiune efectivă U se aleg valori pentru L , C sau ω astfel încât $X_L = X_C$, adică:

$$\omega L = 1/\omega C, \quad (3.6)$$

circuitul RLC se află în regim de rezonanță.

În aceste caz, tensiunile la bornele bobinei, U_L , și ale condensatorului, U_C , opuse ca fază, devin egale și $U_L - U_C = 0$, iar defazajul dintre intensitatea curentului și tensiunea la bornele circuitului devine zero. Diagrama fazorială pentru rezonanța circuitului serie RLC capătă forma din figura 3.25, c. Rezonanța la circuitul serie, dată de relația (3.6), se mai numește și *rezonanța tensiunilor*. În condițiile rezonanței intensitatea curentului devine maximă, $I = U/R$, iar tensiunile efective la bornele bobinei și ale condensatorului devin maxime:

$$U_L = I X_L = \left(\frac{U \omega L}{R} \right)_{\omega=\omega_0} \text{ și } U_C = I X_C = \left(\frac{U}{\omega RC} \right)_{\omega=\omega_0}$$

Raportul notat cu Q :

$$Q = \left(\frac{U_L}{U} \right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U} \right)_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC},$$

care arată de câte ori este mai mare, la rezonanță, tensiunea la bornele bobinei sau condensatorului decât tensiunea generatorului, se numește *factor de supratensiune*, sau *factor de calitate*.

Valoarea ridicată a tensiunii de la bornele bobinei și ale condensatorului prezintă o particularitate extrem de interesantă a rezonanței serie. Însăși denumirea de „rezonanță de tensiune” subliniază creșterea tensiunii în regim de rezonanță.

În instalațiile industriale pentru transmisia și utilizarea energiei electrice în curent alternativ, apariția supratensiunilor poate să ducă la descărcări electrice între spirele bobinajelor sau armăturilor condensatoarelor, prin străpungerea materialelor izolante, și să dea naștere la deteriorări sau accidente.

În radiotehnică, rezonanța serie este utilizată pentru obținerea intensității curentului și a tensiunii maxime în circuit. De exemplu, circuitul de antenă al unei stații de emisie radio este întotdeauna serie, pentru a se obține în antenă un curent de intensitate maximă, deoarece în acest caz bătaia stației este, și ea, maximă.

Rezolvând ecuația (3.6) în raport cu ω , se obține:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0, \quad (3.7)$$

ceea ce înseamnă că, la rezonanță, perioada tensiunii alternative aplicată la bornele circuitului trebuie să fie:

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \text{ (formula lui Thomson),}$$

adică egală cu perioada de „oscilație proprie” $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ a circuitului.

Ținând cont de expresia pulsației la rezonanță (3.7) se obține:

$$\left(\frac{U_L}{U} \right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U} \right)_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

de unde rezultă că: $U_L = U_C \gg U$ dacă $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Definiție

Mărimea $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ are dimensiunile unei rezistențe și se numește *impedanța caracteristică* a circuitului serie. Relația de dependență între factorul de calitate, Q , și impedanța caracteristică, Z_0 , a unui circuit serie este:

$$Q = \frac{1}{R} Z_0.$$

Analogie mecanică. Circuitul RLC la bornele căruia se aplică o tensiune alternativă se comportă ca un sistem excitat. Sursa de t.e.m. alternativă are rolul de excitator, rezistența circuitului corespunzând frecării cu mediul în cazul pendulului elastic. Constanta pendulului, k , are ca echivalent pe $1/C$, iar masa pendulului, pe L . Sursa de t.e.m. alternativă întreține în circuitul RLC un curent alternativ cu aceeași perioadă ca cea a t.e.m., intensitatea curentului fiind dată de legea lui Ohm; circuitul funcționează, deci, în regim de *oscilații forțate*.

Dacă perioada t.e.m. este egală cu $2\pi\sqrt{LC}$, perioada de oscilație proprie a circuitului RLC, în circuit se produc oscilații de amplitudine mare ale electronilor de conducție, caracterizate prin tensiuni și intensități de curent mari. Sursa va debita o putere relativ mică, necesară numai pentru compensarea pierderilor de energie prin efect Joule datorate rezistenței circuitului, R . Generatorul și circuitul RLC pot fi asemănați cu un sistem de doi oscilatori cuplați în serie, funcționând în regim de rezonanță. Tot astfel se poate face să oscileze, la rezonanță, un pendul.

Pornind de la formula generală care exprimă legea lui Ohm pentru circuitul serie:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}},$$

se poate construi cu precizie graficul curbei variației intensității efective a curentului prin circuitul RLC în funcție de mărimile L , C sau ω , curbă care poate fi obținută calitativ și prin variația lui L sau a lui C în experimentul corespunzător montajului din figura 3.26. Maximul curbei (pentru $L = 1/\omega^2 C$) arată că, într-adevăr, cu cât rezistența circuitului este mai mică, cu

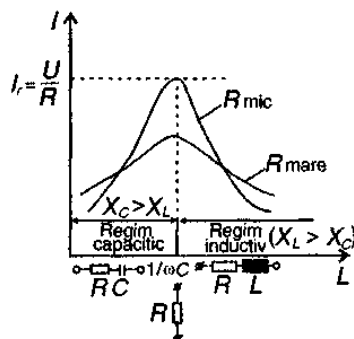


Fig. 3.26. Curba de rezonanță pentru circuitul RLC serie.

atât intensitatea curentului la rezonanță, I_p este mai mare. Curbele din figura 3.26 se numesc *curbe de rezonanță*, forma lor fiind asemănătoare celei care se obține la studiul rezonanței mecanice.

Circuitul serie RLC din figura 3.20, pentru care $R = 4 \Omega$, $L = 6,37 \text{ mH}$ și capacitatea condensatorului variabil fixată pentru $C = 159 \mu\text{F}$, este alimentat de un generator cu tensiunea efectivă $U = 120 \text{ V}$ și frecvența $\nu = 200 \text{ Hz}$.

1. Să se determine:
 - a) intensitatea curentului din circuit și tensiunile U_R , U_L , U_C ;
 - b) defazajul dintre intensitatea curentului și tensiunea la bornele circuitului;
 - c) valoarea capacității condensatorului variabil pentru care în circuit apare rezonanța;
 - d) factorul de supratensiune (factorul de calitate) al circuitului.
2. Este posibil să se înlocuiască bobina și condensatorul din circuitul inițial, cu o bobină echivalentă?

$$1. a) X_L = \omega L = 2\pi\nu L = 8 \Omega, X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} \approx 5 \Omega.$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{120}{\sqrt{16 + 9}} = 24 \text{ A};$$

$$U_R = R \cdot I = 4 \cdot 24 = 96 \text{ V}, U_L = X_L \cdot I = 8 \cdot 24 = 192 \text{ V};$$

$$U_C = X_C \cdot I = 5 \cdot 24 = 120 \text{ V}.$$

$$\text{Verificare (fig. 3.27): } U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 120 \text{ V}.$$

$$b) \tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{3}{4} = 0,75; \tan \varphi = 37^\circ.$$

$$c) \text{ La rezonanță } X_C = X_L, \text{ de unde } C_r = \frac{1}{\omega X_L} = \frac{1}{1256 \cdot 8} = 99,5 \mu\text{F}.$$

$$d) I_r = \frac{U}{R} = 30 \text{ A}; U_R = I_r \cdot R = 120 \text{ V}, U_L = I_r \cdot X_L = 240 \text{ V}, U'_C = I_r \cdot X'_C = 240 \text{ V}.$$

(La rezonanță U_L și U'_C sunt egale, iar U_L și U'_C sunt în opoziție de fază, astfel încât $U'_L - U'_C = 0$.)

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U'_C}{U} = 2.$$

2. Întrucât $U_L > U_C$, circuitul are caracter inductiv și totul se petrece ca și cum în circuit ar exista numai o bobină, cu inductanța echivalentă:

$$L_e = \frac{X}{\omega} = \frac{X_L - X_C}{\omega} = 2,4 \text{ mH}$$

(X este reactanța circuitului).

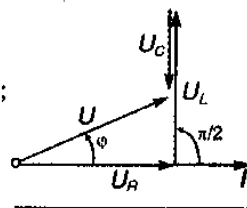


Fig. 3.27.

3.2.7. Circuitul paralel RLC în curent alternativ. Rezonanța curenților

Circuitul conține un rezistor cu rezistența R , o bobină cu inductanța L și un condensator cu capacitatea C , toate legate în paralel (în derivație) la o sursă de tensiune alternativă $u = \sqrt{2}U \sin \omega t$ (fig. 3.28, a). Prin cele trei ramuri ale circuitului se stabilesc curenți cu intensitățile:

$$i_R = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin \omega t, i_L = \frac{\sqrt{2}U}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), i_C = \frac{\sqrt{2}U}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Aplicând teorema I a lui Kirchhoff, intensitatea totală, care, în general, nu va fi în fază cu tensiunea aplicată, are expresia $i = i_R + i_L + i_C$.

Rezultă:

$$I \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U}{R} \sin \omega t + \frac{U}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{U}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (3.8)$$

La momentele $t_1 = 0$ și $t_2 = \pi/2\omega = T/4$, relația (3.8) devine:

$$I \sin \varphi = U \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right); I \cos \varphi = \frac{U}{R}. \quad (3.9)$$

Câtul acestor ultime două relații permite obținerea tangentei defazajului φ dintre tensiunea și intensitatea curentului total: $\tan \varphi = R \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega \right)$.

Ridicând relațiile (3.9) la pătrat și adunându-le se obține:

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right)^2}. \quad (3.10)$$

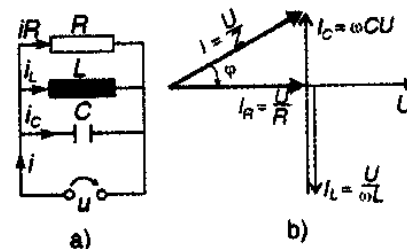


Fig. 3.28. Circuit RLC paralel: a) schema circuitului; b) diagrama fazorială.

Formula $U = I \cdot Z$, care exprimă legea lui Ohm, în valori efectivă, pentru circuitele de curent alternativ, permite stabilirea expresiei pentru impedanța circuitului RLC paralel. Astfel, din relația (3.10) rezultă:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right)^2}}.$$

Folosind relația (3.8) se poate construi diagrama fazorială a circuitului RLC paralel, considerând, ca fază origine, faza tensiunii aplicate u (fig. 3.28, b).

3.2.8. Rezonanța circuitului paralel. Rezonanța curenților

În montajul din figura 3.29, prin ridicarea sau coborârea miezului de fier M cu ajutorul șurubului S , se găsește poziția pentru care becul 1 se stinge sau luminează cu

intensitate minimă. Deplasarea miezului M în sus sau în jos, față de această poziție, face să scadă intensitatea luminii becului 2 sau 3 și să crească intensitatea luminii becului 1.

Considerând un circuit paralel LC (fig. 3.28, a), condiția de rezonanță $X_L = X_C$ impune anularea intensității curentului total:

$$I_{rez} = U \left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} \right) = 0.$$

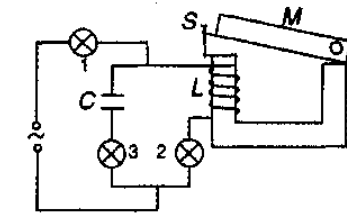


Fig. 3.29. Montaj pentru demonstrarea fenomenului de rezonanță în circuitul paralel.

Deci, impedanța circuitului la rezonanță tinde spre infinit*: $Z_{rez} = \frac{1}{\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}} \rightarrow \infty$,

pentru curenții care au frecvența corespunzătoare condiției $LC\omega_0^2 = 1$.

Rezultă:
$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Deși intensitatea curentului total este zero la rezonanță, totuși, în interiorul circuitului serie format din bobină și condensator, oscilează un curent de intensitate efectivă:

$$I' = U\omega_0 C = \frac{U}{\omega_0 L}.$$

Această situație este posibilă, deoarece curentul în bobină este totdeauna de sens contrar cu cel din ramura cu condensator (fig. 3.30, a și b).

Ridicarea miezului de fier M mai sus față de poziția pentru care se obține rezonanța paralel atrage modificarea reactanței ramurii L în sensul micșorării ei, $X_L < X_C$ și becul 2 va lumina mai intens decât becul 3. Invers, coborând miezul de fier M , $X_C < X_L$, becul 3 va lumina mai intens. În ambele cazuri, intensitatea curentului total I fiind mai mare decât I_{rez} , becul 1 va lumina.

Aceste considerații explică observațiile care rezultă din experimentul care demonstrează fenomenul de rezonanță paralel, numit și rezonanță curenților.

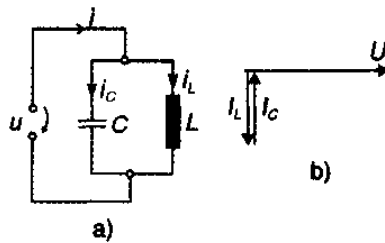


Fig. 3.30. Rezonanța circuitului LC paralel.

Problema rezolvată

Un circuit paralel RLC (fig. 3.30, a), alimentat cu o tensiune alternativă de valoare efectivă U și frecvență ν' , este parcurs de un curent total de intensitate efectivă minimă $I_{min} = 5$ A, bobina fiind parcursă de un curent de intensitate $I'_L = 5$ A. Care este valoarea efectivă a intensității curentului total I la o frecvență $\nu = 5 \nu'$?

* Practic, ea devine foarte mare, deoarece bobina prezintă și o rezistență activă.

Intensitatea curentului total are valoarea minimă când suma curenților prin condensator, I'_C , și prin bobina ideală, I'_L , este nulă, adică la rezonanță de curent. În acest caz, tot curentul debitat de generator trece prin rezistorul R , $I_{min} = I_R$ și $I'_C = I'_L = 5$ A. La mărirea frecvenței de cinci ori (decă $\omega = 5\omega'$), reactanța bobinei ideale devine $X_L = \omega L = 5\omega' L = 5X'_L$, iar reactanța capacitivă devine $X_C = 1/(\omega C) = 1/(5\omega' C) = 5X'_C$. Ca urmare,

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{1}{5} I'_L = 1 \text{ A}, \quad I_C = 5 I'_C = 25 \text{ A},$$

de unde rezultă intensitatea efectivă a curentului total:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{5^2 + 24^2} = \sqrt{25 + 576} \approx 24,5 \text{ A}.$$

În acest caz circuitul paralel prezintă un aspect capacitiv, deoarece $I_L < I_C$.

3.3. Puterea în curent alternativ

3.3.1. Puterea activă

Se știe că, în circuitele de curent continuu, puterea este dată de relația $P = U \cdot I$ și reprezintă energia disipată în unitatea de timp prin trecerea unui curent continuu de intensitate I printr-un circuit la capetele căruia este aplicată tensiunea continuă U .

În circuitele de curent alternativ, valoarea instantanee a puterii este dată de produsul dintre valorile instantanee ale tensiunii și intensității curentului electric:

$$p = u \cdot i = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi),$$

unde φ este defazajul dintre u și i . Folosind identitatea trigonometrică:

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)],$$

puterea instantanee se mai poate scrie sub forma:

$$p = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi - \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t - \varphi). \quad (3.11)$$

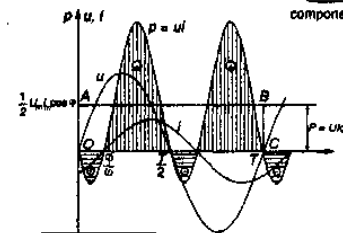


Fig. 3.31. Puterea instantanee și puterea medie într-un circuit de curent alternativ. Se observă că valorile medii pe o perioadă ale mărimilor u și i sunt nule. Valoarea medie p este însă diferită de zero, produsul $p = u \cdot i$ a două mărimi oscilatorii armonice nu mai reprezintă o mărime oscilatorie armonică.

În figura 3.31 sunt redată curbele intensității curentului, tensiunii și puterii. Ordonatele punctelor curbei, reprezentând puterea instantanee dată de expresia (3.11), sunt obținute prin înmulțirea ordonatelor respective ale punctelor diagramelor intensității curentului și tensiunii. Se observă că puterea instantanee poate să ia, la momente diferite, valori diferite, pozitive, negative sau nule.

Pentru a putea caracteriza un circuit în curent alternativ din punct de vedere al consumului mediu de energie în unitatea de timp, să căutăm să stabilim expresia puterii medii, $\bar{p}$, corespunzătoare unei perioade a curentului alternativ.

Diagrama variației puterii instantanee cu timpul arată că, pentru o perioadă, suprafețele hașurate situate deasupra liniei $\frac{1}{2}U_m I_m \cos \varphi$ umplu locurile rămase libere între abscisă și această linie și anulează domeniile negative (hașurate, sub axa abscisă). Ca urmare, energia absorbită în circuitul de curent alternativ, corespunzător unei perioade T , va fi egală cu aria dreptunghiului $OABC$ (fig. 3.31):

$$W = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi \cdot T.$$

De aceea, într-o perioadă, valoarea medie a puterii unui circuit de curent alternativ este egală cu componenta constantă a puterii instantanee p scrisă sub forma relației (3.11), adică:

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi = UI \cos \varphi.$$

Puterea medie sau puterea activă a circuitului de curent alternativ este egală cu produsul valorilor efective ale tensiunii și intensității curentului înmulțit cu cosinusul unghiului de defazaj între intensitatea curentului și tensiune:

$$P = UI \cos \varphi.$$

Factorul $\cos \varphi$ se numește factor de putere.

Din figura 3.25, a se obține $\cos \varphi = R/U$. Înlocuind în expresia puterii medii, obținem:

$$P = U_R \cdot I = I^2 R.$$

Puterea activă se măsoară în wați. Ea se regăsește, în circuit, sub formă de căldură (raportată la timp) sau sub formă de putere mecanică.

Expresia (3.11) a puterii instantanee arată că aceasta oscilează cu pulsația 2ω , în jurul valorii ei medii, care este puterea activă P (fig. 3.31). În momentele din decursul unei perioade când puterea primită, p , este negativă (adică, de fapt, este cedată sursei), energia câmpului electric al condensatorului sau a câmpului magnetic al bobinelor este parțial restituită sursei de alimentare.

3.3.2. Puterea reactivă

Prin înmulțirea cu I a mărimilor triunghiului fazoric al tensiunilor (fig. 3.25, a) se obține triunghiul asemenea (nefazoric) numit „triunghiul puterilor” (fig. 3.32). Cateta $P = U_R \cdot I = I^2 R$ reprezintă puterea activă. Cum $U_R = U \cos \varphi$, rezultă $P = UI \cos \varphi$.

Produsul $S = UI$ reprezintă valoarea maximă a puterii active la valori efective constante ale tensiunii și curentului și la defazaj variabil și se numește putere aparentă. Ea exprimă energia transferată circuitului în unitatea de timp, de către sursa de alimentare. Are unitatea de măsură voltamperul (VA).

Puterea reactivă se definește prin relația:

$$P_r = U_r I = UI \sin \varphi.$$

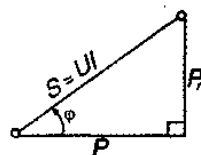


Fig. 3.32. Triunghiul puterilor.

Ea este folosită în inductor (bobină) și condensator pentru a se genera câmpul magnetic, respectiv electric, și se exprimă în voltamperi-reactivi (var)*.

Între puterea aparentă, puterea activă și puterea reactivă există relațiile:

$$P_r^2 + P^2 = S^2; P = S \cdot \cos \varphi; P_r = S \cdot \sin \varphi \text{ sau } P_r = P \cdot \tan \varphi$$

care se rețin ușor cu ajutorul triunghiului puterilor.

Probleme rezolvate

1. Un circuit serie de curent alternativ este alcătuit dintr-un bec cu rezistența $R_b = 20 \Omega$ și o bobină, având rezistența R și inductanța L . Dacă se aplică circuitului tensiunea cu valoarea efectivă $U = 100 \text{ V}$ având frecvența $\nu = 50 \text{ Hz}$, la bornele becului tensiunea este $U_b = 50 \text{ V}$, iar la bornele bobinei $U_L = 70 \text{ V}$. Să se determine:

- intensitatea curentului în circuit;
- rezistența bobinei;
- inductanța bobinei;
- puterile din bec și bobină;
- factorul de putere al circuitului și puterile activă, reactivă și aparentă din circuit.

În schema circuitului din figura 3.33, a, becul este reprezentat prin rezistorul r , iar bobina prin rezistorul R și bobina ideală L (desenată ca dreptunghi alungit și înegrit).

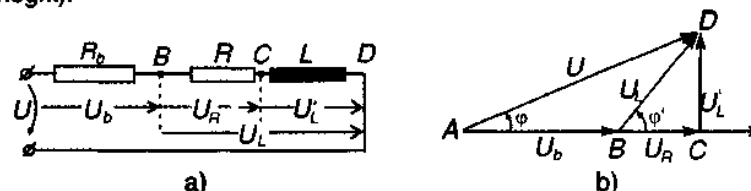


Fig. 3.33.

a) Din $U_b = R_b I$ rezultă intensitatea efectivă a curentului prin circuit:

$$I = \frac{U_b}{R_b} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ A}.$$

b) Diagrama fazorială a tensiunilor din circuit este dată în figura 3.33, b. Impedanța circuitului este $Z = U/I = 100/2,5 = 40 \Omega$, iar impedanța bobinei:

$$Z_L = U_L / I = 70 / 2,5 = 28 \Omega.$$

Pentru triunghiul ACD din diagrama fazorială se poate scrie:

$$U^2 = (U_b + U_R)^2 + (U_L')^2, \text{ iar pentru triunghiul } DCB:$$

$$U_L^2 = U_R^2 + (U_L')^2.$$

Prin eliminarea lui $(U_L')^2$ din ultimele două relații, se obține:

$$U_R = \frac{U^2 - U_b^2 - U_L^2}{2U_b}$$

sau

$$IR = \frac{I^2(Z^2 - R_b^2 - Z_L^2)}{2IR_b},$$

de unde, prin simplificare:

$$R = \frac{Z^2 - R_b^2 - Z_L^2}{2R_b} = \frac{40^2 - 20^2 - 28^2}{2 \cdot 20} = 10,4 \, \Omega.$$

c) Din triunghiul BCD rezultă impedanța bobinei;

$$Z_L^2 = X_L^2 + R^2 = L^2\omega^2 + R^2,$$

de unde:

$$L = \sqrt{\frac{Z_L^2 - R^2}{\omega^2}} = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{28^2 - (10,4)^2} \approx 0,082 \, \text{H} = 82 \, \text{mH}.$$

d) Puterea activă disipată în bec este $P_b = R_b \cdot I^2 = 20 \cdot 2,5^2 = 125 \, \text{W}$. Puterea activă disipată în bobină este $P_R = U_R \cdot I = RI^2$; $P_R = RI^2 = 65 \, \text{W}$. Puterea reactivă a bobinei, de fapt a circuitului serie, este $P_r = U_L' I = U_L I \sin \varphi'$. Dar:

$$\sin \varphi' = X_L / Z_L = 2\pi\nu L / Z_L = 100\pi \cdot 0,082 / 28 = 0,92,$$

deci $P_r = 70 \cdot 2,5 \cdot 0,92 = 161 \, \text{var}$. Puterea aparentă pentru bobină este:

$$S = U_L \cdot I = 70 \cdot 2,5 = 175 \, \text{VA}.$$

e) Factorul de putere al circuitului se calculează din triunghiul ADC:

$$\cos \varphi = \frac{U_b + U_R}{U} = \frac{R_b + R}{Z} = \frac{20 + 10,4}{40} = 0,76.$$

Puterile din circuit sunt:

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 2,5 \cdot 0,76 = 190 \, \text{W};$$

$$P_r = UI \sin \varphi = U_L' I \sin \varphi' = X_L I^2 = 161 \, \text{var};$$

$$S = UI = 100 \cdot 2,5 = 250 \, \text{VA}.$$

2. Un circuit paralel este format dintr-un rezistor de rezistență $R = 1 \, \text{k}\Omega$, o bobină cu inductanța $L = 25 \, \mu\text{H}$ și un condensator variabil (fig. 3.34). Circuitul este alimentat de la un generator de curent alternativ de frecvență fixă ($\nu = 1 \, \text{mHz}$), care debitează – indiferent de impedanța circuitului exterior – un curent de intensitate efectivă $I = 50 \, \text{mA}$. Să se determine:

a) capacitatea condensatorului variabil, C_a , pentru care se realizează rezonanța curenților și puterea activă disipată în circuit în acest caz;

b) raportul $(C_2 - C_1)/C_a$, unde C_1 și C_2 sunt capacitățile condensatorului variabil pentru care puterea scade la jumătate din valoarea corespunzătoare rezonanței.

(Concurs de admitere, Facultatea de fizică, 1979.)

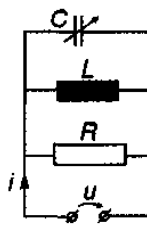


Fig. 3.34.

a) $C_a = \frac{1}{L\omega^2} \approx 1,01 \, \text{nF}.$

Circuitul fiind în cazul rezonanței, $I_L = I_C$, puterea disipată pe rezistorul R este maximă:

$$P_{\text{rez}} = U \cdot I = I^2 R = 2,5 \, \text{W}.$$

$$\text{b) } P = \frac{1}{2} P_{\text{rez}}.$$

$$P = U \cdot I \cos \varphi = U \cdot I_R = R \cdot I_R^2.$$

Ținând cont de relația dintre expresiile celor două puteri, obținem:

$$I_R^2 = \frac{I^2}{2} \Rightarrow I^2 = 2I_R^2.$$

$$\text{Dar: } I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2.$$

$$\text{Deci: } I_R = \pm(I_L - I_C) \text{ sau } \frac{U}{R} = \pm \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) U;$$

$$\text{de aici se obține: } C_{1,2} = \frac{1}{\omega^2 L} \mp \frac{1}{\omega R}.$$

$$\text{Rezultă: } \frac{C_2 - C_1}{C_a} = \frac{2L\omega}{R} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^6}{10^2} = 0,314.$$

3. Se consideră circuitele din figura 3.35, a și b. Ce valori trebuie să aibă rezistența R_p și capacitatea C_p în cazul elementelor circuitului din figura 3.35, b, cunoscând că $R_s = 5 \, \Omega$, $C_s = 159 \, \mu\text{F}$ și $\nu = 200 \, \text{Hz}$, pentru ca cele două circuite să fie echivalente?

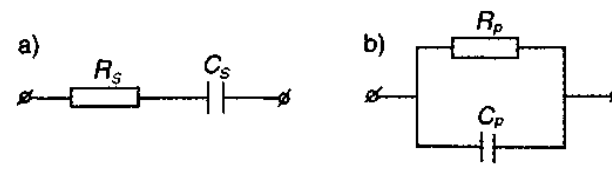


Fig. 3.35.

Circuitele RC serie și RC paralel sunt echivalente dacă puterile lor, activă și reactivă, au aceleași valori. Astfel, pentru determinarea lui C_p , se scrie egalitatea dintre puterea reactivă pentru circuitul RC serie și cea pentru circuitul RC paralel:

$$X_s I^2 = X_p I_p^2 \text{ sau } \frac{U^2}{Z_s^2} X_s = \frac{U^2}{X_p^2} X_p.$$

După operația de simplificare se obține:

$$\frac{1}{\omega C_p} = \frac{R_s^2 + \left(\frac{1}{\omega C_s} \right)^2}{\frac{1}{\omega C_s}}.$$

de unde rezultă:

$$C_p = \frac{1}{\omega \left(R_s^2 + \left(\frac{1}{\omega C_s} \right)^2 \right)} = 80 \mu F.$$

Pentru determinarea lui R_p se pornește de la expresia egalității pentru puterile active ale circuitelor RC serie și RC paralel:

$$R_s I^2 = R_p I_p^2 \text{ sau } R_s \frac{U^2}{Z_s^2} = R_p \frac{U^2}{R_p^2},$$

de unde rezultă:

$$R_p = \frac{Z_s^2}{R_s} = \frac{R_s^2 + \frac{1}{C_s^2 \omega^2}}{R_s} = 10 \Omega.$$

4. Instalația electrică a unei fabrici absoarbe pentru instalația de iluminat o putere $P_1 = 20 \text{ kW}$ (instalația de iluminat se consideră rezistivă), iar pentru instalația de forță, puterea $P_2 = 200 \text{ kW}$ la un $\cos \varphi_2 = 0,8$. Instalația primește energia de rețea printr-o linie de racord de lungime $l = 1000 \text{ m}$, conductorii liniei având rezistența pe unitate de lungime $R' = 10^{-2} \Omega/\text{km}$. Tensiunea de alimentare este $U = 380 \text{ V}$. Să se calculeze pierderea de putere pe linia de racord.

Pierderea de putere pe linia de racord, cu $R_l = R' \cdot 2l$ este:

$$\Delta P = R_l I^2 = \frac{R_l S^2}{U^2} = R_l \frac{P^2 + P_r^2}{U^2},$$

$$\text{unde } P_r = P_2 \tan \varphi_2 = 200 \cdot 10^3 \cdot \frac{0,6}{0,8} = 150 \cdot 10^3 \text{ var.}$$

$$P = P_1 + P_2 = 220 \cdot 10^3 \text{ W, iar } R_l = R' \cdot 2l = 2 \cdot 10^{-2} \Omega.$$

$$\text{Rezultă: } \Delta P = 2 \cdot 10^{-2} \frac{220^2 + 150^2}{380^2} 10^6 = 9819,94 \text{ W.}$$

• Prin rezolvarea acestei probleme se explică de ce pierderile de putere ΔP pe liniile de alimentare cu energie electrică pot fi cu atât mai mici cu cât P este mai mic și U mai mare; de aici și necesitatea îmbunătățirii factorului de putere, $\cos \varphi$, iar în cazul transmisiei energiei electromagnetice la distanță – folosirea transformatoarelor electrice.

5. Pentru circuitul din figura 3.36, a se cunosc următoarele mărimi: $U = 60 \text{ V}$, $R_1 = 8 \Omega$, $X_L = 6 \Omega$, $X_C = 4 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$. Să se determine:

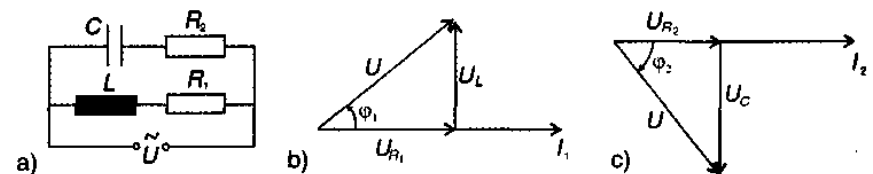


Fig. 3.36.

- intensitatea curentului din fiecare latură a circuitului;
- puterile activă și reactivă corespunzătoare;
- expresia frecvenței de rezonanță.

a) Din diagrama fazorială a laturii inductive ($\varphi_1 > 0$) (fig. 3.36, b), se obțin:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = 10 \Omega, I_1 = \frac{U}{Z_1} = 6 \text{ A}, \cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = 0,8, \sin \varphi_1 = \frac{X_L}{Z_1} = 0,6,$$

$$\varphi_1 = 36^\circ 52' 11''; P_1 = U I_1 \cos \varphi_1 = 216 \text{ var.}$$

Din reprezentarea fazorială a laturii capacitive ($\varphi_2 < 0$) (fig. 3.36, c), se obțin:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = 5 \Omega, I_2 = \frac{U}{Z_2} = 12 \text{ A}, \sin \varphi_2 = \frac{-X_C}{Z_2} = -0,8;$$

$$\cos \varphi_2 = 0,6; P_2 = U I_2 \cos \varphi_2 = 432 \text{ W}; P_r = U I_2 \sin \varphi_2 = -576 \text{ var.}$$

b) Din diagramele fazoriale de laturi reunite se obține diagrama fazorială a întregului circuit (fig. 3.36, d), din care se obțin relațiile pentru componenta activă, $I \cos \varphi$, și componenta reactivă, $I \sin \varphi$, a intensității curentului total:

$$I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2$$

$$I \sin \varphi = I_2 \sin \varphi_2 - I_1 \sin \varphi_1$$

relații care permit obținerea următoarelor valori;

$$I = 13,4 \text{ A}; \cos \varphi = 0,893; \sin \varphi = -0,45; \varphi =$$

$$= 26^\circ 44' 37''; P = U I \cos \varphi = 718 \text{ W};$$

$$P_r = U I \sin \varphi = -362 \text{ var.}$$

c) Condiția de rezonanță impune $\varphi = 0$, adică anularea componentei reactive a intensității curentului total, $I \sin \varphi$. De unde, urmare a calculului:

$$I_1 \sin \varphi_1 = I_2 \sin \varphi_2, \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + L^2 \omega^2}} \frac{L \omega}{\sqrt{R_1^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}} \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}},$$

$$\omega^2 L C (R_2^2 C - L) = R_1^2 C - L,$$

se obține, în final:

$$\omega_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}}.$$

Întrebări și probleme propuse *

- Să se explice, din punct de vedere electronic, de ce condensatorul întrerupe circuitul de curent continuu și îl închide pe cel de curent alternativ.
- Care este puterea activă a unui circuit de curent alternativ format dintr-o bobină și un condensator, ambele ideale?

Primele 7 subiecte se pot constitui într-un test de evaluare cu 6 subiecte rezolvate (din cele 7) la alegere, pentru nota 10!

3. La un generator de curent alternativ cu tensiunea la borne de 10 V se conectează un circuit serie format dintr-un condensator de capacitate $15,91 \mu\text{F}$ ($= 5/\pi \cdot 10^{-5} \text{ F}$) și o bobină cu inductanța 636,6 mH și rezistența 40 Ω . Să se determine:
- intensitatea curentului din circuit, dacă frecvența curentului alternativ este 100 Hz;
 - frecvența curentului alternativ pentru care are loc rezonanța tensiunilor;
 - intensitatea curentului din circuit;
 - factorul de calitate al circuitului.

R: a) 33 mA; b) 50 Hz; c) 250 mA; d) 5.

4. Un circuit serie, format dintr-o bobină de inductanță 95,5 mH și rezistență 16 Ω și un condensator de capacitate 177 μF , este alimentat la o rețea de alimentare cu tensiunea de 220 V și frecvența 50 Hz. Să se calculeze:
- impedanța circuitului;
 - intensitatea curentului prin circuit;
 - factorul de putere al circuitului;
 - puterile activă, reactivă și aparentă.

R: a) 20 Ω ; b) 11 A; c) 0,8; d) 1936 W, 1452 var, 2420 VA.

5. Să se determine schema electrică a circuitului pentru care a fost ridicată diagrama fazorială din figura 1.

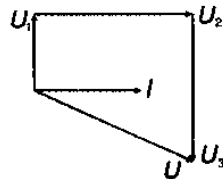


Fig. 1.

6. În schema din figura 2, a: $C_1 = 1,6 \mu\text{F}$, $C_2 = 0,4 \mu\text{F}$, $L_1 = 69 \text{ mH}$, $L_2 = 0,11 \text{ H}$, $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$ și

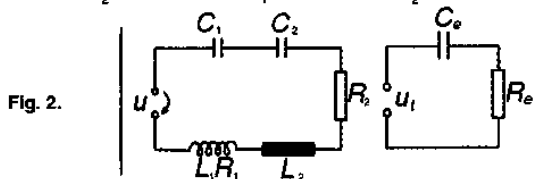


Fig. 2.

frecvența tensiunii de alimentare $\nu = 400 \text{ Hz}$. Să se calculeze valorile C_e și R_e din schema echivalentă simplificată din figura 2, b.

R: $C_e = 0,5 \mu\text{F}$, $R_e = 600 \Omega$.

7. Unui circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența 3 Ω și o bobină cu inductanța 12,7 mH i se aplică o tensiune de 100 V și 50 Hz. Să se scrie expresiile pentru valorile instantanee ale intensității curentului, tensiunii la bornele rezistorului și tensiunii la bornele bobinei.

R: $i = 24,33 \sin(314t - 53^\circ 03' 36'')$ (A); $U_R = 85 \sin(314t - 53^\circ 03' 36'')$ (V); $U_L = 113 \sin(314t + 36^\circ 56' 24'')$ (V).

8. Un circuit de curent alternativ este alimentat de două surse de tensiune legate în serie, având la borne tensiunile $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ și $u_2 = U_{2m} \sin(\omega t + \phi_0)$. Cunoscând că $U_{2m} = 100 \text{ V}$, $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$ și $\phi_0 = 30^\circ$, să se calculeze amplitudinea și faza tensiunii totale aplicate circuitului.

R: 155 V; $\omega t + 18^\circ 50' 40''$.

9. Un circuit serie cu $R = 1000 \Omega$, $L = 0,4 \text{ H}$ și $C = 0,2 \mu\text{F}$ este alimentat de la un generator de tensiune alternativă a cărei frecvență poate fi variată. Pentru ce valori ale frecvenței generatorului intensitatea curentului este defazată cu $\pi/4$ față de tensiunea de alimentare? Discuția rezultatelor.

R: 398 Hz; 796 Hz.

10. O instalație de curent alternativ, funcționând sub tensiunea de 220 V, absoarbe o putere activă de 2 kW, sub un factor de putere 0,8 inductiv ($\phi > 0$). Se cer:
- rezistența instalației;
 - reactanța instalației;
 - puterea reactivă absorbită;
 - puterea aparentă.

R: a) 15,5 Ω ; b) 11,65 Ω ; c) 1,5 kvar; d) 2,5 kVA.

11. Un circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența 2 Ω , o bobină cu inductanța 0,16 H și un condensator cu capacitatea 60 μF este alimentat cu o tensiune de 220 V, cu frecvența 200 Hz. Se cer:
- intensitatea curentului prin circuit;
 - frecvența pentru care apare rezonanța;
 - tensiunea la bornele elementelor reactive în regim de rezonanță.

R: a) 1,18 A; b) 50 Hz; c) 5500 V.

12. Frecvența de rezonanță a unui circuit serie format dintr-un condensator și o bobină este de 4 kHz. Rezistența bobinei este de 10 Ω . Să se calculeze inductanța bobinei.

R: 10^{-2} H .

13. Menținând aceeași tensiune la bornele unei bobine, $U = 20 \text{ V}$, se modifică frecvența acestei tensiuni. La frecvența $\nu = 50 \text{ Hz}$, intensitatea curentului prin bobină este $I_1 = 12 \text{ A}$, iar la frecvența $\nu_2 = 2\nu_1$, $I_2 = 8 \text{ A}$. Să se calculeze inductanța și rezistența bobinei.

R: 37,57 mH; 14 Ω .

14. Un cadru dreptunghiular cu aria suprafeței de 100 cm^2 este bobinat cu 20 spire de rezistență neglijabilă. Cadru se rotește uniform în jurul axului său de simetrie într-un câmp magnetic uniform de 1 T, perpendicular pe axul de rotație. La bornele cadrului se conectează un bec, de putere 12 W la tensiunea de 12 V, în serie cu o bobină având rezistența 10 Ω și inductanța 0,1 H. Se cer:

- numărul de rotații pe secundă pentru ca becul să funcționeze la valorile nominale de putere și tensiune;
- defazajele între intensitatea curentului și tensiunea la bornele bobinei și la bornele circuitului.

(Concurs de admitere, Facultatea de fizică, 1977)

R: a) 35 Hz; b) $65^\circ 33' 21''$; 45° .

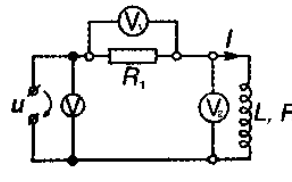


Fig. 3.

15. Voltmetrele din montajul din figura 3 indică tensiunile efective $U = 149 \text{ V}$, $U_1 = 50 \text{ V}$ și $U_2 = 121 \text{ V}$, frecvența tensiunii sinusoidale fiind $\nu = 50 \text{ Hz}$. Cunoscând că $R_1 = 5 \Omega$, să se calculeze rezistența și inductanța bobinei.

R: 5,06 Ω ; 34,9 mH.

16. Un circuit serie format dintr-un rezistor R și un condensator C are factorul de putere 0,6. Să se calculeze factorul de putere al circuitului format din aceleași elemente RC montate în paralel, pentru aceeași frecvență a tensiunii de alimentare.

R: 0,8.

17. * Un circuit paralel (fig. 3.36, a), format dintr-un condensator variabil, o bobină ideală de inductanță 100 μH și un rezistor de rezistență 10 Ω , este alimentat de un generator de curent alternativ de frecvență 10 kHz, asigurând o valoare efectivă constantă de 20 mA a intensității totale a curentului. Să se deducă:

- valoarea maximă a puterii disipate în rezistor;
- capacitatea condensatorului pentru care puterea disipată în rezistor este maximă;
- capacitățile condensatorului variabil, C_1 și C_2 , pentru care puterea disipată în rezistor este egală cu jumătate din puterea maximă.

(Concurs de admitere, Institutul Politehnic București, 1975).

R: a) 4 mW; b) 2,52 μF ; c) 0,94 μF ; 4,12 μF .

* Problemă având grad de dificultate ridicat.

3.4. Transformatorul și aplicațiile lui

3.4.1. Principiul transformatorului

O problemă importantă a electroenergeticii este transportul cu pierderi cât mai mici a energiei electrice de la locul de producere la consumatori, pe distanțe mari. Pentru o anumită putere electrică de transportat ($P = UI$), randamentul este cu atât mai mare, cu cât intensitatea curentului, I , este mai mică și, ca urmare, tensiunea curentului, U , este mai mare.

În centralele electrice tensiunea produsă de alternatoare este 6–20 kV. Transportul economic necesită tensiuni foarte înalte, între 35 kV și 400 kV. La locul de utilizare, însă, energia electrică a curentului electric trebuie să aibă o tensiune joasă, pentru a nu fi periculoasă folosirea lui curentă. Este necesară, deci, modificarea (transformarea) curentului electric de o anumită tensiune în curent electric de altă tensiune. Această problemă se rezolvă simplu și economic numai în cazul curentului alternativ, cu ajutorul transformatorului.

Transformatorul este un aparat static bazat pe fenomenul inducției electromagnetice; el primește putere electrică, în curent alternativ, la o tensiune U_1 și o intensitate I_1 aplicată unui circuit numit *primar* și o redă, cu aceeași frecvență, la o tensiune U_2 și o intensitate I_2 , la bornele unui circuit numit *secundar* (fig. 3.37).

Definiție

Transformatorul permite, deci, transformarea unei valori a tensiunii în altă valoare de tensiune, transformare necesară pentru transportul (transferul) și distribuția cu pierderi minime de energie electrică în curent alternativ.

Exemplu

La bornele circuitului primar al unui transformator se aplică, de la un alternator, tensiunea de 6000 V; acesta poate da în secundar o tensiune de 120000 V, deci o tensiune de douăzeci de ori mai mare. Această tensiune se aplică unei linii de transport. Pentru o putere în linie egală cu cea furnizată de alternator, intensitatea curentului va fi de douăzeci de ori mai mică, deci pierderile prin efect Joule de 400 ori mai mici, de unde rezultă posibilitatea unui transport economic de energie electrică la distanțe mari prin conductoare subțiri.

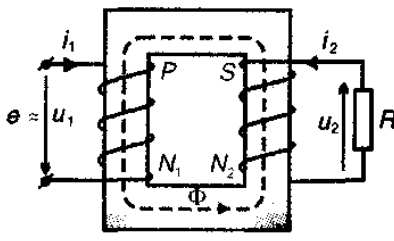


Fig. 3.37.

Acest exemplu arată că utilizarea transformatorului la transportul energiei electrice de la locul de producere la consumatori permite reducerea atât a pierderilor de energie cât și a cantității de metal necesare pentru fabricarea conductoarelor care formează linia de transport.

3.4.2. Construcția și funcționarea transformatorului monofazat

Transformatorul monofazat se compune dintr-un cadru (miez) de fier, care reprezintă un circuit magnetic închis, format din tole cu grosimea de 0,3–0,5 mm, izolate între ele cu lac sau hârtie, împiedicându-se astfel formarea curenților induși (curenți Foucault) de intensitate mare. Tolele se fac dintr-un aliaj de fier cu circa 1,5–4% Si, numit ferosiliciu, în care pierderile de energie sunt minime atunci când, la inversarea alternativă a magnetizării, energia electrică se disipă sub formă de căldură (fenomenul de histerezis). Pe cadru se bobinează două înfășurări (bobine) din sârmă de cupru. Rolul cadrului de fier este de a realiza un cuplaj magnetic strâns între aceste înfășurări, prin concentrarea liniilor câmpului magnetic, și de a mări fluxul magnetic (fierul are $\mu_r \gg 1$) prin spirele celor două circuite. Circuitul secundar este generatorul de tensiune în linia de întreținere. Același circuit de la două transformatoare identice poate fi numit primar sau secundar, după cum se găsește la capătul liniei de unde se furnizează energie electrică sau la capătul liniei receptoare de energie electrică.

Să presupunem că ambele circuite ale transformatorului sunt înfășurate în același sens, având N_1 și respectiv, N_2 spire și, că transformatorul funcționează în gol ($i_2 = 0$, adică circuitul secundar este fără consumator). Dacă se aplică transformatorului tensiunea alternativă u_1 (de valoare efectivă U_1), în primar apare curentul de intensitate i_1 (de valoare efectivă I_1), care dă naștere fluxului magnetic alternativ cu valoarea instantanee $\Phi = \Phi_m \cos \omega t$.

Acest flux variabil care străbate spirele ambelor înfășurări face să apară, în cele N_1 spire ale primarului, o t.e.m. de autoinducție (3.2):

$$e_1 = -N_1 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = N_1 \omega \Phi_m \sin \omega t,$$

iar în secundar:

$$e_2 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = N_2 \omega \Phi_m \sin \omega t.$$

Prin împărțire rezultă:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (3.12)$$

Conform legii lui Ohm aplicată circuitului primar, suma dintre tensiunea de alimentare, u_1 , și t.e.m. de autoinducție, e_1 , trebuie să fie egală cu căderea de tensiune în primar:

$$u_1 + e_1 = R_1 i_1,$$

unde R_1 este rezistența primarului.

De obicei, valoarea lui R_1 este mică și produsul $R_1 i_1$ poate fi neglijat, astfel că $e_1 \approx -u_1$.

Semnul minus arată că t.e.m. de autoinducție, e_1 , este în opoziție de fază cu tensiunea rețelei de alimentare a transformatorului, u_1 .

La funcționarea în gol a transformatorului, t.e.m. e_2 este egală cu tensiunea u_2 la bornele secundarului: $e_2 = u_2$. Prin împărțire, se obține:

$$\frac{e_1}{e_2} = -\frac{u_1}{u_2} \quad (3.13)$$

Din relațiile (3.12) și (3.13) rezultă că t.e.m. e_1 și e_2 sunt în fază, iar tensiunile u_1 și u_2 sunt în opoziție de fază (semnul minus din fața raportului u_1/u_2 indică această defazare de π radiani). Tot din relații scrise în valoare absolută, rezultă și relația dintre valorile efective ale mărimilor alternative e_1 , e_2 , u_1 și u_2 :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = K. \quad (3.14)$$

Definiție

Raportul tensiunilor la bornele înfășurărilor, la mersul în gol al transformatorului, notat cu K , se numește *raportul de transformare al transformatorului*.

Dacă $K < 1$, $U_1 < U_2$, transformatorul poartă denumirea de *transformator ridicător de tensiune*, iar dacă $K > 1$, $U_1 > U_2$, el se numește *coborător de tensiune*. Când $K = 1$, $U_1 = U_2$, transformatorul servește la separarea electrică a circuitelor, ele rămânând cuplate prin câmp magnetic, deci cuplate inductiv.

Dacă la bornele secundarului se conectează un consumator rezistiv de rezistență R_s , prin circuitul secundar va apărea curentul de intensitate i_2 . În acest caz, $e_2 \approx u_2$, deoarece apare căderea de tensiune pe sarcină: $R_s i_2$. În condiții normale (nominale) de funcționare, diferența $e_2 - u_2$ este mică, deoarece și pierderile Joule în secundarul transformatorului sunt mici. Se poate deci considera că, practic, puterea din primar, P_1 , și cea din secundar, P_2 , sunt egale: $P_1 = P_2$, sau $U_1 I_1 = U_2 I_2$, de unde:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = K.$$

Așadar, când crește sarcina transformatorului, adică crește I_2 , crește și intensitatea curentului prin circuitul primar I_1 ; este firesc, deoarece puterea furnizată în secundar crește, deci trebuie să crească și puterea absorbită de primar de la rețeaua de alimentare. Invers, la scăderea puterii în secundar scade puterea absorbită de primar. În transformatoarele de putere mare folosite în rețeaua trifazată a stațiilor de transformare, în centralele electrice, în diferite instalații industriale au loc pierderi destul de mari prin efect Joule; acestea sunt răcite în cuve de ulei, care conțin și țevi de răcire.

3.4.3. Randamentul transformatorului

Randamentul transformatorului se definește ca raportul dintre puterea activă furnizată de secundar, P_2 , și puterea activă primită de către primar de la rețeaua de alimentare, P_1 . Diferența $P_1 - P_2$ reprezintă puterea pierdută în transformator, care se compune din pierderile prin efect Joule în înfășurările transformatorului, numite *pierderi în cupru* $P_{cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$, și pierderile prin histererez și curenti turbionari în cadrul de fier, numite *pierderi în fier*, P_{fe} . Deci expresia randamentului este:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (3.15)$$

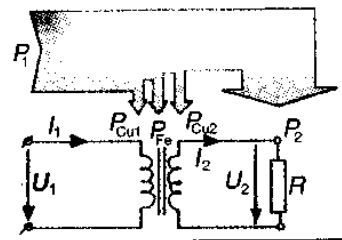


Fig. 3.38.

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{cu} + P_{fe}}. \quad (3.16)$$

Randamentul trece printr-un maxim când $P_{cu} = P_{fe}$, deoarece o sumă de doi termeni variabili cu produs constant, $(P_{cu} + P_{fe})$, are valoare minimă când termenii sunt egali.

Deoarece transformatoarele nu au piese în mișcare, ele nu au pierderi de energie prin frecări și funcționează cu randamente mai mari decât ale mașinilor electrice rotative, atingând chiar 99% în cazul transformatoarelor de puteri foarte mari. În figura 3.38 se reprezintă bilanțul puterilor active într-un transformator în sarcină (un transformator care are conectat un receptor de curent alternativ la bornele secundarului).

3.4.4. Aplicațiile transformatorului

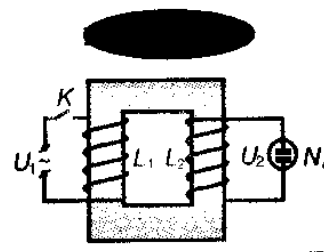


Fig. 3.39.

a) Ridicarea tensiunii. Cu ajutorul trusei didactice „Set de bobine cu miez de fier” se realizează un transformator care să aibă o bobină (L_1) de 180 de spire în primar și a doua (L_2) de 6000 de spire în secundar. Primarul se alimentează la tensiunea $U_1 = 24$ V c.a. de la alimentatorul pentru experiențe de electricitate. În circuitul secundarului se conectează un bec cu Ne (fig. 3.39). La închiderea circuitului primar, cu ajutorul întrerupătorului

K , se obține în secundar o tensiune $U_2 \approx 800$ V, iar becul cu neon luminează. Conectat direct la bornele primarului, becul nu luminează, tensiunea U_1 fiind mai mică decât cea necesară. Deci $U_2 > U_1$, transformatorul fiind *ridicător de tensiune*.

b) Coborârea tensiunii. În montajul din figura 3.40 primarul transformatorului introdus pe o latură a cadrului de fier, are 180 de spire, iar secundarul introdus pe cealaltă latură a cadrului, are 12 spire. Secundarul se închide prin beculețul B de 1,5 V. La închiderea întrerupătorului K , beculețul luminează normal, deși, conectat la tensiunea din primar, $U_1 = 24$ V, s-ar fi ars imediat. În același montaj se înlocuiește bobina de 12 spire, cu alta de 6 spire și se închide circuitul secundar printr-un fir de liță. La închiderea întrerupătorului se observă cum firul se înroșește. Tensiunea a coborât de 30 de ori, iar intensitatea curentului în secundar a crescut de același număr de ori, ceea ce duce la înroșirea și topirea, în cele din urmă, a firului.

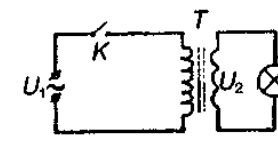


Fig. 3.40.

c) Transportul energiei electrice la distanță. Principiul acestui transport poate fi demonstrat realizând montajul din figura 3.41. U_1 ar reprezenta tensiunea alternatorului din centrala electrică (în cazul acestui experiment, tensiunea de 220 V de la rețea). T_1 este transformatorul ridicător de tensiune (L_1 de 600 de spire, L_2 de 12000 de spire), iar T_2 este transformatorul coborător de tensiune la centrul consumator (L'_1 de 12000 de spire, L'_2 de 600 de spire). B_1 este un bec de 220 V și reprezintă

consumatorul. Firele de legătură între T_1 și T_2 , foarte subțiri și lungi de câțiva metri, alcătuiesc linia de transport. Unul dintre fire este întrerupt 1–2 mm pe porțiunea A–B, astfel încât să formeze un descărcător. La închiderea circuitului primar sarcina scânteie între A și B, dovedind că pe linia de transport tensiunea este mare (~ 4000 V), iar becul luminează normal, ca la 220 V.

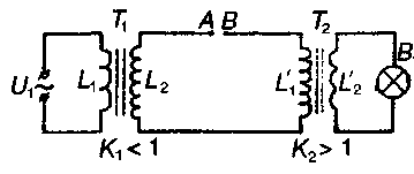


Fig. 3.41.

De fapt, energia electrică este transmisă prin liniile de transport, de la centralele electrice în centralele de distribuție, folosind curentul trifazat. De la aceste centre, energia ajunge la consumator prin rețele de distribuție.

În centrale se generează tensiuni înalte, de 6–20 kV. De aici, după ridicarea tensiunii cu ajutorul transformatorului, energia electrică a sistemului electric trifazat se transportă la distanțe mari, cu pierderi reduse, prin liniile de transport sub tensiuni foarte înalte, valorile intermediare cele mai folosite fiind cele de 110 kV, 220 kV și 400 kV.

În apropierea centrului de distribuție se coboară tensiunea la 35 kV, de exemplu, tot cu ajutorul transformatorului, în stația principală de transformare.

Uterior, se coboară din nou tensiunea de transformare secundară, de unde se obțin tensiuni de 3 kV până la 10 kV și apoi tensiuni joase de ordinul sutelor de volți. De aici, folosind rețelele de distribuție trifazate, de obicei cu fir neutru, energia electrică a curentului electric alternativ este dată consumatorilor sub tensiuni cu valorile cunoscute $U_1/U_2 = 380/220$ V. În uzine și fabrici se folosește pentru acționarea mașinilor-unelte rețeaua trifazată în triunghi, cu tensiunea de linie $U_1 = 380$ V, în timp ce pentru locuințe se folosește tensiunea de fază $U_2 = 220$ V a dispoziției în Y cu fir neutru (fig. 3.42).

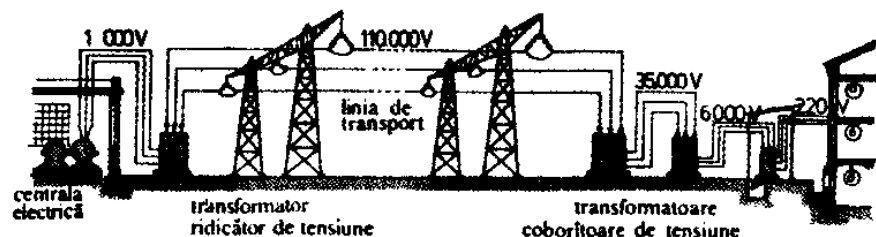


Fig. 3.42.

Liniile de transport se întind pe distanțe mari și sunt linii aeriene. În orașe, rețelele de distribuție ale energiei electrice sunt rețele subterane.

Se consideră două transformatoare identice având fiecare raportul de transformare $K = 1/3$. Primarul unuia dintre transformatoare se leagă în serie cu secundarul celui alt transformator, iar bornele libere se conectează la o rețea de alimentare cu tensiunea efectivă $U = 220$ V. Secundarul primului transformator se leagă în serie cu primarul transformatorului al doilea. Să se calculeze tensiunea electrică U' la bornele acestui circuit.

Legarea în serie, descrisă în problemă, a circuitelor celor două transformatoare identice, duce la formarea unui sistem de transformatoare cu funcționare în gol (fig. 3.43, a, b), pentru care există următoarea relație între valorile efective ale t.e.m. de autoinducție E_1 , E_2 și tensiunea de alimentare U :

$$E_1 + E_2 = U. \quad (3.17)$$

Tensiunea electromotoare de autoinducție dintr-o înfășurare, E , este proporțională cu numărul de spire ale înfășurării, N , și cu viteza de variație a fluxului inducției magnetice printr-o spirală a înfășurării, $\Delta\Phi/\Delta t$. Dar Φ este și el proporțional cu N , deci $E \sim N^2$. Urmează că $E_1 \sim N_1^2$, $E_2 \sim N_2^2$ și

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} = K^2. \quad (3.18)$$

Din (3.17) și (3.18) se obțin relațiile:

$$E_1 = \frac{K^2}{1+K^2} U \text{ și } E_2 = \frac{K^2}{1+K^2} U.$$

Tensiunile efective la capetele înfășurărilor ce alcătuiesc secundarul sistemului de transformatoare sunt:

$$U'_1 = \frac{E_1}{K} = \frac{K}{1+K^2} U \text{ și } U'_2 = \frac{E_2}{K} = \frac{K}{1+K^2} U.$$

Dacă înfășurările secundarului sunt legate ca în figura 3.43, a, atunci:

$$U' = U'_1 + U'_2 = 2 \frac{K}{1+K^2} U = 132 \text{ V}.$$

Pentru legarea din figura 3.43, b avem: $U' = U'_2 - U'_1 = 0$.

Întrebări și probleme propuse *

1. Pentru ce este necesar ca, la transportul energiei electrice în curent alternativ la distanță printr-o linie, să se ridice în prealabil tensiunea dată de generator? Cum se realizează ridicarea tensiunii?
2. Care este fenomenul ce stă la baza funcționării unui transformator și prin ce fel de cuplaj se realizează în transformator transferul de putere din primar în secundar?
3. Ce rol are cadrul (miezul) de ferosiliciu în funcționarea unui transformator?
4. Care sunt pierderile de natură electrică și magnetică ce au loc în transformator, prin transferul de putere a curentului alternativ din primar în secundar?
5. De ce transformatorul de sonerie nu disipă, practic, căldură când soneria nu sună?
6. De ce randamentul transformatoarelor este mai mare decât al generatoarelor sau al motoarelor electrice?
7. Să se stabilească diagrama fazorială pentru funcționarea în gol a unui transformator cu $K < 1$. Drept origine a fazelor se va lua faza fluxului inducției magnetice, $\Phi = \Phi_m \cos \omega t$.

* Pentru oricare 6 subiecte rezolvate din totalul celor 7 se obține nota 10.

8. La primarul unui transformator se aplică o tensiune alternativă de 3300 V. Înfășurarea lui secundară are 120 de spire, iar la bornele ei, la mers în gol, tensiunea este de 220 V. Să se calculeze raportul de transformare și numărul de spire al primarului.

R: 15; 1800 spire.

9. Care este raportul de transformare al unui transformator dacă înfășurarea primară are 4490 spire, iar cea secundară dă o t.e.m. de 1000 V. Miezul de fier are aria secțiunii 100 cm^2 , inducția magnetică este $0,2 \text{ T}$ și frecvența 50 Hz .

R: $2,82 \cdot 10^{-3}$.

10. Tensiunea primară a unui transformator este de 36 kV, iar cea secundară de 400 V. Înfășurarea secundară are 30 de spire. Să se calculeze raportul de transformare și numărul de spire din primar.

R: 90; 2700 spire.

3.5. Motoare electrice rotative

3.5.1. Clasificarea mașinilor electrice

Mașinile electrice sunt mașinile caracterizate atât prin mărimi de natură mecanică, cât și de natură electromagnetică și în care are loc un proces de convertire a energiei mecanice în energie electromagnetică (generatoare) sau invers (motoarele electrice). Aceste procese sunt însoțite de transformarea inevitabilă a unei părți din energia primară în căldură, pierderile Joule fiind determinante în stabilirea randamentului convertirii.

Din punct de vedere al construcției mecanice, mașinile electrice au două părți principale: una fixă, numită *stator*, și alta mobilă, care se poate pune în mișcare de rotație, denumită *rotor*.

În ce privește componentele electrice și magnetice, mașinile electrice posedă, de asemenea, două părți: *circuitele electrice*, adică înfășurările din sârmă de cupru izolată și *circuitele magnetice*, adică miezurile din tole de oțel electrotehnic. Înfășurările se dispun pe miezul din material feromagnetic ($\mu_r \gg 1$) pentru a mări inducția magnetică, B ; o dată cu aceasta se mărește fluxul magnetic, deci t.e.m. indusă ($e \sim \Phi$), la *generatoare*, respectiv forța de interacțiune magnetică ($F \sim B$), la *motoare*.

Între stator și rotor rămâne o zonă îngustă de aer, care se numește *întrefier*.

În generatoarele electrice, care funcționează pe baza fenomenului de inducție electromagnetică, cât și în electromotoare, care funcționează pe baza forței electromagnetice de interacțiune între câmpurile magnetice produse de înfășurările statorice și rotorice, convertirea energiei se realizează printr-o mișcare de rotație a rotorului mașinii.

Mașinile electrice pot fi de curent alternativ sau de curent continuu. *Mașinile electrice sunt reversibile*, adică aceeași mașină poate funcționa fără modificări constructive, fie în regim de generator, fie de motor.

Orice mașină electrică are un *regim nominal de funcționare*, care este regimul de lucru normal pentru care mașina a fost proiectată și construită de fabrica producătoare. Regimul nominal este caracterizat prin *valorile nominale* ale mărimilor caracteristice ale mașinii, specificate pe *plăcuța indicatoare*: puterea, tensiunea și intensitatea curentului, frecvența, factorul de putere, viteza de rotație (turația), durata de funcționare etc.

Față de alte tipuri de mașini de forță, mașinile electrice prezintă numeroase avantaje: au randament mare, funcționează sigur și cu răspuns imediat la comenzi (pornire, variația vitezei, oprire), ocupă un spațiu restrâns pentru o putere dată și se pot construi într-o gamă largă de puteri (de la fracțiuni de watt, la sute de MW).

În țara noastră există o puternică industrie electrotehnică. Se fabrică, în mod curent, numeroase tipuri de motoare electrice pentru puteri până la 1000 kW și unicate până la 12 MW, transformatoare până la 200 MVA și 400 kV, generatoare până la 330 MW (pentru centralele electrice) (vezi pag. 201).

3.5.2. Producerea curentului alternativ monofazat. Alternatorul

Principiul generatorului de curent alternativ monofazat (alternatorului). La bornele unei bobine fixe în fața căreia se rotește uniform un magnet (fig. 3.4) ia naștere o tensiune electromotoare alternativă, cum s-a arătat la 3.1.1. La o rotație completă a magnetului, intensitatea curentului alternativ indus în bobină variază oscilatoriu. Oscilația poate fi pusă în evidență cu ajutorul unui ampermetru de curent continuu, cu ac indicator la mijlocul scalei, conectat la bornele bobinei. Rotim uniform magnetul, pornind dintr-o poziție în care magnetul este orientat în lungul axului bobinei. În decursul unei rotații complete a magnetului, acul ampermetrului va devia spre una dintre extremitățile scalei indicând un maxim, apoi trece prin zero deviind spre cealaltă extremă a scalei, după care indică un maxim (egal ca valoare cu primul și revine la zero (fig. 3.44)).

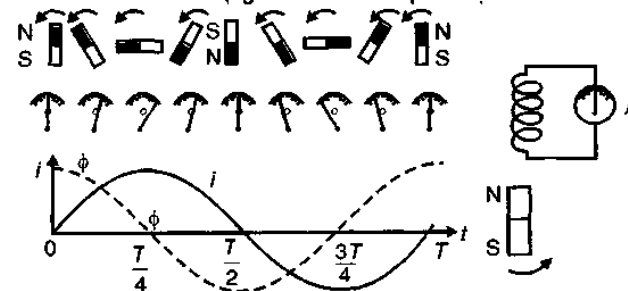


Fig. 3.44. Variația în timp a fluxului inductor și a intensității curentului prin bobina dispozitivului denumit alternator. Deasupra curbelor se arată câteva poziții ale magnetului bară și ale acului ampermetrului conectat la bobină. Mișcarea de rotație a magnetului inductor este uniformă.

Principiu

Funcționarea alternatorului se bazează pe tensiunea electromotoare indusă într-o bobină aflată într-un câmp magnetic rotitor.

Construcția și funcționarea alternatorului. Ca orice mașină electrică rotativă, generatorul de curent alternativ, numit *alternator*, are două părți principale: una dintre ele produce câmpul magnetic inductor și se numește *inductor*, iar cealaltă se numește *indus*. Indusul este format din bobine cu miez feromagnetic, în care se induc t.e.m. alternative.

La alternator, indusul fiind fix, se mai numește *stator*; inductorul fiind partea care se rotește, se numește *rotor*.

Statorul este alcătuit dintr-o carcasă cilindrică în interiorul căreia se află o armătură realizată din tole de material feromagnetic (oțel electrotehnic). Armătura poartă bobinajele, legate în serie și bobinate alternativ, când într-un sens când în altul,

așa cum arată figura 3.45. În interiorul armăturii cilindrice a statorului se află dispus coaxial rotorul format din electromagneți* în număr par, egal cu numărul bobinelor din stator. Miezul electromagneților este realizat tot din tole de oțel electrotehnic. Polii electromagneților alternează (fig. 3.45, a). Inductorul este alimentat cu un curent continuu, numit *curent de excitație*, produs de un mic generator de c.c. (excitatoare), al cărui indus se află pe axul (arborele) generatorului.

De la excitatoare curentul ajunge la circuitul inductorului prin două perii din cărbune P_1 și P_2 , care alunecă pe două inele de aramă, I_1 și I_2 , de care sunt fixate capetele circuitului inductor.

Trecerea succesivă a polilor de pe rotor prin fața bobinelor statorului, alternativ bobinate și legate în serie, face să apară în circuitul indusului o t.e.m. alternativă. Intervalul de timp în care o pereche de poli trece prin fața unei bobine a statorului determină perioada t.e.m. alternative. Notăm cu n turația în rot/min a motorului care pune în rotație inductorul și cu p numărul de perechi de poli. Cum în fiecare rotație, prin dreptul unei bobine a statorului trec p perechi de poli, iar într-o secundă $p \cdot n/60$ perechi de poli, rezultă că în acest interval de timp se produc $p \cdot n/60$ oscilații ale t.e.m. alternative. Deci, frecvența t.e.m. alternative a unui generator de tipul alternatorului este:

$$v = pn/60 \text{ (Hz)}.$$

Exemplu: pentru ca frecvența t.e.m. a unui alternator cu patru perechi de poli să fie de 50 Hz, turația motorului de antrenare trebuie să fie 750 rot/min.

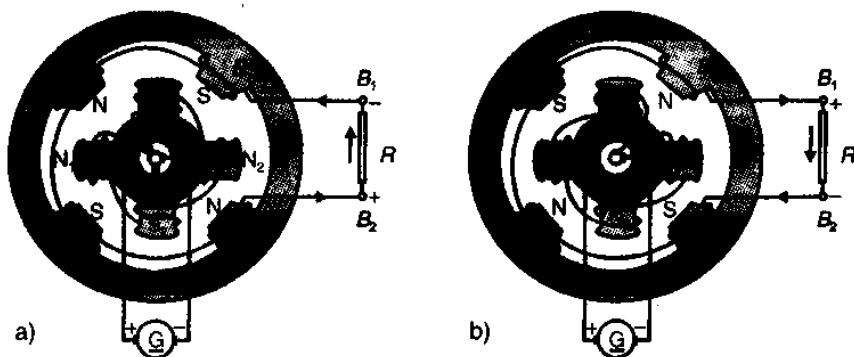


Fig. 3.45. Alternatorul monofazat.

Principiul de funcționare al alternatorului poate fi urmărit în figura 3.45, a și b. Prin rotirea inductorului, poli săi creează fluxuri variabile sinusoidal prin bobinele statorului, în care induc tensiuni electromotoare. În figura 3.45, a, polul nord N_1 se apropie de bobina A, polul S₁ se apropie de bobina B, N_2 de C și S₂ de D. Fluxul magnetic prin bobinele statorului crește. Sensul t.e.m. induse face borna 2 pozitivă și borna 1 negativă. Sensul curentului prin circuitul indusului și sarcina rezistivă este indicat în figură prin săgeți. T.e.m. indusă este nulă când polii trec exact prin fața bobinelor ABCD, deoarece fluxul prin acestea este maxim, iar viteza de variație a fluxului este nulă. În figura 3.45, b, polii au depășit poziția de flux maxim, t.e.m. indusă

* Ne amintim din clasa a VIII-a că electromagnetul este un magnet artificial, magnetizat sub acțiunea unor curenți electrici continui, numiți curenți de excitație.

este de sens contrar, borna 1 devine pozitivă, borna 2 negativă, sensul curentului fiind contrar celui din figura precedentă. Astfel ia naștere, la bornele 1 și 2 ale alternatorului, o tensiune alternativă care poate fi trecută direct pe circuitul de utilizare.

După tipul de motor care pune în rotație inductorul, alternatoarele se pot numi turbogeneratoare (motor cu turbină cu aburi), hidrogeneratoare (turbină hidrolică drept motor) sau generator Diesel (motor Diesel).

3.5.3. Sistemul trifazat. Alternatorul trifazat*

Se numește sistem trifazat simetric sistemul compus din 3 circuite electrice generatoare de curent alternativ, de aceeași frecvență, ale căror t.e.m. au valori efective egale și diferențe relative de fază egale între ele cu $2\pi/3$ radiani (sau $2\pi/3\omega = 7/3$ secunde).

În majoritatea cazurilor sistemele trifazate sunt simetrice, de aceea se folosește, pentru acest tip de sistem, denumirea scurtă de sistem trifazat.

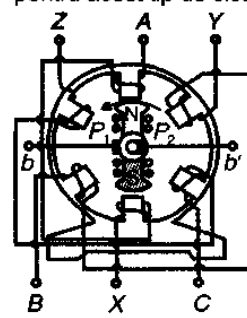


Fig. 3.46: Schema alternatorului trifazat. Rotorul inductor este alimentat cu curent continuu la bornele bb' .

Cele trei surse independente de curent alternativ se obțin prin modificarea alternatorului monofazat. În general, pentru p perechi de poli ai rotorului se introduc p perechi de bobine pe fiecare circuit generator de pe stator. În figura 3.46, care explică principiul de funcționare a alternatorului trifazat, pentru cei doi poli ai rotorului există trei grupe a câte două bobine (o pereche) legate în serie și bobinate alternativ. Fiecare grup constituie un circuit generator de curent alternativ independent, deplasat spațial cu $2\pi/3$ radiani de celelalte circuite, deci t.e.m. nu trec simultan prin valori maxime. T.e.m. indusă ajunge la valoarea maximă mai întâi în înfășurarea AX, apoi în BY, după ce inductorul s-a rotit cu un unghi de $2\pi/3$ rad. T.e.m. indusă în înfășurarea CZ va fi defazată în urmă cu $2\pi/3$ față de cea din BY și în urmă cu $4\pi/3$ față de t.e.m. din înfășurarea AX.

Bornele A, B și C ale înfășurărilor generatorului trifazat sunt numite *începutul înfășurărilor*, iar bornele X, Y, Z *sfârșitul înfășurărilor*.

Se consideră sens pozitiv al t.e.m., în înfășurările generatorului, sensul de la sfârșitul înfășurării către începutul ei.

În vocabularul specific al electrotehnicii, înfășurările statorice ale alternatorului trifazat se numesc, pe scurt, *faze*. Fixând, ca origine a timpului, momentul când t.e.m. din faza AX trece prin zero, t.e.m. pentru sistemul trifazat se exprimă prin ecuațiile:

$$e_A = \sqrt{2}E \sin \omega t, \quad e_B = \sqrt{2}E \sin(\omega t - 2\pi/3),$$

$$e_C = \sqrt{2}E \sin(\omega t - 4\pi/3) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

În figura 3.47 sunt reprezentate curbele acestor t.e.m. și diagrama lor fazorială.

Cele 3 faze pot fi legate independent, fiecare la câte un circuit de utilizare

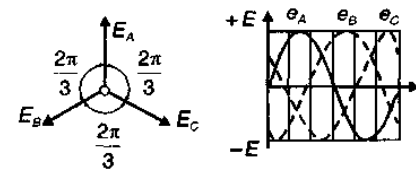


Fig. 3.47. Diagrama fazorială a t.e.m. a generatorului trifazat.

* Din acest paragraf se preiau numai informațiile provenite din textul descriptiv. Demonstrațiile se încadrează în acceptul de extindere tematică.

(consumator), sau pot fi interconectate între ele. Interconectarea fazelor și consumatorilor duce la importante economii de cupru (sau aluminiu) la liniile de transfer ale energiei.

Interconectarea fazelor se poate realiza în stea (fig. 3.48) sau în triunghi (fig. 3.49).

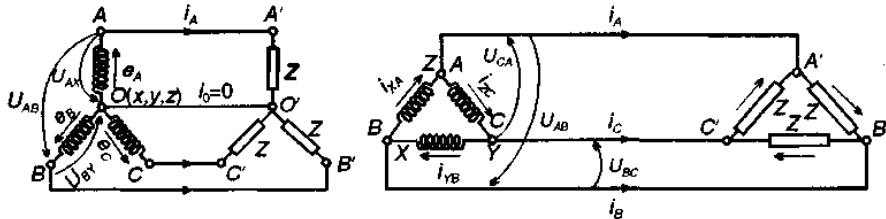


Fig. 3.48. Montaj în stea generator-consumator, cu fir de nul.

Fig. 3.49. Montaj în triunghi.

Montaj în stea (Y). În acest montaj, sfârșitul fazelor X, Y, Z se leagă într-un singur punct, numit *punct nul* sau *neutru*. Generatorul trifazat se leagă cu receptorii de energie prin 3 sau 4 conductori. Trei dintre ei, denumiți *conductori de linie*, se leagă la bornele A, B, C, iar al patrulea (cel neutru) se leagă la nul. Dacă cei trei receptori sunt identici, sistemul trifazat receptor este *echilibrat*. În acest caz, valorile maxime ale intensității curentilor pe linie sunt egale și suma fazorilor lor este nulă. Pentru sistemul trifazat echilibrat conductorul de nul poate lipsi. Denumirea de conductor de nul provine din faptul că borna de nul a generatorului se leagă, de cele mai multe ori, la pământ.

Tensiunile dintre începutul fazelor A, B, C și punctul de nul se numesc *tensiuni pe fază* u_i (cu valoarea efectivă U_i). Valorile efective ale tensiunilor pe cele trei faze sunt egale; $U_{AX} = U_{BY} = U_{CZ} = U_i$, tensiunile între conductori de linie se numesc *tensiuni de linie* u_l (cu valoarea efectivă U_l). Din figura 3.50 se observă: $u_l = u_{AB} = u_{AX} + u_{YB} = u_{AX} - u_{BY} = U_i \sqrt{2} \sin \omega t - U_i \sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi/3)$. Din figura 3.52, se observă că:

$$U_l^2 = U_i^2 + U_i^2 - 2U_i^2 \cos 2\pi/3 = 2U_i^2 + 2U_i^2 \cos \pi/3 = 3U_i^2, \text{ adică } U_l = \sqrt{3}U_i.$$

Intensitatea de linie I_l este egală cu intensitatea pe fază I_i (fig. 3.48). Deci, pentru rețeaua trifazată în stea:

$$U_l = \sqrt{3}U_i; \quad I_l = I_i$$

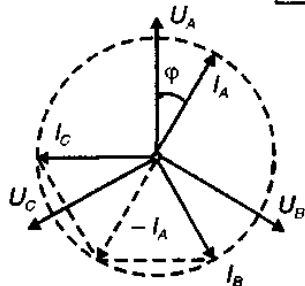


Fig. 3.50. Diagrama fazorială a tensiunilor și intensităților curentilor pentru sistemul trifazat echilibrat.

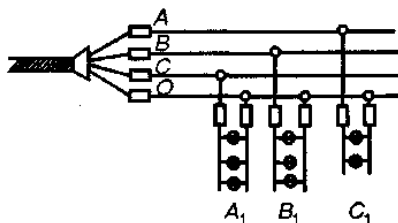


Fig. 3.51. Tensiunea de linie.

Sistemul trifazat în stea cu conductor de nul (fig. 3.51) se folosește mai ales în iluminatul interior, care constituie o rețea trifazată neechilibrată.

Montaj în triunghi (Δ). Pentru acest montaj se leagă borna care reprezintă sfârșitul unei faze cu borna începutului fazei următoare, adică X cu B, Y cu C și Z cu A (fig. 3.49). Numărul conductorilor de legătură se reduce la 3. Se observă că tensiunea pe linie este egală cu tensiunea pe fază $U_l = U_i$. Potrivit teoremei I a lui Kirchhoff, la unul din nodurile montajului în triunghi, intensitatea curentului de linie este egală cu suma algebrică a intensităților a doi curenti pe fază:

$$I_l = I_{BA} - I_{AC} = I_{XA} - I_{ZC} = I_i \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) - I_i \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Din figura 3.53 rezultă $I_l = \sqrt{3}I_i$.

La montajul în triunghi tensiunea de linie este egală cu tensiunea pe fază $U_l = U_i$, iar intensitatea curentului de linie este egală cu intensitatea curentului de fază, înmulțită cu $\sqrt{3}$:

$$U_l = U_i; \quad I_l = \sqrt{3}I_i$$

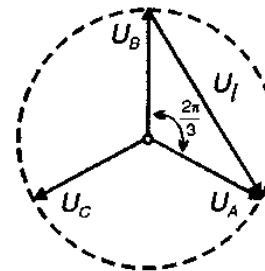


Fig. 3.52. Rețea trifazată cu fir de nul pentru iluminatul interior.

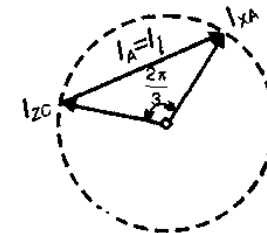


Fig. 3.53. Intensitatea curentului de linie.

3.5.4. Puterea în curent trifazat

Puterea în curent trifazat se exprimă prin tensiunea și intensitatea de linie, singurele mărimi care sunt întotdeauna accesibile măsurării la consumator. Fiind 3 surse, de tensiuni pe fază U_i și de intensități de fază I_i , puterea generatorului trifazat în cazul rețelei echilibrate este $P = 3U_i I_i \cos \varphi$, unde φ este defazajul dintre tensiune și intensitate. Pentru a exprima puterea sistemului trifazat prin tensiunea de linie și intensitatea curentului de linie, observăm că oricum ar fi legate fazele generatorului, în Y sau Δ , avem $U_l I_l = U_i I_i / \sqrt{3}$, deci:

$$\left[\begin{aligned} P &= \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi - \text{puterea activă} \\ P_r &= \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi - \text{puterea reactivă} \\ S &= \sqrt{3}U_l I_l - \text{puterea aparentă} \end{aligned} \right]$$

Se poate arăta modul cum variază t.e.m. și intensitățile curenților produși de acestea în cazul unui generator trifazat folosind modelul de alternator didactic și trei galvanometre cu zero-ul la mijlocul scalei, conectate la fiecare fază. Modelul se deosebește de alternatoarele trifazate din practică numai prin rotor, care este un magnet-disc și nu un electromagnet. Se rotește lent și uniform rotorul-magnet și se urmăresc indicațiile celor trei galvanometre, verificându-se astfel că variațiile cu timpul ale celor trei tensiuni au loc după cum se arată în figura 3.47.

Câmp magnetic învârtitor

Se consideră sistemul de bobine statorice legate în stea, ale unui alternator trifazat (fig. 3.54). Fiecare bobină produce în centrul de simetrie O al sistemului un câmp magnetic cu pulsația $\omega = 314 \text{ rad/s}$.

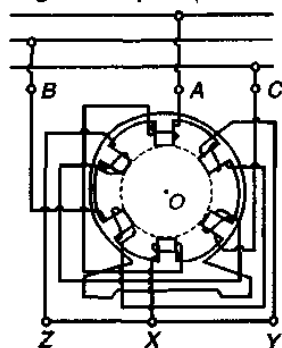


Fig. 3.54. Alternator trifazat cu 3 perechi de bobine statorice legate în stea prin conductorul ZXY.

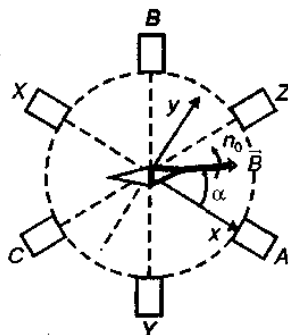


Fig. 3.55. Formarea câmpului magnetic învârtitor. În centrul dispozitivului se află un ac magnetic. (Comparativ cu figura 3.54, axa bobinelor statorice este decalată cu 120° .)

Inducțiile magnetice create de sistemul trifazat de curenți sunt $B_1 = B_m \sin \omega t$, $B_2 = B_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$ și $B_3 = B_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$.

Inducția câmpului magnetic rezultat este $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$.

Vectorul inducției magnetice rezultante are o valoare constantă egală cu $3/2$ din amplitudinea inducțiilor componente, $B = \frac{3}{2} B_m$ și se rotește cu turația $n_0 = \omega/2\pi = 50 \text{ rot/s}$, în sensul succesiunii fazelor, adică în sensul trigonometric. n_0 se numește viteză de sincronism.

Câmpul magnetic învârtitor trifazat stă la baza principiului de funcționare a motoarelor de curent alternativ de putere mare.

Definiție

Se conectează bornele alternatorului trifazat din trusa de mașini electrice la bornele aparatului, pentru realizarea câmpului magnetic învârtitor. Rotind lent și

uniform, cu ajutorul unei roți de antrenare, rotorul alternatorului, se observă apariția unui câmp magnetic învârtitor pus în evidență de rotația unui ac magnetic montat în centrul aparatului, după ce acului i se dă un impuls cu ajutorul degetului.

Acest experiment permite explicarea principiului de funcționare a motorului de curent alternativ numit *motor asincron*.

3.5.5. Mașina electrică asincronă. Motorul asincron

Mașina asincronă este o mașină electrică rotativă de curent alternativ, formată dintr-un *stator* și un *rotor* (în construcție normală statorul fiind inductor și rotorul indus). Turația rotorului nu se află într-un raport constant cu frecvența tensiunii rețelei de alimentare a mașinii, variind o dată cu schimbarea regimului de funcționare sau cu variația gradului de încărcare al mașinii.

Mașina asincronă poate funcționa stabil în trei regimuri distincte: de *motor*, de *generator* și de *frână electromagnetică*. În regim de frână, mașina asincronă primește putere mecanică la arbore și putere electrică de la o rețea trifazată, pe care le transformă în căldură, dezvoltând și un cuplu necesar frânării unui mecanism. În cele ce urmează, se va analiza regimul de motor asincron, regim în care mașina asincronă funcționează în mod curent.

Motorul asincron este un motor de curent alternativ a cărui funcționare se bazează pe existența forței de interacțiune electromagnetică dintre câmpul magnetic învârtitor produs de înfășurarea statorului și curenții induși de acest câmp în conductoarele rotorului.

Acțiunea pe care o are un câmp magnetic învârtitor asupra conductorilor parcursi de curenții induși de acest câmp se poate urmări în următorul experiment.

Între piesele polare N și S ale unui magnet vertical M , care se poate roti, se așază un tub de cupru T (fig. 3.56). Tubul se sprijină pe un ac al unui stativ din material neferomagnetic s . Pentru ca tubul să se poată roti liber și fără pendulări în jurul acului vertical, acesta intră într-o mică adâncitură a capacului superior al tubului, notată pe figură cu I . Cu ajutorul unei roți de antrenare se rotește uniform magnetul. Se observă că tubul începe să se rotească și el în același sens cu magnetul, dar cu o viteză mai mică decât acesta.

Prin rotirea magnetului, câmpul magnetic rotitor care apare induce în peretele lateral al tubului conductor curenți de inducție al căror sens va fi astfel încât tubul să se opună, conform legii Lenz, mișcării magnetului permanent. Deci în fața polilor nord și sud ai magnetului se vor găsi – respectiv – poli sud și nord produși de curenții induși în peretele tubului conductor. Cuplul exercitat de magnet prin intermediul câmpului său magnetic asupra tubului va avea un moment cu atât mai mare cu cât viteza unghiulară relativă a magnetului față de tub, $2\pi(n_0 - n)$, va fi mai mare.

Partea imobilă a motorului asincron, statorul, cuprinde miezul feromagnetic, de forma unui cilindru gol, executat din tole de oțel electrotehnic de 0,5 sau 1 mm grosime. La periferia interioară a miezului feromagnetic sunt practicate creștături paralele cu axul, uniform distribuite, în care este introdusă o înfășurare trifazată legată în stea sau în triunghi.

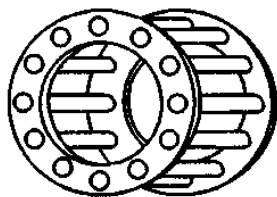
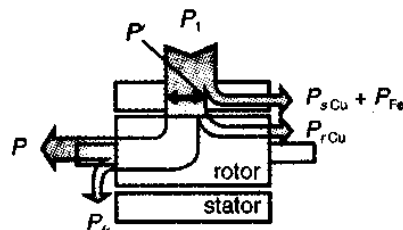


Fig. 3.57. Rotorul în scurtcircuit tip colivie de veveriță a motorului asincron.

Rotorul, partea mobilă, se compune dintr-un miez feromagnetic de formă cilindrică, pe periferia și în lungul căruia sunt practicate creștături. În ele se află conductoare de cupru, având capetele unite prin inele metalice, formând un rotor în scurtcircuit numit *colivie de veveriță* (fig. 3.57). Câmpul învârtitor produs de stator induce în conductoarele rotorului curenți electrici.

Interacțiunea dintre curentul din conductoarele rotorului și câmpul magnetic învârtitor statoric va da naștere unui cuplu de forțe care va roti rotorul în sensul de rotație a câmpului învârtitor. Deci, în regim de motor, mașina asincronă preia puterea electrică P_1 de la rețeaua de alimentare, pe care o transformă, prin intermediul câmpului magnetic învârtitor, în putere mecanică P cedată pe la arbore (fig. 3.58).

Fig. 3.58. Bilanțul puterilor active pentru motorul asincron. P_{cu} și P_{fe} reprezintă puterile echivalente pierderilor prin disipare de căldură în înfășurări datorită efectului Joule și – respectiv – prin curenți turbionari în miezurile feromagnetice, iar P_r – puterea echivalentă pierderilor mecanice datorită frecărilor în lagăre și pierderile date de ventilatorul cuplat la arbore.



Viteza de rotație a rotorului este întotdeauna mai mică decât viteza de rotație a câmpului învârtitor statoric.

Intr-adevăr, dacă $n = n_0$, viteza de rotație relativă a câmpului învârtitor rezultant în raport cu rotorul (dată de diferența $n_0 - n$) ar fi nulă, liniile câmpului magnetic rezultant nu ar mai tăia conductoarele statorului, t.e.m. induse ar fi nule și, ca urmare, curenții rotorici ar fi nuli și rotorul ar începe să se frâneze. Deci, motorul asincron nu poate atinge viteza de sincronism (de aici și denumirea de motor asincron). În figura 3.58 este prezentat bilanțul puterilor active în motorul asincron.

Deoarece are o construcție simplă, pomește singur din repaus și nu are contacte prin perii care să producă scântei, motorul asincron cu rotorul în scurtcircuit are o foarte largă întrebuințare la acționarea mașinilor unelte și ascensoarelor. Realizarea motorului asincron se face și în vederea funcționării în condiții speciale, și anume, funcționarea în aer liber, în medii acide sau alcaline, pentru climat tropical și medii explozive.

Regimul pentru care este destinat motorul asincron se numește *regim nominal de funcționare*. Mărimile care definesc regimul nominal se numesc – după cum știm – *mărimi nominale*. Mărimile nominale precum: puterea, tensiunea, frecvența, turația, factorul de putere, durata de funcționare sunt înscrise pe *plăcuța de fabricație* a motorului. Puterea nominală este definită ca putere activă utilă la arbore (în kW) în regimul nominal al motorului asincron. Tensiunea nominală este definită ca tensiunea între faze, care se aplică la borne în regimul nominal al motorului.

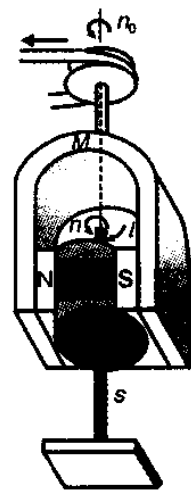


Fig. 3.56. Principiul de funcționare a motorului asincron.

Probleme rezolvate

1. Un motor asincron trifazat are următoarele caracteristici nominale: $P = 30$ kW, $U = 380$ V, $\cos \varphi = 0,8$, $\eta = 0,9$. Să se calculeze intensitatea curentului absorbit de la rețea și intensitatea curentului de fază.

Din relațiile puterii absorbite de la rețea, $P_1 = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$ și randamentului $\eta = P/P_1$, se obține $I_l = 24057/U$. Dacă rețeaua este de 220 V, motorul funcționează cu înfășurările statorului legate în triunghi și $I_l = 109,4$ A, iar $I_f = 63,3$ A. Dacă rețeaua este de 380 V, motorul funcționează cu înfășurările statorului legate în stea și $I_l = I_f = 63,3$ A.

2. Un motor asincron trifazat cu $p = 2$ perechi de poli (adică cu două perechi de bobine inductoare pentru fiecare fază a înfășurării trifazate a statorului) este alimentat cu un curent trifazat cu frecvența $\nu = 50$ Hz. Cunoscând că viteza de rotație a câmpului magnetic rotitor (turația) față de rotor este $n_2 = 60$ rot/min, să se calculeze turația rotorului și frecvența curenților induși în conductorii rotorului.

Turația de sincronism este $n_0 = 60\nu/p = 1500$ rot/min. Din relația $n_2 = n_0 - n$ rezultă $n = n_0 - n_2 = 1500 - 60 = 1440$ rot/min. Frecvența t.e.m. induse în rotor (deci și a curenților induși în rotor) depinde de turația relativă între câmpul învârtitor și spirele înfășurării rotorului și deci va fi:

$$\nu_2 = \frac{n_0 p}{60} - \frac{n p}{60} = \frac{n_2 p}{60} \text{ [Hz]}$$

(n_0 și n fiind date în rot/min, așa cum se obișnuiește în mod curent).

Rezultă pentru frecvența curenților rotorici $\nu_2 = \frac{60 \cdot 2}{60} = 2$ Hz.

! **Observație.** Turația de sarcină nominală, după cum se observă și în aplicația de mai sus, este apropiată de viteza de sincronism.

Discuție. Dacă se aplică la arbore un cuplu motor, turația rotorului crește peste valoarea de sincronism, $n > n_0$, astfel încât în rotor se induc curenți care produc un cuplu rezistent, egal dar de sens opus cu cuplul motor, mașina asincronă funcționează în acest caz ca generator, transformând lucrul mecanic în energie electrică.

Concluzie: mașina asincronă are pentru regimul de motor $n < n_0$, iar pentru regimul de generator, $n > n_0$.

3.5.5. Mașini de curent continuu

A. Principiul de funcționare a generatorului de curent continuu

Cel mai simplu generator de curent continuu se obține folosind o spirală care se rotește într-un câmp $\vec{B}$ ca în figura 3.1, dar având în locul celor două inele metalice un singur inel, secționat în două jumătăți, L_1 și L_2 , izolate una de alta și de ax (fig. 3.59, a). Jumătățile de inel se numesc lamele colectoare, iar împreună alcătuiesc un *colector*. O lamelă este legată la un capăt al spirei iar cealaltă lamelă la celălalt capăt al spirei. Pe lamelă apasă câte o perie (P_1 și P_2) care se conectează la capetele rezistorului R din circuitul exterior.

Curentul circulă în spirală într-un sens într-o jumătate de rotație, $\alpha \in (0, \pi)$, și în sens contrar, în a doua jumătate, $\alpha \in (\pi, 2\pi)$, schimbarea sensului curentului având loc când spira trece prin pozițiile în care este străbătută de fluxul magnetic de valori extreme, $+\Phi_m$ și $-\Phi_m$. Când are loc trecerea prin aceste poziții, se schimbă nu numai sensul curentului din spirală, ci și lamelele colectorului în raport cu periile. De aceea, tot timpul, peria P_1 constituie borna pozitivă (+) în timp ce P_2 este borna negativă (-) a generatorului.

Prin intermediul colectorului t.e.m. alternativă și intensitatea curentului alternativ indus în spirală se modifică în așa fel încât variația lor periodică este în același sens, variație numită *pulsatorie* (fig. 3.59, b). Așadar, în acest caz, t.e.m. și intensitatea curentului unidirecțional (sau continuu) prin circuitul exterior reprezintă mărimi pulsatorii. Procesul de modificare prin intermediul colectorului a t.e.m. și curentului alternativ, induse în spira care se rotește uniform într-un câmp magnetic uniform, în mărimi pulsatorii, se numește *redresare* pe cale mecanică. Colectorul generatorului de curent continuu reprezintă, deci, un *redresor mecanic*. Pentru a se obține în circuitul exterior un curent continuu cu variații mai reduse ale intensității, în locul unei singure spire se pot folosi două spire plane separate (fig. 3.60, a), care fac între ele unghiuri de 90° , colectorul fiind prevăzut cu patru lamele metalice. T.e.m. induse în cele două spire

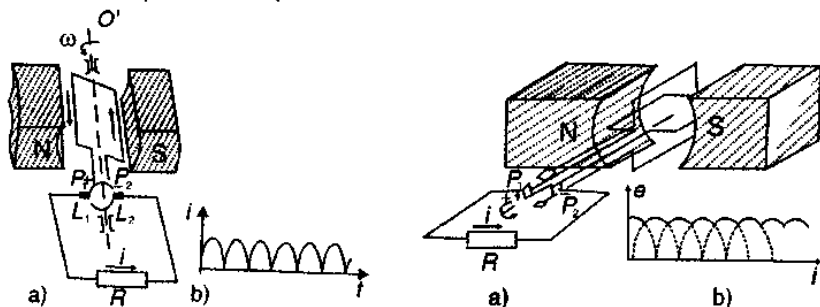


Fig. 3.59. Intensitatea curentului indus într-un generator de curent continuu cu o singură spirală.

Fig. 3.60. Intensitatea curentului într-un generator cu două spire, care fac între ele unghiuri de 90° .

la o rotație completă, e_1 și e_2 , vor fi defazate între ele cu $\pi/2$ rad sau, în timp, cu un sfert de perioadă, $T/4$. Din figura 3.60, b se observă că t.e.m., e , variază mai puțin decât fiecare dintre componente, valoarea minimă pentru e nemaifiind nulă.

B. Construcția și funcționarea mașinilor de curent continuu

Mașina de curent continuu are trei părți principale: inductor, indus și colector. Spre deosebire de mașinile de c.a., la mașinile de c.c. statorul este inductor, iar rotorul este indus. Explicația constă în faptul că la generatoare, pentru obținerea curentului continuu în circuitul exterior din curentul alternativ, este necesar ca înfășurarea indusului să aibă capetele legate la lamelele colectorului, care își îndeplinește rolul de redresor mecanic rotindu-se în raport cu periile. Generatorul de c.c. se mai denumește și *dinam*.

Inductorul (statorul) este alcătuit dintr-o carcasă din fontă, oțel turnat sau tole de oțel electrotehnic, pe care se fixează una sau mai multe perechi, p , de poli. Polii

sunt formați din electromagneți, prin bobinele cărora trece curentul continuu de excitație, sensurile de înfășurare a bobinelor fiind astfel încât polii nord alternează succesiv cu polii sud. Inductorul produce fluxul magnetic inductor. Excitația inductorului poate fi de două feluri: *excitație independentă*, când curentul de excitație este furnizat de o sursă separată de curent (fig. 3.61, a) sau *excitație proprie (autoexcitație)*, când curentul de excitație este furnizat de generatorul însuși (fig. 3.61, b, c, d). Sunt trei

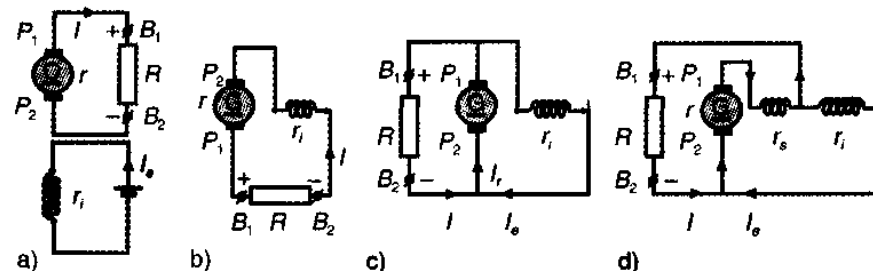


Fig. 3.61. Schemele generatoarelor de curent continuu: a) cu excitație separată; b) cu excitație serie; c) cu excitație derivație; d) cu excitație mixtă.

sisteme (tipuri) de excitație proprie: *în serie*, la care bobinajul de excitație legat în serie cu indusul este parcurs de curentul de sarcină al generatorului (fig. 3.61, b); *în derivație* sau *șunt*, când circuitul de excitație este legat în paralel cu indusul (fig. 3.61, c), deci numai o mică parte din curentul generat în indus parcurge înfășurarea de excitație; *mixtă* sau *compound*, când circuitul de excitație este alcătuit dintr-o înfășurare derivație, alimentată de la perii, și o înfășurare serie parcursă de curentul de sarcină (fig. 3.61, d). Dinamul cu autoexcitație serie are înfășurările electromagneților din sârmă groasă și spire puține, deoarece prin ele circulă curentul total generat. La

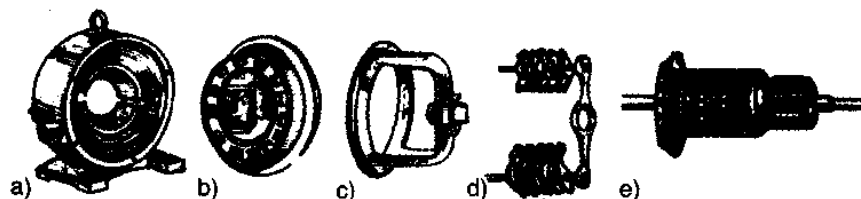


Fig. 3.62: Părțile principale ale mașinii de curent continuu

autoexcitație șunt înfășurările electromagneților au spire multe din sârmă subțire, ca să circule prin acestea curenți de intensitate mică. De o parte și de alta a carcasei (fig. 3.62, a) sunt fixate scuturile (capacele) (fig. 3.62, b, c), având în centru *lagărele*. De lagăre ori de carcasă se fixează *portperiile* d, așezate pe o piesă de susținere comună. Portperiile susțin și apasă periile (în general din grafit) pe lamelele colectorului e.

Indusul (rotorul) are forma unui cilindru făcut din tole subțiri de oțel electrotehnic de 0,5 mm, izolate între ele, pentru a împiedica formarea curenților turbionari, dispuse

perpendicular pe arborele mașinii. Pe suprafața cilindrului rotorului și în lungul lui se fac niște creștături în care se așază conductoarele care formează înfășurarea indusului. În aceste conductoare la naștere t.e.m. indusă. Înfășurarea indusului este legată la lamelele colectorului. Arborele (axul) rotorului se execută din oțel și are rolul să transmită cuplul mecanic între rotor și capătul de arbore liber, în cazul motorului, și invers pentru generator. În cazul generatorului, rotorul este pus în mișcare de rotație de către un motor primar exterior, de exemplu un motor Diesel, o turbină sau chiar un motor electric (în care caz grupul format este numit *convertizor motor-generator*).

Colectorul (fig. 3.62, e) se așază pe același ax cu rotorul. Are formă cilindrică și este alcătuit din lamele de cupru de secțiune trapezoidală, izolate între ele cu foi de mică și izolate față de piesele de strângere; pe lamele, diametral opuse, calcă perile; extremitățile bobinelor înfășurării rotorice se lipesc la lamelele de colector cu cositor sau cu argint.

3.5.6. Generatorul de curent continuu*

Bobinele de excitație ale polilor, parcurse de curentul de excitație de intensitate I_e , produc un câmp magnetic ale cărui linii se închid prin carcasă, poli, întrefier și pachetul de tole al rotorului (fig. 3.63). Totalitatea liniilor de câmp care trec de la un pol la indus formează fluxul magnetic inductor Φ al mașinii. Perile sunt astfel plasate pe colector încât să culeagă numai curent de un anumit sens. La mersul în sarcină, indusul este parcurs de curentul rotorului de intensitate I_r , producând și el un câmp magnetic denumit *câmp de reacție*. Câmpurile magnetice ale indusului și inductorului se compun într-un câmp magnetic rezultat. În zonele în care câmpul inductor are același sens cu câmpul de reacție, câmpul rezultat se intensifică, iar zonele în care cele două câmpuri au sensuri contrare, câmpul rezultat este slăbit. Ca urmare a deformării câmpului rezultat, perile se decalază din axa geometrică în sensul rotației rotorului (la motor, decalarea perilor se face în sens invers).

Pentru obținerea unor t.e.m. mai mari și cu variații cât mai reduse, pe rotoarele dinamurilor folosite în practică se înfășoară mai multe bobine făcând între ele unghiuri egale, colectorul fiind prevăzut cu un număr corespunzător de lamele,

Astfel, folosind 16 bobine, variațiile tensiunii scad sub 1% – iar cu 30 de bobine, sub 0,1% – adică, practic, se obțin o tensiune la borne și un curent continuu constante.

Dinamul transformă în energie electrică, energia mecanică transmisă de motorul primar rotorului.

*Extindere tematică.

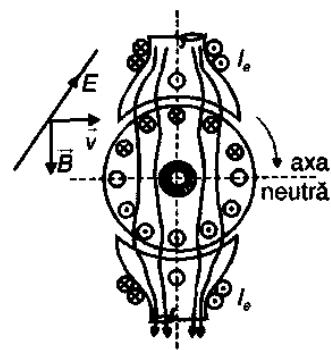


Fig. 3.63. Fluxul magnetic al mașinii de curent continuu și sensul t.e.m. induse la funcționarea în gol.

Definiție

Tensiunea electromotoare E produsă de un generator de curent continuu (dinam) este proporțională cu numărul de spire N ale rotorului, cu valoarea Φ a fluxului magnetic inductor al mașinii și cu numărul de rotații pe secundă n ale rotorului (turația):

$$E = KN\Phi n,$$

unde K este un coeficient care depinde de construcția mașinii. O parte din t.e.m. E acoperă căderile interioare de tensiune iar restul ajunge la borne ca tensiune la borne U.

• În cazul dinamului serie (fig. 3.61, b), tensiunea la borne, conform legii lui Ohm, va fi:

$$U = E - (r + r_e)I,$$

în care r este rezistența rotorului, r_e rezistența înfășurării electromagnetice inductorului (înfășurarea de excitație), iar I este intensitatea curentului prin consumatorul R din circuitul exterior.

• În cazul dinamului derivație sunt (fig. 3.61, c), tensiunea la borne va fi în același timp și tensiune la perii și cădere de tensiune pe înfășurările inductorului:

$$U = E - rI_r = r_e I_e,$$

unde s-a notat prin I_r intensitatea curentului din rotor și prin I_e intensitatea curentului de excitație.

Funcționarea generatorului de c.c. se bazează pe existența unui magnetism remanent datorită magnetizării inductorului din funcționările anterioare. La pornire ($I_e = 0$), mașina produce o t.e.m. egală cu aproximativ 2–5% din t.e.m. nominală. Fluxul magnetic inductor crește îndată după pornire, întrucât fie tot curentul indus, fie doar o parte a sa (după tipul de autoexcitație), străbate înfășurarea de excitație și produce un câmp magnetic care, dacă are același sens cu câmpul remanent, va da un câmp rezultat mărit. În acest caz, t.e.m. a generatorului crește și ca urmare va crește și intensitatea curentului de excitație, care mărește, la rândul său, fluxul magnetic inductor și așa mai departe. Se ajunge, astfel, ca în scurt timp generatorul să funcționeze la parametri nominali, adică să dea tensiunea și intensitatea curentului la valorile corespunzătoare funcționării normale a mașinii generatoare de c.c.

3.5.7. Cuplul rezistiv și randamentul generatorului de curent continuu

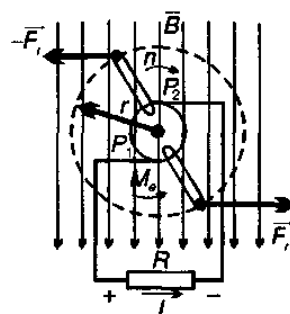


Fig. 3.64. Producerea cuplului rezistiv la generatoarele de curent continuu (din $P = 2F_r v = 2F_r \omega r = M_e \omega$, $P = EI$, și $E = KN\Phi n$ rezultă $M_e = P/\omega = K'\Phi I$).

În prezența câmpului magnetic produs de poli de excitație, rotorul mașinii este învârtit de un motor primar, care cedează generatorului, la capătul de arbore, o putere mecanică P_m egală cu suma dintre puterea electromagnetică definită ca $P = EI$, și puterea corespunzătoare frecărilor P_{fe} și puterea corespunzătoare pierderilor în fier P_{fe} . La funcționarea în sarcină a generatorului între curenții din conductorii rotorului și câmpul inductor $\vec{B}$ apar forțe electromagnetice F_e , care creează un cuplu electromagnetic rezistent având momentul (fig. 3.64),

$$M_e = P/\omega = P/2\pi n = K'\Phi I,$$

unde $\omega = 2\pi n$ este viteza unghiulară a rotorului, iar n turația lui.

Randamentul generatorului (dinamului) este egal cu raportul dintre puterea electrică generată la

bornele sale $P_2 = UI$, adică cedată rețelei (putere utilă) și puterea P_1 a motorului care îl acționează (putere consumată): $\eta = P_2/P_1 = UI/P_1$.

Generatoarele de c.c. se folosesc în instalațiile de electroliză, ca excitatoare la generatoarele de c.a., pentru obținerea curentului necesar sudurii prin arc electric, la autovehicule etc.

3.5.8. Reversibilitatea mașinilor electrice de curent continuu. Principiul de funcționare și mărimile caracteristice ale motorului de curent continuu

Un generator de curent continuu alimentat de la o rețea de curent continuu se rotește, absoarbe energie electrică și efectuează lucru mecanic, devenind astfel motor de curent continuu. Se spune că *mașina de c.c. este reversibilă*.

Se consideră mașina din figura 3.65, a funcționând ca generator care se rotește în sens trigonometric cu turația n , și debitează în rețea curentul de intensitate I . T.e.m. indusă, E , are sensul, ca și curentul indus (rotoric), de la peria P_2 la P_1 și satisface ecuația $U = E - rI$. Momentul cuplului electromagnetic M_e are un sens invers sensului de rotație al rotorului – cuplul electromagnetic este rezistent. Dacă se reduce fie turația, n , fie intensitatea curentului de excitație, I_e , t.e.m. E devine inferioară tensiunii

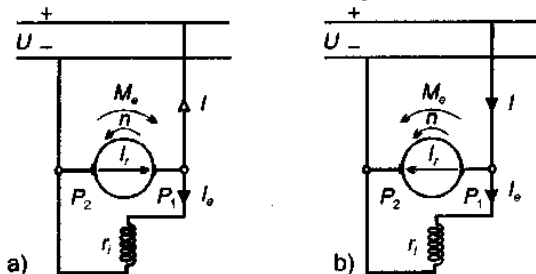


Fig. 3.65. Reversibilitatea mașinii de curent continuu: a) funcționarea ca generator; b) funcționarea ca motor.

rețelei U , iar curentul prin rotor și prin circuitul de legătură cu rețeaua își schimbă sensul. Din expresia momentului cuplului electromagnetic $M_e = K' N \Phi I$, rezultă că momentul își schimbă sensul fie prin inversarea sensului liniilor de câmp care produc fluxul inductor Φ , fie prin inversarea sensului curentului din rotor I . În cazul analizat se schimbă sensul curentului rotoric, deci se schimbă sensul cuplului electromagnetic care devine cuplu motor și mașina funcționează acum în regim de motor (fig. 3.65, b). T.e.m. are tot sensul de la peria P_2 la peria P_1 deoarece nu s-a schimbat nici sensul de rotație, nici sensul fluxului, dar valoarea ei se calculează din ecuația $U = E_c + rI$. T.e.m. indusă devine, acum, tensiune contraelectromotoare, E_c , denumită astfel pentru că are sens contrar tensiunii U de alimentare (fig. 3.66, a, b). Așadar, tensiunea aplicată la bornele motorului trebuie să echilibreze căderea interioară de tensiune și tensiunea contraelectromotoare din rotor.

La funcționarea în sarcină, motorul absoarbe o putere $P_1 = UI$, necesară producerii puterii electromagnetice $P = E_c I$, și la acoperirea pierderilor Joule din înfășurarea rotorului și din înfășurarea de excitație. O mică parte din puterea P acoperă pierderile mecanice (prin frecări) și în fier, partea cea mai mare din P constituie *puterea mecanică utilă* P_2 disponibilă la capătul arborelui motorului (fig. 3.67, a, b).

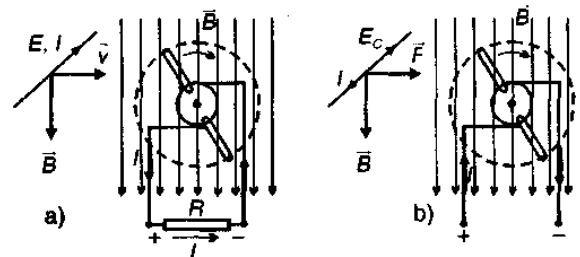


Fig. 3.66. Sensul t.e.m. și curentului indus la (a) generatorul de curent continuu și (b) sensul t.c.e.m. la motorul de curent continuu.

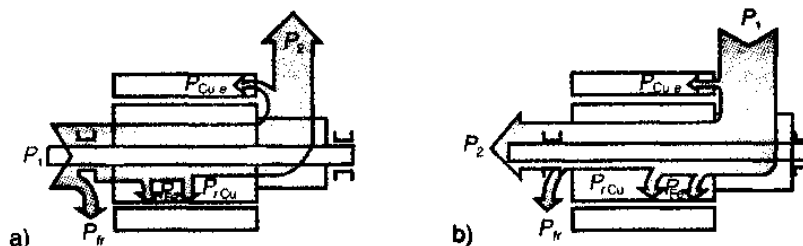


Fig. 3.67. Bilanțul puterilor active în mașina de curent continuu: a) generator: $P_1 = P_2 + P_r + P_{Fe} + P_{Cu} = P + P_r + P_{Fe}$; b) motor: $P_2 = P + P_{Cu} + P_{Cu} = P_2 + P_r + P_{Fe} + P_{Cu} + P_{Cu}$.

Randamentul motorului este dat de raportul dintre puterea utilă (mecanică) P_2 și puterea absorbită (electrică) P_1 de la rețea: $\eta = P_2/P_1 = P_2/UI$.

Întrucât $M \sim \Phi I$, motorul dezvoltă un cuplu mare când înfășurarea rotorului este parcursă de un curent intens și când fluxul inductor este mare.

Un motor de c.c. cu randamentul 0,8 furnizează o putere utilă de 8,8 kW, fiind alimentat la o tensiune continuă de 220 V.

Care este intensitatea curentului absorbit de la rețea și rezistența electrică a motorului?

$$P_2 = \eta P_1 = \eta UI, \text{ de unde } I = P_2/\eta U = 50 \text{ A. Rezistența totală interioară a motorului (care este egală cu rezistența înfășurării rotorului) este } r = UI/I = 4,4 \, \Omega.$$

Proprietățile motoarelor de curent continuu. Proprietățile motoarelor de c.c. se redau cu ajutorul caracteristicilor de funcționare și caracteristicilor de reglaj, care depind de tipul de excitație a motorului.

Dintre caracteristicile de funcționare a principalelor tipuri de motoare vor fi prezentate cele mai importante din punctul de vedere al exploatării motoarelor.

Motorul cu excitație serie (fig. 3.68, c). În acest caz, tensiunea de alimentare U echilibrează t.c.e.m. E_c și acoperă atât căderea de tensiune pe rotor, rI , cât și cea de pe înfășurarea de excitație $r_e I$. $U = E_c + (r + r_e)I$, unde $I = I_r = I_e$. La pornirea motorului, $E_c = 0$, intensitatea curentului este mare (cam de 10 ori mai mare decât valoarea nominală) deoarece suma $r + r_e$ este foarte mică, de ordinul ohmului. Pentru a evita

deteriorarea înfășurărilor de către un asemenea curent intens, pornirea motorului se face cu ajutorul unui *reostat de pornire*, R_p (fig. 3.69), care ulterior se scoate din circuit. La pornire, înfășurarea de excitație produce un flux intens, $\Phi \sim I$. De aceea, momentul cuplului motor ($M \sim \Phi I$) crește foarte mult, $M \sim I^2$.

Turația $n = E_g / K\Phi = U - (r + r_f) / K\Phi$ este mică. Cuplul inițial de moment mare și turația inițială mică explică de ce *motorul cu excitație serie se folosește la macarale, excavatoare, în tracțiunea electrică*, având totodată proprietatea de a-și modifica turația în funcție de sarcină: când sarcina crește, turația scade, iar momentul cuplului crește.

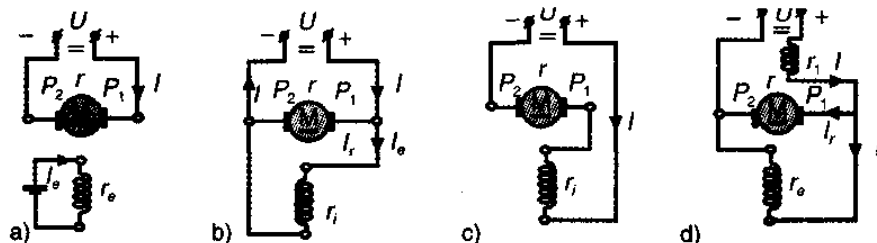


Fig. 3.68. Sistemele de excitație pentru motoarele de curent continuu: a) excitație separată; b) excitație derivație; c) excitație serie; d) excitație mixtă.

Motoarele serie nu se folosesc în cazurile când este nevoie de o turație independentă de sarcină.

Unul dintre dezavantajele motorului serie îl constituie posibilitatea ambalării lui la mersul în gol, adică a creșterii excesive a turației când motorul nu este încărcat, ceea ce poate produce defectarea rotorului, datorită forței centrifuge care poate smulge înfășurarea de pe rotor. Din acest motiv, motorul serie nu se pornește în gol, ci de la o sarcină minimă egală cu aproximativ o pătrime din sarcina nominală.

Viteza de rotație (turația) se poate regla prin modificarea tensiunii de alimentare, conectând reostate limitatoare de curent în serie cu motorul sau conectând două motoare în serie (revine fiecărui motor o tensiune $U/2$) sau în paralel (revine fiecărui motor întreaga tensiune U a rețelei de alimentare). Acest din urmă procedeu, cuplare motoare în serie – sau în paralel, se folosește la *locomotivele și tramvaiele electrice*.

Reglarea turației se poate face și prin variația fluxului inductor cu ajutorul unui reostat legat în paralel cu înfășurarea de excitație, prin a cărei variație se modifică intensitatea curentului de excitație, deci și a fluxului inductor.

Linia aeriană de alimentare electrică la *trenurile de mare viteză* T.G.V. (Train à Grande Vitesse – v. pag. 201)* este de 25 000 V, tensiune efectivă. În interiorul locomotivei are loc redresarea curentului alternativ, captat prin troleu de la tensiunea alternativă de 25 000 V, în curent continuu la tensiunea de 1500 V. Deci la această tensiune funcționează *motoarele de curent continuu* cu excitație serie ale trenului. Motoarele de curent alternativ de mare putere sunt folosite pentru tractarea trenurilor în regim de mare viteză ICE (Intercity Express) din Germania**.

Motorul cu excitație derivație (fig. 3.68, b). Curentul de alimentare I se împarte în curentul I_a prin rotor și curentul I_f prin înfășurarea de excitație, astfel că $I = I_a + I_f$.

Pentru a micșora intensitatea curentului de pornire se folosește un reostat de pornire (fig. 3.69), alcătuit din mai mulți rezistori fixați de ploturile (contactele) 1–5, maneta m și bara metalică semicirculară suport pe care lunecă maneta m legată la plotul 1. Pornirea se face cu reostatul cu manetă R_p în poziția de rezistență maximă (m pe

* $v = 250$ km/h; ** $v_{max} = 330$ km/h.

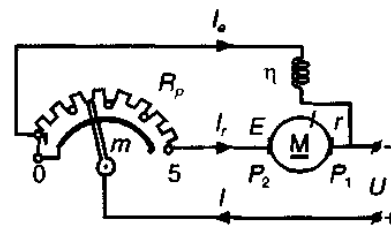


Fig. 3.69. Reostat de pornire a unui motor de curent continuu-derivație.

poziția 1), așa încât intensitatea $I_f = (U - E_g) / (r + R_p)$ să fie mică, evitându-se astfel șocul de curent la pornire.

Motoarele-derivație prezintă avantajul de a-și păstra turația aproape constantă când variază sarcina, dacă sunt alimentate sub tensiune constantă. Într-adevăr, turația motorului dată de relația:

$$n = (U - rI_a) / (K\Phi)$$

scade proporțional cu diferența $(U - rI_a)$, la un flux inductor Φ constant. Rezistența r a rotorului fiind foarte mică (ohm, zecime sau chiar sutime de ohm), această diferență variază puțin cu sarcina. În consecință, turația motorului este aproape constantă, având o variație de 1–5% din turația nominală, de la mersul în gol până la sarcina nominală.

Motoarele-derivație sunt folosite pentru punerea în mișcare a mașinilor care trebuie să funcționeze cu viteză constantă: mașini-unelte, laminoare, pompe, ventilatoare etc.

Prin exemplele de folosire a motoarelor de c.c. date mai sus, nu s-a epuizat enumerarea multiplelor utilizări.

Astfel, *locomotivele Diesel-electrice* sunt locomotive puse în mișcare de *motoare electrice alimentate de un dinam acționat de un motor Diesel*. În cazul locomotivei Diesel-electrice de 2100 kW, fabricată la Craiova, curentul electric produs este trimis la șase motoare cu excitație serie, cuplate cu osile motoare ale locomotivei. La aceeași uzină se fabrică și *locomotiva electrică* cu o putere de 6950 kW a cărei alimentare se face prin rețea electrică aeriană prin intermediul unui troleu.

Pentru pornirea motoarelor autovehiculelor se folosesc, de obicei, motoare-serie denumite *demaroare*, care se alimentează din acumulatori.

Inversarea sensului de rotație al motorului de c.c. se poate face prin inversarea legăturilor, fie la circuitul de excitație, fie la circuitul rotorului.

Un motor de c.c. funcționează și dacă este alimentat de curent alternativ, pentru că el își păstrează sensul de rotație în decursul oricăreia din alternanțe. Astfel de motoare cu colector alimentate în c.a. nu se utilizează decât pentru puteri mici: *la mașinile de găurit portabile, aspiratoare de praf, ventilatoare și alte aparate de uz casnic*.

1. O piatră de polizor cu diametrul de 0,2 m este acționată de un motor de c.c. cu 3000 ture/min (fig. 3.70). Piesa care se șlefuieste este apăsată normal pe piatră de polizor cu forța de 200 N, coeficientul de frecare între piesă și piatră fiind π^{-1} . Motorul de c.c. are randamentul 0,8 și funcționează la tensiunea de 200 V dată de un grup convertizor (motor de c.a. + dinam). Dinamul are excitație în derivație, rezistența indusului 1,2 Ω , rezistența înfășurării de excitație 80 Ω și randamentul 0,9. Grupul convertizor absoarbe de la rețeaua de alimentare puterea de 4 kW. Să se calculeze:

- puterea utilă a polizorului;
- intensitatea curentului de alimentare a motorului polizorului;
- t.e.m. a dinamului (se neglijează căderea de tensiune pe firele de legătură dinam-polizor);

d) randamentul motorului convertizorului;

e) să se arate că randamentul întregii instalații se calculează cu relația $\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3$.

$$a) P_{\text{is}} = M\omega = \mu F_n \frac{D}{2} \cdot \frac{2\pi n}{60} = 2000 \text{ W},$$

unde μ este coeficientul de frecare, F_n – forța normală, D – diametrul pietrei polizorului, n – turația.

$$b) \eta_3 = \frac{P_{\text{u3}}}{P_{\text{c3}}}, \text{ dar } P_{\text{c3}} = P_{\text{u2}} = UI, \text{ de unde}$$

$$I = \frac{P_{\text{u3}}}{\eta_3 U} = \frac{2000}{0,8 \cdot 200} = 12,5 \text{ A}.$$

$$c) \text{ Intensitatea curentului în înfășurarea de excitație a dinamului este } I_e = \frac{U}{r_i} =$$

$$= 2,5 \text{ A}.$$

Intensitatea curentului prin rotor este $I_r = I + I_e = 15 \text{ A}$.

Rezultă $E = U + r I_r = 218 \text{ V}$.

$$d) \eta_1 = \frac{P_{\text{u1}}}{P_{\text{c1}}}, \text{ dar } P_{\text{u1}} = P_{\text{u2}} = \frac{P_{\text{u3}}}{\eta_2} \text{ și } P_{\text{u2}} = UI, \text{ de unde } \eta_1 = 0,694 = 69,4\%.$$

$$e) \eta = \frac{P_{\text{u3}}}{P_{\text{c1}}} = \frac{\eta_3 P_{\text{u2}}}{P_{\text{c1}}} = \frac{\eta_3 \eta_2 P_{\text{u1}}}{P_{\text{c1}}} = \eta_2 \eta_3 \eta_1.$$

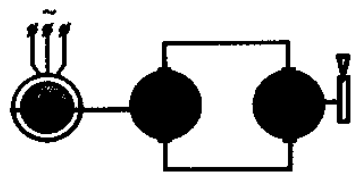


Fig. 3.70.

Un motor cu excitație derivație are intensitatea curentului în rotor $I_r = 48,4 \text{ A}$, tensiunea nominală $U = 220 \text{ V}$ și turația nominală $n = 1000 \text{ rot/min}$. Știind că rotorul și înfășurarea de excitație au rezistențele $r = 0,28 \Omega$, respectiv, $r_i = 88 \Omega$, se cer:

a) puterea nominală și randamentul motorului;

b) rezistența reostatului de pornire pentru ca, având momentul cuplului de sarcină egal cu momentul cuplului nominal, turația să scadă la $n' = 700 \text{ rot/min}$;

c) randamentul motorului în acest caz. (Se neglijează pierderile mecanice în interiorul mașinii și pierderile în fier.)

$$a) I = I_r + I_e = 48,4 + \frac{220}{88} = 48,4 + 2,5 = 50,9 \text{ A};$$

$$P_1 = UI = 11,198 \text{ kW}.$$

Neglijând pierderile în fier și cele mecanice (frecările la lagăre și cu aerul), puterea utilă va fi:

$$P_2 = P_1 - P_{\text{rcu}} - P_{\text{cuc}} = 11198 - 0,28 \cdot 48,4^2 - 88 \cdot 2,5^2 = 9992 \text{ W (v. fig. 3.67, b),}$$

iar randamentul va fi:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{9992}{11198} = 0,892, \text{ respectiv } \eta = 89,2\%.$$

b) Prin introducerea unui reostat de pornire de rezistență R_p , tensiunea la borne devine $U = E_c + (r + R_p)I_r$, iar $E_c = K\Phi n$ la turația nominală și $E'_c = K\Phi n'$ la

turația $n' = 700 \text{ rot/min}$. Cunoscând că $E_c = U - r I_r = 206,45 \text{ V}$, raportul celor două t.e.m. E_c și E'_c va fi:

$$\frac{E'_c}{E_c} = \frac{n'}{n}, \text{ de unde } E'_c = \frac{n'}{n} E_c = 144,5 \text{ V},$$

$$\text{deci: } R_p = \frac{U - E'_c}{I_r} - r = \frac{220 - 144,5}{48,4} - 0,28 = 1,28 \Omega.$$

c) Puterea absorbită rămâne neschimbată, $P_1 = 11198 \text{ W}$.

Pierderea de putere (căldura disipată într-o secundă) va rămâne, de asemenea,

$$\text{neschimbată: } P_{\text{cuc}} = r_i \cdot I_r^2 = 88 \cdot 2,5^2 = 550 \text{ W}.$$

Pierderea de putere în indus (rotor) va fi:

$$P'_{\text{rcu}} = (r + R_p) I_r^2 = 3654,4 \text{ W}.$$

Puterea utilă va fi: $P_2 = P_1 - P_{\text{cuc}} - P'_{\text{rcu}} = 6993,5 \text{ W}$, iar randamentul motorului în noile condiții:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{6993,5}{11198} = 0,624 \text{ sau, în procente, } \eta = 62,4\%.$$

Întrebări*

1. Care sunt fenomenele care stau la baza funcționării mașinilor electrice?
2. Prin ce mărimi se caracterizează câmpul magnetic învârtitor?
3. Să se compare montajul trifazat stea cu montajul trifazat triunghi.
4. Prin referire la turația mașinilor electrice de curent alternativ trifazat, să se explice de ce se preferă să se construiască aceste mașini cu mai mult de o singură pereche de poli pe fiecare fază.
5. Să se explice rolul de redresor mecanic al colectorului.
6. Să se explice autoexcitația mașinilor de curent continuu.

Probleme propuse

1. Rotorul unui alternator monofazat care are 50 perechi de poli se rotește cu turația de 2400 rot/min . Să se calculeze frecvența t.e.m. alternative generate.

R: 2 kHz.

2. Un receptor trifazat cu conexiunea în stea are rezistoare și bobine identice pe cele trei faze: $R = 4 \Omega$, $L = 3 \cdot 10^{-2} / \pi \text{ H}$. Tensiunea de linie este 380 V , iar frecvența 50 Hz . Se cer:

- a) tensiunea de fază;
- b) intensitățile curenților de fază;
- c) puterile activă și reactivă ale receptorului.

R: 220 V; 44 A; 23,232 kW; 17,624 kvar.

3. Receptorul în conexiune stea din problema precedentă se schimbă în conexiune triunghi. Să se calculeze:

* Notă de evaluare: $6 \times 1,5 + 1 = 10$ (oricare 6 probleme rezolvate din cele 9).

- a) intensitățile curentilor de fază și linie;
b) puterile activă și reactivă ale receptorului.

R: 76 A, 132 A; 70 kW, 52,5 kvar.

4. Înfășurările unui alternator trifazat sunt legate în stea; t.e.m. a fiecărei faze este 220 V. Receptorul este constituit din trei bobine identice legate în stea, fiecare bobină având rezistența 6 Ω și reactanța 8 Ω . Să se determine:

- a) intensitățile curentilor de fază și de linie;
b) puterea consumată de receptor.

R: 22 A; 8,71 kW.

5. La o rețea trifazată în stea sunt conectate în paralel, pe fiecare fază, câte 10 becuri de puteri și tensiuni de 100 W și 220 V. Rețeaua trifazată are tensiunea de linie 220 V. Să se determine:

- a) intensitățile curentilor de fază și de linie;
b) puterile reactivă, aparentă și activă;
c) aceleași mărimi de la punctele a) și b), pentru montajul în triunghi al grupelor de becuri în paralel.

R: 2,63 A; 0,1 kW; 7,86 A; 3 kW.

6. La o rețea trifazată în stea fără fir de nul sunt conectate în paralel câte patru becuri pe fiecare fază.

- a) Să se determine intensitatea curentului de fază, dacă tensiunea de linie este 220 V, iar rezistența unui bec 80 Ω .
b) Care sunt intensitățile curentilor pe faze dacă se întrerupe sau dacă se scurt-circuitează o fază a sarcinii? (Nu se va considera variația rezistenței becurilor cu intensitatea curentului.)

R: 6,35 A; 5,5 A, 11 A.

7. Un dinam-serie produce un curent de intensitate 20 A, cu t.e.m. de 200 V. Rotorul are rezistența de 0,2 Ω , iar inductorul de 0,15 Ω . Care este tensiunea la perii și tensiunea la borne?

R: 196 V; 193 V.

8. Un dinam-derivație este utilizat pentru încărcarea unei baterii de acumuloare cu un curent de intensitate 15 A. Bateria are t.e.m. de 50 V și rezistența interioară de 0,5 Ω .

Rezistența înfășurării de excitație este de 160 Ω și 0,5 Ω pentru înfășurarea rotorului. Conductoarele de legătură între dinam și baterie au o rezistență totală de 0,6 Ω . Să se calculeze t.e.m. a dinamului.

R: 74,2 V.

9. Un motor derivație are puterea utilă de 12 kW dacă funcționează sub tensiunea de 220 V, cu un randament 0,8, iar rezistența înfășurării de excitație este de 55 Ω . Se cer:

- a) intensitatea curentului care străbate inductorul;
b) intensitatea curentului absorbit de motor de la rețeaua de alimentare;
c) puterea disipată în motor.

R: 4 A; 68,18 A; 3 kW.

3.6. Aparat electrocasnice

3.6.1. Caracteristicile aparatelor electrocasnice

Aparatele electrocasnice constituie una dintre cele mai bine vândute producții industriale. Într-o clasificare mai largă a mărfurilor, în categoria electrono-electrocasnicelor intră și receptoarele radio și TV, climatizoarele și alte echipamente electrice de apartament. Caracteristicile tehnico-funcționale ale aparatelor de profil electric sunt prezentate utilizatorului prin fișele tehnice ce însoțesc marfa respectivă. Tensiunea electrică de funcționare și puterea electrică, măsurile de protecție împotriva posibilei electrocutări sunt prezentate utilizatorului prin fișele tehnice care însoțesc produsul respectiv. În tabelul care urmează sunt date, spre exemplificare, caracteristicile (de calitate) ale radioreceptoarelor. Se poate observa cum componenta electrică în funcționarea radioreceptoarelor este totală.

Caracteristicile de calitate ale radioreceptoarelor

Calitatea radioreceptoarelor este dată de o serie de caracteristici:

- caracteristici constructive;
- caracteristici tehnico-funcționale;
- caracteristici de disponibilitate și, nu în ultimul rând, marca de fabricație.

1. Caracteristicile constructive se referă la:

- a) numărul subansamblelor (etajelor) componente ale radioreceptoarelor;
b) principiile constructive adaptate radioreceptoarelor pot fi:
- cu modulație în amplitudine, care permit recepționarea semnalelor și de la distanțe mari;
 - cu modulație în frecvență, care permit recepționarea semnalelor pe unde ultracurte, pe distanțe mici.
- c) Gamele de lungimi de undă recepționate.
d) Numărul dispozitivelor suplimentare, de automatizare care măresc performanțele și nivelul calitativ al radioreceptoarelor: dispozitiv de reglare a tonului, indicator optic de acord, control automat al frecvenței, telecomanda etc.

2. Caracteristici tehnico-funcționale:

- a) Sensibilitatea – reprezintă capacitatea radioreceptoarelor de a recepționa semnalele de slabă intensitate. Valorile acestei caracteristici diferă în funcție de tipul de aparat, de clasa de calitate și de gama de lungime de undă. Între valoarea cifrică a sensibilității și calitatea radioreceptoarelor există o relație invers proporțională. Cu cât această valoare este mai mică, cu atât calitatea aparatului este mai bună.
b) Fidelitatea – reprezintă capacitatea radioreceptorului de a reda cât mai exact semnalele primite de la posturile de emisie.
c) Selectivitatea – reprezintă capacitatea radioreceptorului de a separa semnalul pe care a fost acordat de celelalte semnale din canalele alăturate.
d) Stabilitatea audiției – reprezintă capacitatea radioreceptoarelor de a menține constant acordul și intensitatea audiției pe o frecvență aleasă.
e) Puterea de ieșire nominală – reprezintă valoarea maximă a semnalului pe care o poate realiza aparatul cu un nivel de distorsiune admis de 10%.

3. Caracteristici de disponibilitate

- Fiabilitatea – se exprimă prin timpul mediu de funcționare între defectări.
- Mentenabilitatea – se exprimă prin timpul maxim de reparație a radioreceptoarelor.

3.6.2. Evitarea pericolului de electrocutare

Prin electrocutare se înțelege străbaterea unui organism viu de către un curent electric de intensitate capabilă să-i provoace o vătămare sau chiar moartea.

Definiție

Pentru corpul omenesc, pragul letal pentru intensitatea de curent este de 50 mA. Pentru a calcula tensiunea-prag pentru situația cea mai defavorabilă, se consideră rezistența $R = 1000 \Omega$ (piele umedă) și $I = 50 \text{ mA}$, de unde rezultă, aplicând legea lui Ohm, $U = IR = 50 \text{ V}$.

Din motive de securitate, pragul de tensiune critică a fost stabilit la 25 V. Pentru medii uscate se admite tensiunea prag de 50 V. Contează și durata trecerii curentului prin corp. Un contact la 220 V timp de o zecime de secundă este, în cele mai multe cazuri, fără pericol letal.

Pentru evitarea apariției unor tensiuni periculoase prin folosirea rețelei de alimentare electrică se introduce în rețeaua de apartament firul de împământare legat la una din cele trei borne (borna nepereche) ale prizelor de tensiune. În felul acesta carcasele aparatelor capătă potențialul pământului, considerat potențial de referință, adică zero. Corpul omului fiind la același potențial, nu pot apărea prin aparate, la acționarea lor, așa numiții „curenți de fugă” care pot avea intensități de electrocutare. Sunt și excepții pe care le vom aminti.

În figura 3.70 este prezentată schematic rețeaua de alimentare electrică a unei locuințe.

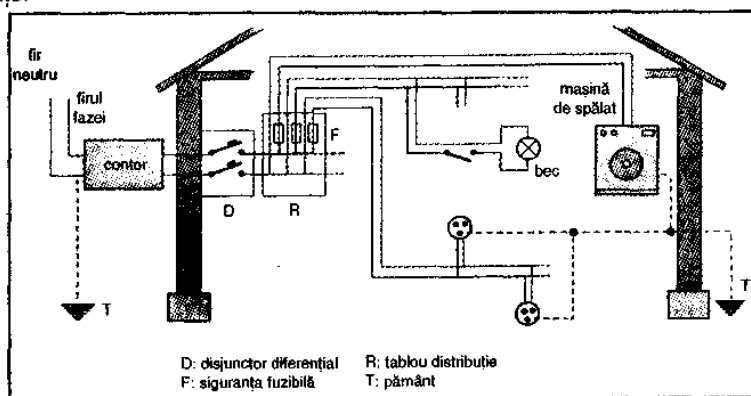


Fig. 3.70.

Disjunctivul diferențial (DD) este un aparat (fig. 3.71) care poate întrerupe curentul într-o rețea de alimentare electrică pentru următoarele situații impuse:

- atunci când intensitatea curentului, pe linia principală, depășește valoarea maximă fixată de utilizator (valoare cuprinsă între 15 A și 75 A);
- atunci când există o diferență minimă de 650 mA între intensitatea curentului în firele de fază (I_F) și intensitatea curentului în firul neutru (I_N) din linia principală;

* sau „curenți de defect”.



Fig. 3.71.

– atunci când utilizatorul apasă pe butonul „deschis” în scopul efectuării unei intervenții la rețeaua electrică protejată de DD.

În școlile din Franța (fig. 3.72) DD decuplează la diferența minimală de 30 mA, pentru evitarea electrocutării elevilor. (Diferența minimală între intensități este egală cu intensitatea I_f a curentului de fugă la pământ prin corpul persoanei electrocutate, $I_f = I_F - I_N$).

Disjunctivul conține și o casetă cu siguranțe fuzibile, intercalate în fiecare dintre firele de fază, pentru evitarea cazurilor de scurtcircuit generatoare de incendii. DD este folosit și în țara noastră, mai ales în cazul căzii de baie tip jacuzzi.

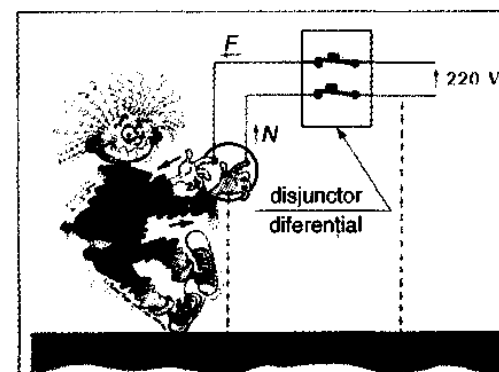


Fig. 3.72.

În figura 3.73 este ilustrat pericolul de electrocutare datorat contactului accidental dintre firul fază (întâmplător desizolat în punctul P) și carcasa metalică (punctul P) a unei mașini de spălat. Intensitatea curentului fiind inferioară în firul neutru ($I_N < I_F$), disjunctivul diferențial acționează pentru întreruperea curentului în linia principală.

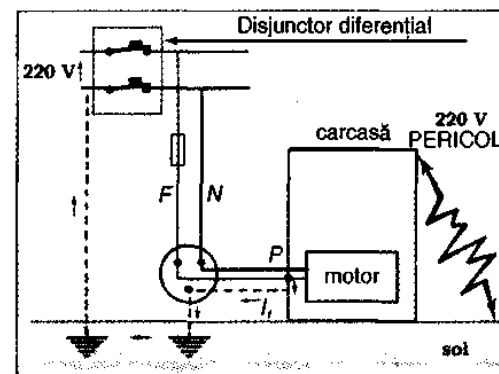


Fig. 3.73.

În grupajul de desene prezentat în figura 3.74 sunt arătate electrocutările care pot apărea prin folosirea neindicată a unor aparate, unelte și dispozitive electrice de uz casnic.

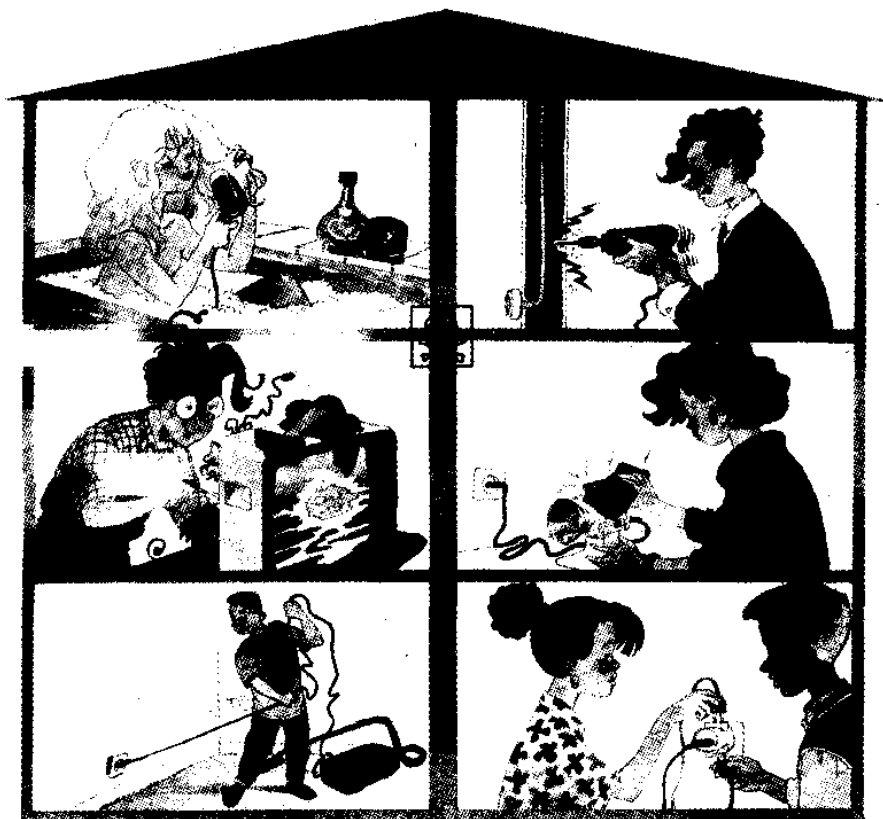


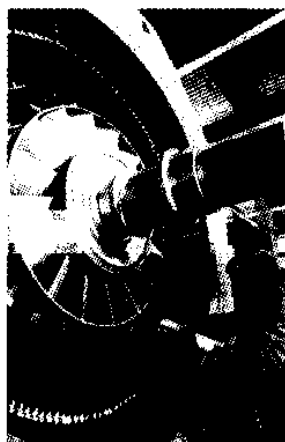
Fig. 3.74.

3.6.3. Alte măsuri tehnice care pot fi folosite pentru protecția împotriva electrocutării prin atingere directă sunt următoarele:

- acoperirea cu materiale electroizolante a părților active (izolarea de protecție) ale instalațiilor și echipamentelor electrice;
- închideri în carcase sau acoperiri cu învelișuri exterioare;
- îngrădiri;
- amplasarea la distanțe minime de securitate față de zonele de acces;
- scoaterea de sub tensiune a instalației sau echipamentului electric la care urmează a se efectua lucrări și verificarea lipsei de tensiune;
- utilizarea dispozitivelor speciale pentru legări la pământ;
- folosirea mijloacelor de protecție electroizolante;

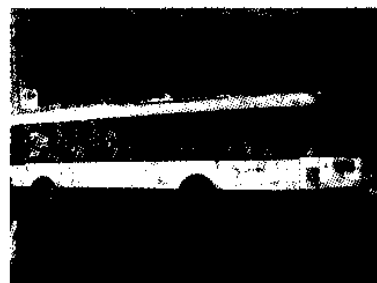
- alimentarea la tensiune foarte joasă (redușă) de protecție;
- izolarea față de pământ a platformei de lucru;
- executarea intervențiilor la instalațiile electrice (depanări, reparări, racordări etc.) trebuie să se facă numai de personal calificat în meseria de electrician, autorizat și instruit pentru lucrul respectiv.

Ilustrarea aplicațiilor curentului alternativ



Fotografia alăturată ilustrează rotorul unui alternator trifazic de mare putere al unei centrale electrice.

Transportul în comun folosește motoare de curent continuu



Citiți caracteristicile de utilizare ale frigiderului casnic

CFC FREE

 CFOEP 4.5 220-240 V-50 Hz
 R 134a 380 cm³ OIL
 Made in ROMANIA

  
 FRIGIDER
 MODEL FB 14 E
 VOLUM BRUT TOTAL 140 L
 VOLUM COMPARTIMENT 14 L
 SISTEM COMPRESIE
 220 V-50 Hz 110 W
 CLASA DE EFICIENȚĂ ENERGETICĂ N
 AGENT DE ÎNȚĂLȚĂRI R 134 a
 MADE IN ROMANIA
 Nr. FB

Rezolvare probleme

§ 3.2, 3.3, pag. 167

$$6. \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left[(L_1 + L_2)\omega - \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 \omega} \right]^2} = \sqrt{R_0^2 + \left(-\frac{1}{C_0 \omega} \right)^2} \Rightarrow C_0 = 0,5 \mu\text{F}, R_0 = 600 \Omega.$$

$$9. \text{Din condiția } \tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \pm 1 \text{ se obține, ținând seama că nu este o mărime}$$

$$\text{pozitivă: } \omega_{L,C} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}, v_L = \frac{\omega L}{2\pi} = 796 \text{ Hz și } v_C = 398 \text{ Hz; deci } v_L > v_C > v_C.$$

$$10. \text{a) Din expresia puterii active } P = \frac{U_R^2}{R} = \frac{(U \cos \varphi)^2}{R}, \text{ se obține } R = \frac{U^2 \cos^2 \varphi}{P} =$$

$$= 15,48 \Omega; \text{ b) } \tan \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{IX_L}{IR}, X_L = R \tan \varphi = 11,67 \Omega; \text{ c) Din triunghiul puterilor:}$$

$$P_r = P \tan \varphi = 1500 \text{ var; d) } S = \sqrt{P^2 + P_r^2} = 2500 \text{ VA. 12. } L = \frac{v}{2\pi(v_0^2 - v^2)} \sqrt{I^2 - R^2} =$$

$$= 10^{-2} \text{ H. 13. Scriind legea lui Ohm pentru cele două frecvențe, ridicând la pătrat}$$

$$\text{fiecare ecuație și rezolvând sistemul se obține } L = \frac{1}{2\pi\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} \sqrt{\left(\frac{U}{I_2}\right)^2 - \left(\frac{U}{I_1}\right)^2}, \text{ de}$$

$$\text{unde } L = 37,67 \cdot 10^{-3} \text{ H. } R = \sqrt{\frac{\left(v_2 \frac{U}{I_1}\right)^2 - \left(v_1 \frac{U}{I_2}\right)^2}{v_2^2 - v_1^2}} = 14 \Omega. 14. \text{ a) Intrarea în calcul}$$

$$\text{se face pornind de la legea lui Ohm: } I = \frac{E_m}{\sqrt{2}\sqrt{(R + R_0)^2 + L^2 \omega^2}}; E_m = \omega \Phi_m = \omega NBS,$$

$$I = \frac{P_b}{U_b} (= 1 \text{ A}); R_b = \frac{U_b}{I} (= 12 \Omega). \text{ Din } 1 = \frac{0,2\omega}{\sqrt{2}\sqrt{22^2 + L^2 \omega^2}}, \text{ se obține } n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{220}{2\pi} =$$

$$= 35 \text{ rot/s; b) } \varphi = \arctg \frac{L\omega}{R + R_0} = 45^\circ, \varphi_b = \arctg \frac{L\omega}{R_b} = 61^\circ 23' 22''. 15. I = \frac{U_1}{R_1} = 10 \text{ A.}$$

$$\text{Din diagrama fazorială a circuitului rezultă } \left. \begin{aligned} U^2 &= I^2 [(R_1 + R)^2 + X_L^2] \\ U_2^2 &= I^2 (R^2 + X_L^2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{U^2 - U_2^2}{2R_1 I^2} - \frac{R_1}{2} = 5,06 \Omega, X_L = \sqrt{\left(\frac{U_2}{I}\right)^2 - R^2} = 11 \Omega \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ H.}$$

$$16. \cos \varphi_s = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}}; \cos \varphi_p = \frac{I_R}{I} = \frac{R}{Z} = \frac{1}{R \sqrt{1 + \frac{1}{R^2 + X_C^2}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{X_C}\right)^2}}. \text{ Eliminând raportul } \frac{X_C}{R} \text{ din ultimele două expresii: } \cos \varphi_p = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_s} =$$

$$= 0,8. 17. \text{ a) } P_m = R I^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ W; b) } C = \frac{1}{L \omega^2} = 2,54 \mu\text{F; c) } P = R I_R^2 = R I^2 \cos^2 \varphi =$$

$$= \frac{1}{2} R I^2 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}} \Rightarrow \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right) = \pm \frac{1}{R}, \text{ de unde:}$$

$C_1 = 0,943 \mu\text{F}, C_2 = 4,15 \mu\text{F}. C_1$ corespunde caracterului inductiv al circuitului, iar pentru C_2 prevalează aspectul capacitiv.

§ 3.4, pag. 174

5. Cât timp nu se sună la sonerie, transformatorul se prezintă ca o simplă bobină cu miez de fier, având o reactanță X_L mare și o rezistență R mică. Defazajul fiind foarte mic

$$\left(\varphi = \arccos \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \approx \frac{\pi}{2} \right) \text{ puterea activă } P = UI \cos \varphi \text{ este}$$

foarte mică. Energia consumată într-un timp oarecare este atât de redusă, încât contorul nu poate s-o înregistreze.

7. Pentru un transformator ideal, fără pierderi în fier și fără căderi de tensiune $U_1 = -E_1, U_{20} = E_2$, iar diagrama fazorială ar fi simplificată, ca în figura 1.

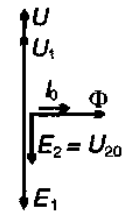


Fig. 1: Diagrama fazorială a funcționării transformatorului ideal în gol ($K < 1$).

$$8. \text{Factorul de transformare este } K = \frac{U_1}{U_2} = 15. \text{ Numărul de spire din primar este:}$$

$$N_1 = K N_2 = 1800 \text{ spire. 9. } K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}. \text{ Tensiunea indusă în primar are valoarea}$$

$$\text{efectivă } U_1 = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega N_1 B \sqrt{2} S_0}{\sqrt{2}} = \omega N_1 B S_0. \text{ Rezultă: } K = \frac{\omega N_1 B S_0}{U_2} = 2,82 \cdot 10^{-3}.$$

§ 3.5, pag. 194

$$4. \text{ a) } I_1 = I_2 = \frac{U_1}{Z}, Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow I_1 = 22 \text{ A; b) } P = \sqrt{3} U_{I1} \cos \varphi; U_{I1} = \sqrt{3} U_1 \Rightarrow P =$$

$$= 3U_j \cos \varphi = 8712 \text{ W. 5. } I_1 = I_2 = nI_0; I_0 = \frac{U_1}{R_0} = \frac{PU_1}{U_0}, I_1 = \frac{nPU_1}{U_0^2}, U_1 = \frac{U_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$I_1 = 2,63 \text{ A, } I_2 = I_1 = 2,63 \text{ A; b) } P_r = 0, P = S = \sqrt{3} U_j I_1 = 1002,16 \text{ W; c) } I_1 = \sqrt{3} I_2,$$

$$I_1 = nI_0 = \frac{nPU_0}{U_0^2} = 4,54 \text{ A, } I_2 = \sqrt{3} I_1 = 7,86 \text{ A. 6. a) } I_1 = I_2 = \frac{nU_1}{\sqrt{3}R} = 6,35 \text{ A; b) } I_1 = \frac{nU_1}{2R_0} =$$

$$= 6,5 \text{ A, } I_0 = 2I_1 = 11 \text{ A. 7. } U_p = E - rI = 196 \text{ V; } U_b = U_p - r_d I = 195 \text{ V. 8. } I_p = I + I_0;$$

$$(r_a + R_0) = r_1 I_0 = -E_0; r_1 + (r_a + R_0)I = E - E_0; E = E_0 + (r + r_a + R_0)I + r_1[(r_a + R_0)I + E_0] =$$

$$= 72,2 \text{ V. 9. a) } I_0 = \frac{U}{r_0} = \frac{220}{55} = 4 \text{ A; b) } \eta = \frac{P_u}{UI}, I = \frac{P_u}{\eta U} = 68,18 \text{ A; c) } P_d = P_c - P_u =$$

$$= P_u \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) = 3 \cdot 10^3 \text{ W.}$$